pq 理論を用いた高調波電力検出法とその応用

正員 田 中 俊 彦 (職業能開大)

正員 赤 木 泰 文 (岡 山 大)

Harmonic Power Detection Based on the pq Theory and its Applications

Toshihiko Tanaka, Member (The Polytechnic University), Hirofumi Akagi, Member (Okayama University)

Harmonic interference problems generated by bulk semiconductor power converters become more serious in power systems as they are widely used in industrial applications. Shunt passive filters consisting of LC tuned filters or shunt active filters using PWM inverters have been used to suppress harmonic currents in distribution systems. In order to install the passive or active filters, it is necessary to exactly find a dominant harmonic source in distribution feeders. A harmonic power on each phase and order at a receiving terminal has been investigated by using a digital power meter including an FFT analyzer. However, the conventional detection method has such a problem that it is difficult to exactly discuss harmonic power flow because the detected harmonic power is much smaller compared with a fundamental active power at the receiving terminal. In this paper, the harmonic power in three phases, which can be detected on real time, is defined by applying the pq theory. Next, it is verified by a digital simulation that the proposed method can discuss harmonic flows more easily than the conventional method. As a result, it is more simple and precise to find the harmonic source. Moreover, measurement errors of the harmonic power is revealed quantitatively, and the validity of the proposed method is demonstrated by digital simulation.

キーワード：高調波，高調波電力フロー， pq 理論，高調波電力検出，高調波発生源探索

1. ま え が き

電力用半導体素子を用いた電力変換器の普及・大容量化に伴い，送配電系統の高調波が問題となっている。これらの電力変換器が発生する高調波電流を効果的に対策しようとする，配電系統内の高調波電力フローを検討し，支配的な高調波発生源を探索・特定することが必要である。このため，電力変換器が発生する高調波電力について検討した結果が報告されている⁽¹⁾⁽²⁾。従来，各相ごとの受電端電圧および電源電流をフーリエ級数に分解し，各次数ごと位相差を調べることにより高調波発生源を推定する方法が発表されている⁽³⁾。しかしながら，各相ごとの高調波電力を各次数に分解するため，検出した高調波有効電力が小さく高調波発生源を推定することが難しいなどの問題点がある。

本論文では，まず， pq 理論⁽⁴⁾を用いてサイリスタ整流回路が発生する高調波電力を三相一括して定義する。これは，検出した受電端電圧および電流を各相ごと，各次数に分解することなく高調波電力を定義可能であり，実時間で高調波電力を検出可能な点に特徴がある。このため，従来

の方法に比較し平衡三相回路のみならず電源電圧および負荷電流がともに不平衡な場合においても，容易に高調波有効電力を計算することができる。次に，三相一括して定義した高調波電力を用いることで，従来の方法に比べ容易にかつ正確に高調波電力フローを検出でき，高調波発生源の推定に有効であることをシミュレーションにより明らかにする。

また，実システムでは高調波発生源を推定する際に検出する高調波電力が基本波有効電力に対して小さく，測定した高調波電力の誤差が問題となる。これら高調波電力の測定誤差について定量的に検討し，本論文で提案した高調波電力検出法が高調波発生源推定のために実用的な方法であることを明らかにする。

2. 電力変換器が発生する高調波電力

一般の配電系統には，線形負荷，進相コンデンサおよび LC フィルタなどの受動素子さらに高調波を発生する電力変換器など，さまざまなものが接続されている。ここでは，簡単のため図 1 に示すようなサイリスタ整流回路と LC フィルタが電源に接続されているシステムについて検

図 1 システム構成図
Fig. 1. Circuit configuration.

表 1 本論文で用いた回路定数
Table 1. Circuit constants for Fig. 1.

Z_s	2.04% (0.008 + j 0.04 Ω)			
Z_F	五次	$L=1.2 \text{ mH}$	$C=340 \text{ } \mu\text{F}$	$Q=20$
	七次	$L=1.2 \text{ mH}$	$C=170 \text{ } \mu\text{F}$	$Q=20$
	H. P. F.	$L=0.26 \text{ mH}$	$C=300 \text{ } \mu\text{F}$	$R=3 \text{ } \Omega$

討する。高調波発生源には、20 kVA、三相 6 パルスサイリスタ整流回路を想定している。これと並列に、三相 6 パルスサイリスタ整流回路が発生する高調波抑制のための五次、七次およびハイパスフィルタからなる 10 kVA の LC フィルタを接続している。系統インピーダンスには 2% (3 φ, 200 V, 50 Hz, 20 kVA ベース) のインダクタンスを考慮している。一般に、系統インピーダンスの抵抗分は、リアクタンスの 1/5~1/30 程度である。ここでは、リアクタンス分に対して 1/5 程度の抵抗分を考慮した。表 1 に、本論文で用いた回路定数を示す。

〈2・1〉 従来の高調波電力検出法⁽³⁾⁽⁵⁾ 井上氏は、高調波電力フローの検出法について次のように述べている⁽³⁾。

図 1 において、電源電圧 v_s が基本波分のみであると仮定すると単相等価回路において受電端電圧 $\dot{V}_T$ の基本波分は次式で与えられる。

$$\dot{V}_{T1} = \frac{\dot{V}_s - \dot{Z}_{s1} \dot{I}_{L1}}{1 + \dot{Z}_{s1} \dot{Y}_{F1}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{ただし、} \dot{Y}_F = \frac{1}{\dot{Z}_F}$$

これより、受電端の基本波電力は次式となる。

$$\begin{aligned} \dot{W}_1 &= \dot{V}_{T1} \cdot \dot{I}_{L1}^* \\ &= P_1 + jQ_1 \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

基本波分と同様に、高調波に対して次式を得る。

$$\begin{aligned} \dot{V}_{Tn} &= \frac{-\dot{Z}_{sn} \dot{I}_{Ln}}{1 + \dot{Z}_{sn} \dot{Y}_{Fn}} \\ \dot{W}_n &= \dot{V}_{Tn} \cdot \dot{I}_{Ln}^* \\ &= -(P_n + jQ_n) \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

したがって、全電力は次式で与えられる。

$$\dot{W} = \dot{W}_1 + \sum_{n=2}^{\infty} \dot{W}_n$$

表 2 図 1 の高調波電力
Table 2. Harmonic power for Fig. 1.

	受電端電圧 V_{Tn} [V]	電源電流 I_{sn} [A]	位相差 φ_{an} [°]	有効電力 P_{an} [W]
基本波	140.9	67.1	0.6	9455
第五次	1.96	9.7	92.4	-0.8
第七次	1.86	6.6	91.7	-0.4

$$= P_1 + jQ_1 - \sum_{n=2}^{\infty} (P_n + jQ_n) \quad \dots\dots\dots (4)$$

図 1 のサイリスタ整流回路が受電する電力は、高調波電力の分だけ減少する。これは、整流回路が高調波電力を発生し電源側へ送りだしていることを表わしている。この性質を用いることで、以下のような手順で高調波電流の方向を判定し高調波発生源を探索している⁽³⁾⁽⁵⁾。

- (i) 相電圧に含まれる高調波電圧と線電流に含まれる高調波電流の位相を比較する。
- (ii) この位相差が 90° 以上であれば構内負荷に高調波発生源が存在し電源側に高調波電力を供給している。
- (iii) 位相差が 90° 以内であれば電源側に高調波発生源が存在し高調波電力は電源側から構内負荷に高調波電力が流入している。

ここで、図 1 においてサイリスタ整流回路を制御角 $\alpha = 30^\circ$ で運転した場合に、電源電流 i_s および受電端電圧 v_T からシミュレーションにより α - β 座標上における α 相の高調波電力を計算した結果を表 2 に示す。表 2 において、五次および七次高調波電力が電源側に流出し系統インピーダンス Z_s 内の抵抗で消費される。このとき、電圧および電流の位相差 φ_{an} に着目し、90° を超えるかどうかで高調波有効電力の方向を判断し高調波発生源を探索している。

しかし、実システムでは基本波有効電力に比べ高調波有効電力が小さく、1) 高調波有効電力を正確に検出することが難しい、2) 位相差が 90° に近い場合には高調波電流の方向を判断することが難しいなどの問題点がある。

〈2・2〉 pq 理論を用いた高調波電力の定義 図 1 において、 α - β 座標上の受電端電圧 v_T およびサイリスタ整流回路に流入する電流 i_L は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} v_{Ta} &= \sqrt{2} V_{a1} \cos \omega t + \sum_{n=2}^{\infty} \sqrt{2} V_{an} \cos n\omega t \\ v_{T\beta} &= \sqrt{2} V_{\beta 1} \sin \omega t + \sum_{n=2}^{\infty} \sqrt{2} V_{\beta n} \sin n\omega t \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_{La} &= \sqrt{2} I_{a1} \cos(\omega t - \theta_1) + \sum_{h=2}^{\infty} \sqrt{2} I_{ah} \cos(h\omega t - \theta_{ah}) \\ i_{L\beta} &= \sqrt{2} I_{\beta 1} \sin(\omega t - \theta_1) + \sum_{h=2}^{\infty} \sqrt{2} I_{\beta h} \sin(h\omega t - \theta_{\beta h}) \\ &\quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここで、瞬時実電力 p 、瞬時虚電力 q は次式で与えられる⁽⁴⁾。

$$\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{Ta} & v_{T\beta} \\ -v_{T\beta} & v_{Ta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{La} \\ i_{L\beta} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (7)$$

(7) 式に (5)、(6) 式で与えられる受電端電圧および整流

回路の電流を代入し、電圧および電流の次数に着目して整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} p &= V_{a1}I_{a1} \cos \theta_{a1} + V_{\beta 1}I_{\beta 1} \cos \theta_{\beta 1} \\ &+ \sum_{k=2}^{\infty} (V_{ak}I_{ak} \cos \theta_{ak} + V_{\beta k}I_{\beta k} \cos \theta_{\beta k}) \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \{ V_{ak}I_{ak} \cos(2k\omega t - \theta_{ak}) \\ &+ V_{\beta k}I_{\beta k} \cos(2k\omega t - \theta_{\beta k}) \} \quad (k=n=h) \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{h=1}^{\infty} [V_{an}I_{ah} \cos\{(h+n)\omega t - \theta_{ah}\} \\ &- V_{\beta n}I_{\beta h} \cos\{(h+n)\omega t - \theta_{\beta h}\} \\ &V_{an}I_{ah} \cos\{(h-n)\omega t - \theta_{ah}\} \\ &+ V_{\beta n}I_{\beta h} \cos\{(h-n)\omega t - \theta_{\beta h}\}] \quad (n \neq h) \cdots (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q &= -V_{a1}I_{a1} \sin \theta_{a1} - V_{\beta 1}I_{\beta 1} \sin \theta_{\beta 1} \\ &- \sum_{k=2}^{\infty} (V_{\beta k}I_{ak} \sin \theta_{ak} + V_{ak}I_{\beta k} \sin \theta_{\beta k}) \\ &- \sum_{k=1}^{\infty} \{ V_{\beta k}I_{ak} \sin(2k\omega t - \theta_{ak}) \\ &+ V_{ak}I_{\beta k} \sin(2k\omega t - \theta_{\beta k}) \} \quad (k=n=h) \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{h=1}^{\infty} [-V_{\beta n}I_{ah} \sin\{(h+n)\omega t - \theta_{ah}\} \\ &+ V_{an}I_{\beta h} \sin\{(h+n)\omega t - \theta_{\beta h}\} \\ &V_{\beta n}I_{ah} \sin\{(h-n)\omega t - \theta_{ah}\} \\ &+ V_{an}I_{\beta h} \sin\{(h-n)\omega t - \theta_{\beta h}\}] \quad (n \neq h) \cdots (9) \end{aligned}$$

(8), (9)式において、 p, q の直流分、 $\bar{p}$ および $\bar{q}$ は次式となる。

$$\begin{aligned} \bar{p} &= V_{a1}I_{a1} \cos \theta_{a1} + V_{\beta 1}I_{\beta 1} \cos \theta_{\beta 1} \\ &+ \sum_{k=2}^{\infty} (V_{ak}I_{ak} \cos \theta_{ak} + V_{\beta k}I_{\beta k} \cos \theta_{\beta k}) \\ \bar{q} &= -V_{\beta 1}I_{a1} \sin \theta_{a1} - V_{a1}I_{\beta 1} \sin \theta_{\beta 1} \\ &- \sum_{k=2}^{\infty} (V_{\beta k}I_{ak} \sin \theta_{ak} + V_{ak}I_{\beta k} \sin \theta_{\beta k}) \cdots (10) \end{aligned}$$

(10)式において、瞬時実電力の直流分 $\bar{p}$ は各相の有効電力の和に一致する。一方、瞬時虚電力 q と無効電力の物理的意味⁽⁶⁾ は全く異なるが、瞬時虚電力の直流分 $\bar{q}$ は数値的には各相の無効電力の和と等しくなる⁽⁴⁾。

次に、受電端電圧の基本波分 v_{TF} をフィルタを用いて抽出する。今、フィルタを理想的なものと考えると v_{TF} は次式となる。

$$\begin{aligned} v_{TFa} &= \sqrt{2} V_{a1} \cos \omega t \\ v_{TF\beta} &= \sqrt{2} V_{\beta 1} \sin \omega t \cdots (11) \end{aligned}$$

(8), (9)式と同様に、(11)式から p, q を求めると次式となる。

$$\begin{aligned} p_F &= V_{a1}I_{a1} \cos \theta_{a1} + V_{\beta 1}I_{\beta 1} \cos \theta_{\beta 1} \\ &+ V_{a1}I_{a1} \cos(2\omega t - \theta_{a1}) \\ &+ V_{\beta 1}I_{\beta 1} \cos(2\omega t - \theta_{\beta 1}) \\ &+ \sum_{h=1}^{\infty} [V_{a1}I_{ah} \cos\{(h+1)\omega t - \theta_{ah}\} \\ &- V_{\beta 1}I_{\beta h} \cos\{(h+1)\omega t - \theta_{\beta h}\} \\ &+ V_{a1}I_{ah} \cos\{(h-1)\omega t - \theta_{ah}\} \\ &+ V_{\beta 1}I_{\beta h} \cos\{(h-1)\omega t - \theta_{\beta h}\}] \\ q_F &= -V_{\beta 1}I_{a1} \sin \theta_{a1} - V_{a1}I_{\beta 1} \sin \theta_{\beta 1} \\ &- V_{\beta 1}I_{a1} \sin(2\omega t - \theta_{a1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- V_{a1}I_{\beta 1} \sin(2\omega t - \theta_{\beta 1}) \\ &+ \sum_{h=1}^{\infty} [-V_{\beta 1}I_{ah} \sin\{(h+1)\omega t - \theta_{ah}\} \\ &+ V_{a1}I_{\beta h} \sin\{(h+1)\omega t - \theta_{\beta h}\} \\ &+ V_{\beta 1}I_{ah} \sin\{(h-1)\omega t - \theta_{ah}\} \\ &+ V_{a1}I_{\beta h} \sin\{(h-1)\omega t - \theta_{\beta h}\}] \cdots (12) \end{aligned}$$

このとき、 p_F, q_F の直流分 $\bar{p}_F, \bar{q}_F$ は、

$$\begin{aligned} \bar{p}_F &= V_{a1}I_{a1} \cos \theta_{a1} + V_{\beta 1}I_{\beta 1} \cos \theta_{\beta 1} \\ \bar{q}_F &= -V_{\beta 1}I_{a1} \sin \theta_{a1} - V_{a1}I_{\beta 1} \sin \theta_{\beta 1} \cdots (13) \end{aligned}$$

となる。(13)式は、それぞれ基本波有効電力および基本波無効電力を表わす。ここで、(10)式と(13)式を比較すると、受電端における電力は高調波電力分だけ変化することがわかる。特に、瞬時実電力の直流分 $\bar{p}, \bar{p}_F$ に着目すると、平衡状態のみならず電源電圧および負荷電流がともに不平衡な状態においても、以下のように考えることができる⁽³⁾。

- (i) $\bar{p} < \bar{p}_F$: 負荷側に高調波発生源が存在し電源側へ高調波電力を送り出している。
- (ii) $\bar{p} > \bar{p}_F$: 電源側に高調波発生源が存在し高調波電力を受け取っている。

この関係を用いることで、平衡状態のみならず不平衡状態においても高調波電力の方向を検出可能であり高調波発生源を探索することができる。本方法は、受電端電圧および電流を検出し受電端電圧の基本成分の情報を新たに得ることで、実時間で高調波有効電力および無効電力を検出可能な点に特徴がある。したがって、受電端電圧および電流を各相ごとにフーリエ級数に分解することなく高調波電力を計算できる。

〈2・3〉 シミュレーション結果 図1のシステムについてシミュレーションを行い、(10)式および(13)式に基づく高調波電力を計算した。表3は、平衡状態において、サイリスタ整流回路の制御角 $\alpha = 30^\circ$ の場合の数値解を示したものである。表3において、 $\bar{p}_h$ は(10)式に基づく全有効電力と(13)式に基づく基本波有効電力の差、すなわち、高調波有効電力を示している。それぞれの電力についてエネルギー保存の法則が成立し、LCフィルタの有効電力とサイリスタ整流回路の有効電力の和が電源側の有効電力に一致している。今、サイリスタ整流回路の電力に着目すると $\bar{p}_L < \bar{p}_{LF}$ が成立している。これは、サイリスタ整流回路が高調波電力を発生する性質を示している。このとき、 $\bar{p}_{Lh} = 110 \text{ W}$ が整流回路が発生している高調波電力である。この高調波電力 $\bar{p}_{Lh}$ は、LCフィルタで 111 W が消費され、残りの 3 W が電源側へ流出している。したがって

表3 シミュレーションによる高調波電力の数値解
Table 3. Numerical results of harmonic powers calculated by digital simulation.

電源側	$\bar{p}_S$: 18907 W	$\bar{p}_{SF}$: 18910 W	$\bar{p}_{Sh}$: -3 W
LC フィルタ	$\bar{p}_Z$: 181 W	$\bar{p}_{ZF}$: 70 W	$\bar{p}_{Zh}$: 111 W
整流回路	$\bar{p}_L$: 18726 W	$\bar{p}_{LF}$: 18840 W	$\bar{p}_{Lh}$: -114 W

て、これらの電力フローを検出することで高調波発生源を推定できる。

しかしながら、基本波有効電力 $\overline{p_{LF}}$ に比べサイリスタ整流回路が発生している高調波電力 $\overline{p_{Lh}}$ が 0.2% 程度と小さいため実システムにおいて高調波電力を正確に検出することは困難である。したがって、前節で述べた三相一括した高調波電力は数学的には定義可能であるが、従来方式と同様、これを用いて高調波発生源を推定することは検出精度等で問題がある。

なお、図 1 において系統インピーダンスの抵抗分が零の場合、すなわち $Z_s = j0.04 \Omega$ の場合、表 2 および表 3 の高調波有効電力も零となる。このように、電源側あるいは上位系統に高調波有効電力を消費する抵抗が存在しない場合には、従来方式および本方式ともに高調波電力フローを検出することはできない。

3. 高調波発生源の推定に適した高調波電力の計算法

本章では、検出精度が問題とならない高調波電力の計算法について検討する。

〈3・1〉 高調波電力の計算法 表 3 に示したように、図 1 のシステムではサイリスタ整流回路が発生し電源へ送り出している高調波電力は基本波有効電力の 1% 以下であるため、 $\overline{p}$ と $\overline{p_h}$ の差を検出することが難しい。そこで、(13) 式を求める代わりに受電端電圧の基本波分を取り除いて p, q を計算する。この方法は、受電端電圧の基本波分の情報のみを新たに用いるという本論文で提案した高調波電力の検出方法の特徴に変わりはない。ここで、(5) 式から基本波分を取り除くと次式となる。

$$\begin{aligned} v_{T\alpha} &= \sum_{n=2}^{\infty} \sqrt{2} V_{an} \cos n\omega t \\ v_{T\beta} &= \sum_{n=2}^{\infty} \sqrt{2} V_{bn} \sin n\omega t \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

(14) 式に適当なゲイン K をかけ、(6) 式とで p, q を求めると次式を得る。

$$\begin{aligned} p_h &= K \sum_{k=2}^{\infty} (V_{ak} I_{ak} \cos \theta_{ak} + V_{bk} I_{bk} \cos \theta_{bk}) \\ &+ K \sum_{k=2}^{\infty} \{ V_{ak} I_{ak} \cos(2k\omega t - \theta_{ak}) \\ &+ V_{bk} I_{bk} \cos(2k\omega t - \theta_{bk}) \} \quad (k=n=h) \\ &+ K \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{h=1}^{\infty} \{ V_{an} I_{ah} \cos\{(h+n)\omega t - \theta_{ah}\} \\ &- V_{bn} I_{bh} \cos\{(h+n)\omega t - \theta_{bh}\} \\ &+ V_{an} I_{ah} \cos\{(h-n)\omega t - \theta_{ah}\} \\ &+ V_{bn} I_{bh} \cos\{(h-n)\omega t - \theta_{bh}\} \} \quad (n \neq h) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_h &= -K \sum_{k=2}^{\infty} (V_{bk} I_{ak} \sin \theta_{ak} + V_{ak} I_{bk} \sin \theta_{bk}) \\ &- K \sum_{k=2}^{\infty} \{ V_{bk} I_{ak} \sin(2k\omega t - \theta_{ak}) \\ &+ V_{ak} I_{bk} \sin(2k\omega t - \theta_{bk}) \} \quad (k=n=h) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ K \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{h=1}^{\infty} \{ -V_{bn} I_{ah} \sin\{(h+n)\omega t - \theta_{ah}\} \\ &+ V_{an} I_{bh} \sin\{(h+n)\omega t - \theta_{bh}\} \\ &+ V_{bn} I_{ah} \sin\{(h-n)\omega t - \theta_{ah}\} \\ &+ V_{an} I_{bh} \sin\{(h-n)\omega t - \theta_{bh}\} \} \quad (n \neq h) \end{aligned}$$

$\overline{p_h}$ および $\overline{q_h}$ は次式となる。

$$\begin{aligned} \overline{p_h} &= K \sum_{k=2}^{\infty} (V_{ak} I_{ak} \cos \theta_{ak} + V_{bk} I_{bk} \cos \theta_{bk}) \\ \overline{q_h} &= -K \sum_{k=2}^{\infty} (V_{bk} I_{ak} \sin \theta_{ak} + V_{ak} I_{bk} \sin \theta_{bk}) \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

高調波発生源を推定する場合、検出した高調波有効電力の総和が正となるか負となるのかが重要であるから(17)式の $\overline{p_h}$ の正負が判断できればよい。しかも、(17)式の高調波電力は基本波有効電力とは無関係に検出可能であり、適当なゲインをかけ K 倍することで、見かけ上、高調波電力を増大させることができる。これは、基本波有効電力に対応した電力計のみを所有している場合、高調波電力を増大させて検出できることを示している。このため、高調波電力の検出の際の誤差を大幅に低減できる*。

したがって、(17)式を用いることで基本波有効電力には影響を受けずに高調波発生源を探索できる。図 2 に、本論文で提案する高調波電力の計算法のブロック図を示す。検出した受電端電圧 v_T からバンドエリミネーションフィルタ B.E.F. を用いて基本波分を除去し、受電端電圧の高調波分 v_{Th} を求める。この v_{Th} と電流 i_L で pq 演算を行い、 p, q の高調波に起因する成分 p_h, q_h を求める。さらに、ローパスフィルタを通して直流分を抽出し高調波有効電力 $\overline{p_h}$ 、高調波無効電力 $\overline{q_h}$ を得る。

〈3・2〉 シミュレーション結果 表 3 と同様に、図 1 のシステムについてシミュレーションを行い(17)式に基づく高調波電力の数値解を求めた。表 4 に、表 3 と同一の条件下で電力を求めた結果を示す。表 3 において、最も高調波電力を検出するのが困難な電源側の電力を示している。ここで、ゲイン $K=10$ としているため $\overline{p_{sh}}, \overline{q_{sh}}$ は、実際の高調波電力の 10 倍となっている。サイリスタ整流回路が発生している高調波電力のなかで系統へ流出している電

図 2 高調波電力の計算法
Fig. 2. Block diagram for calculation method of harmonic power.

表 4 シミュレーションによる高調波電力の数値解
Table 4. Numerical results of harmonic powers calculated by digital simulation.

$\overline{p_s}$	$\overline{q_s}$	$\overline{p_{sf}}$	$\overline{q_{sf}}$	$\overline{p_{sh}}$	$\overline{q_{sh}}$
18907 W	182 VA	18910 W	207 VA	-30 W	-250 VA

* 誤差については後述する。

(a) 電圧・電流波形

(b) 瞬時電力 \$p\$ の波形

図 3 シミュレーション波形

Fig. 3. Simulation waveforms for Fig. 1.

力は基本波有効電力の 0.05% 以下であるが、基本波有効電力の大きさに無関係に高調波電力 $\overline{p_{Sh}}$ を検出することができる。

図 3 に、この場合のシミュレーション波形を示す。同図 (b) の p_S と p_{SF} を比較すると、これらの差を検出することが極めて難しいことがわかる。これに比べ、(15) 式から計算した p_{Sh} は基本波有効電力に関係なく検出できる。

さらに、電源側に高調波電圧源が存在している場合を検討するために、五次および七次の高調波電圧をそれぞれ 2% 考慮し、シミュレーションを行った。表 5 は、このときの数値解である。表 5 において、電源側の高調波電力 $\overline{p_{Sh}}$ が正となっている。これは、負荷側のサイリスタ整流回路の他に電源側にも高調波発生源が存在していること表わしている。この場合には、サイリスタ整流回路に対する高調波対策を施すとともに、電源側についても検討する必

表 5 電源に高調波電圧を考慮した場合の高調波電力の数値解

Table 5. Numerical results in case of considering harmonic voltage distortion in source.

$\overline{p_S}$	$\overline{q_S}$	$\overline{p_{SF}}$	$\overline{q_{SF}}$	$\overline{p_{Sh}}$	$\overline{q_{Sh}}$
18950 W	202 VA	18910 W	210 VA	400 W	-80 VA

要があることを示している。

なお、表 5 において電源側から流入する高調波電力と負荷側から電源側へ送り出している高調波電力の大きさが等しい場合、従来の方式と同様に、高調波電力フローを検出することは不可能である。しかし、このような場合、長時間に渡り高調波電力を測定し相関を見出す方法が採用されている⁽³⁾。従来方式に比べ、より簡易に高調波電力を検出できる本方法は、この点からも有効である。

〈3・3〉 従来の方式との比較 高調波発生源を推定するためにフーリエ級数を用いて各相ごとに各次数の高調波電力を検討する従来の方法と、本論文で提案した方式を比較すると以下ようになる。

● pq 理論を用いた方法

- (a) 検出した電圧の基本波分の情報が新たに必要
- (b) 電源電圧・負荷電流がともに不平衡の状態においても三相一括して高調波電力を検出可能
- (c) 高調波電力を実時間で検出可能

● 従来の方法⁽³⁾

- (a) 検出した電圧・電流を各相ごとにフーリエ級数に分解
- (b) 各相ごとの各次数における高調波電力を検討
- (c) 実時間での高調波電力の検出は不可能

〈3・4〉 二電力計法による高調波有効電力の検出 従来の方式では、受電端における相電圧の位相が必要であり線間電圧の位相を換算し相電圧の位相を求めていた⁽³⁾。これに対し、本論文で提案した方法では、無効電力を検出する必要のない場合、二電力計法を用いることにより相電圧を求めることなく線間電圧から直接高調波有効電力を計算可能である。

今、簡単のために平衡三相とし、高調波電圧および電流に五次のみを考慮する。このとき、線間電圧および電源電流は次式となる。

$$\begin{aligned}
 e_{ac} &= \sqrt{2}E \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \sqrt{2}E_5 \cos\left(5\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 e_{bc} &= \sqrt{2}E \cos(\omega t - \pi) + \sqrt{2}E_5 \sin(5\omega t - \pi) \cdots \cdots (18) \\
 i_a &= \sqrt{2}I \sin(\omega t - \phi) + \sqrt{2}I_5 \sin(5\omega t - \phi_5) \\
 i_b &= \sqrt{2}I \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \phi\right) \\
 &\quad + \sqrt{2}I_5 \sin\left(5\omega t - \frac{2\pi}{3} - \phi_5\right) \cdots \cdots (19)
 \end{aligned}$$

二電力計法から電力 p' は次式で与えられる。

$$p' = e_{ac}i_a + e_{bc}i_b \cdots \cdots (20)$$

(20) 式によって電力を計算する際に、(15) 式と同様に受電

端電圧の基本波分をフィルタにより除去すると次式を得る。

$$\bar{p}' = \sqrt{3}E_s I_s \cos \phi_5 + \sqrt{3}E_s I \cos(4\omega t + \phi) \cdots \cdots (21)$$

このとき、 $\bar{p}'$ は次式となる。

$$\bar{p}' = \sqrt{3}E_s I_s \cos \phi_5 \cdots \cdots (22)$$

したがって、線間電圧を相電圧に換算することなく、直接(22)式によって容易に高調波電力を検出できる。

なお、配電系統の高調波障害において第五次に起因するものが大部分である⁽⁶⁾⁽⁷⁾。本論文で提案した方法は、三相一括し、かつ全高調波を考慮して高調波電力を定義している。このため、第五次のみならず全高調波に起因する高調波電力を検出することができる。

4. 高調波発生源の探索例

本論文で提案した高調波電力検出法を用いて、高調波発生源を探索した例について述べる。図4は、サイリスタ整流回路が複数存在する回路構成図を示す。構内負荷には、表1に示した定数のLCフィルタを接続し高調波対策を行っている整流回路Rec.1と、高調波対策を行っていない整流回路Rec.2が電源に並列に接続されている。図4において、各変圧器の漏れインピーダンスは表6のとおりである。

この場合の各部のシミュレーション波形を図5に示す。Rec.1に高調波対策を施しているにもかかわらず、電源側の電流 i_{s1} に高調波電流が含まれている。したがって、この原因を突き止めなければRec.1と並列に接続しているLCフィルタに発熱などの高調波による障害が発生する可能性がある。そこで、 i_{s1} 、 i_z および i_{L1} について、(22)式

図4 システム構成図
Fig. 4. Circuit configuration.

表6 図4の回路定数
Table 6. Circuit constants for Fig. 4.

T_{rs}	T_{r1}	T_{r2}
1% (0.004 + j 0.02 Ω)	2% (0.008 + j 0.04 Ω)	2% (0.008 + j 0.04 Ω)
3 ϕ , 200 V, 50 Hz, 20 kVA ベース		

に基づき線間電圧と各電流から高調波電力を求めると、表7を得る。LCフィルタに着目すると、Rec.1が発生している高調波電力 $\bar{p}_{L1h}$ に比べ、LCフィルタで消費される高調波電力 $\bar{p}_{L1h}$ が大きくなっている。そこで、 v_{T1} と i_{s1} から高調波電力を求めると、表7中の $\bar{p}_{s1h}$ となる。この $\bar{p}_{s1h}$ が正であることから、LCフィルタは電源側から高調波電力を受けとっていることが確認できる。一方、受電端で受電端電圧 v_T と電源電流 i_s から高調波電力を検出すると、 $\bar{p}_{sh} = -17$ Wとなる。このとき、高調波有効電力が構内負荷側から上位系統へ流入しており、上位系統からは高調波電力を受けとっていない。このことから、受電端変圧器 T_{rs} よりも下位にRec.1の他に対策が施されていない高調波発生源が存在し、これによる高調波電流がLCフィルタに流入していると考えられる。このRec.1の他に、構内に存在する高調波発生源を特定する必要がある。

次に、別の構内負荷について高調波電力を検討する。たとえば、受電端において v_T と電流 i_{s2} で高調波電力を求めると、表7の $\bar{p}_{s2h}$ となる。これより、 T_{r2} 側に高調波発生源が存在していることが確認できる。図4では、

図5 シミュレーション波形
Fig. 5. Simulation waveforms for Fig. 4.

表7 図4における各点の高調波電力
Table 7. Numerical results of harmonic powers for Fig. 4.

$\bar{p}_{L1h}$	$\bar{p}_{zh}$	$\bar{p}_{s1h}$	$\bar{p}_{sh}$	$\bar{p}_{s2h}$
-104 W	112 W	8 W	-17 W	-26 W

Rec.2 が既知であるため、LC フィルタに流入している高調波電力を発生しているのは Rec.2 であるという結論が得られる。このとき、Rec.2 に LC フィルタを設置するなどの高調波対策を施す必要がある。この例では、高調波発生源が既知であるが、既知でない場合でもこれと同様の方法による高調波源を探索・特定することができる。

なお、先に指摘したように、高調波発生源を推定する場合には長時間に渡り高調波電力フローを検討し、配電系統における時間的推移を調査する場合が少なくない。このような場合、従来方法に比べ簡易にかつ精度良く高調波電力フローを検出可能な本論文の方法は極めて有効である。

5. 誤差についての検討

本章では、高調波電力を検出する際の誤差について論じる。簡単のために高調波電力には、第五次に起因する成分だけを考慮する。以下では、添字 0 が付けられているものは真値を表し、0 が付けられていないものは測定値を表すものとする。このとき、有効電力 $\bar{p}$ の真値 $\bar{p}_0$ は次式となる。

$$\begin{aligned}\bar{p}_0 &= V_{01} I_{01} \cos \phi_{01} - V_{05} I_{05} \cos \phi_{05} \\ &= \bar{p}_{0F} - \bar{p}_{0h} \dots \dots \dots (23)\end{aligned}$$

今、基本波電力に合わせたレンジで電力を測定するものとし、この場合の誤差を ε_p とする。また、 $\bar{p}_{0F}$ と $\bar{p}_{0h}$ の比を $K_p = \bar{p}_{0F} / \bar{p}_{0h}$ とすると、電力計の誤差を考慮した全有効電力の測定値は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\bar{p} &= (1.0 \pm \varepsilon_p) \times \bar{p}_{0F} - (1.0 \pm K_p \varepsilon_p) \times \bar{p}_{0h} \\ &= \bar{p}_F - \bar{p}_h \dots \dots \dots (24)\end{aligned}$$

これより、数値解を求めてみる。表 3 から、それぞれ真値を $\bar{p}_{0F} = 20 \text{ kW}$ 、 $\bar{p}_{0h} = 100 \text{ W}$ とし電力計の測定誤差を $\varepsilon_p = 0.2\%$ とすると⁽⁸⁾、次式を得る。

$$\bar{p}_F = 20000 \pm 40 \text{ W} \dots \dots \dots (25)$$

$$\begin{aligned}\bar{p} &= (2000 \pm 40) - (100 \pm 40) \\ &= 19900 \pm 80 \text{ W} \dots \dots \dots (26)\end{aligned}$$

これより、測定誤差を考慮すると $\bar{p}_F (\text{Min}) < \bar{p} (\text{Max})$ となる。真値は、 $\bar{p}_{0F} > \bar{p}_0$ であるから、2.2 節で述べたようにこれらを比較する方法では電圧検出器 PT、電流検出器 CT の誤差を無視しても高調波有効電力の方向を正確に判断することは難しい。

次に、(17) 式に基づいて高調波有効電力を計算する場合について検討する。(17) 式において $K=1$ とすると、(26) 式の $\bar{p}$ の第 2 項目が測定範囲を表わしている。したがって、

$$\bar{p}_h = -100 \pm 40 \text{ W} \dots \dots \dots (27)$$

となり、40% の誤差が含まれるが高調波電力の方向を判断することが可能である。

ところで、(17) 式では高調波電力を基本波電力と無関係に検出できる。このため、 $\bar{p}_h$ を高調波電力に合わせたレンジで高調波電力を測定したとすると、

$$\begin{aligned}\bar{p}_h &= -(1.0 \pm \varepsilon_p) \times \bar{p}_{0h} \\ &= -100 \pm 0.2 \text{ W} \dots \dots \dots (28)\end{aligned}$$

となり、高調波電力を精度よく検出可能である。

さらに、大電力を扱う場合、電力計に電圧および電流を印加することは少なく、PT および CT を介するのが一般的である。上記の誤差に、これらの誤差を考慮する必要がある。PT の検出誤差を ε_v 、CT の検出誤差を ε_I とし、(24) 式で基本波分と高調波分の比を $K_v = V_{01} / V_{05}$ 、 $K_I = I_{01} / I_{05}$ とする。電力計と同様にフルスケールを基本波分の値とし、高調波電力に合わせたレンジで電力を測定するものとする、(24) 式中の $\bar{p}_h$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\bar{p}_h &= -(1.0 \pm K_v \varepsilon_v) \times (1.0 \pm K_I \varepsilon_I) \\ &\quad \times (1.0 \pm \varepsilon_p) \times \bar{p}_{0h} \dots \dots \dots (29)\end{aligned}$$

一方、本論文で提案した高調波電力検出法では受電端電圧の基本波分を除去するフィルタの誤差をさらに考慮する必要がある。受電端電圧の基本波の残存率を ζ_f とし第五次調波の検出誤差を ε_f とする。これらを(29)式に考慮すると次式を得る。

$$\begin{aligned}\bar{p}_h &= \pm \zeta_f \times \bar{p}_F \\ &\quad - (1.0 \pm K_v \varepsilon_v) \times (1.0 \pm K_I \varepsilon_I) \\ &\quad \times (1.0 \pm \varepsilon_p) \times (1.0 \pm \varepsilon_f) \times \bar{p}_{0h} \dots \dots \dots (30)\end{aligned}$$

一般に、誤差の積は無視することができるので(30)式を整理すると次式となる。

$$\begin{aligned}\bar{p}_h &= \pm \zeta_f \times \bar{p}_F \\ &\quad - \{1.0 \pm (K_v \varepsilon_v + K_I \varepsilon_I + \varepsilon_p + \varepsilon_f)\} \times \bar{p}_{0F} \\ &\quad \dots \dots \dots (31)\end{aligned}$$

これにより、数値解を求めてみる。基本波分に対し五次の高調波電圧を 2%、五次の高調波電流を 20% とする。また、電圧・電流検出器において PT、CT の誤差、および、これらの入力ユニットの誤差の両者を考慮し $\varepsilon_v = 0.25\%$ 、 $\varepsilon_I = 0.45\%$ とする⁽⁸⁾。また、基本波分を除去するフィルタには二次対バンドエリミネーションフィルタを考え、 $Q=5$ とする。このとき、基本波に対する減衰率は -80 dB 、第 5 次高調波電圧の検出誤差は $\varepsilon_f = 1\%$ となる⁽⁹⁾。

これらを(31)式に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned}\bar{p}_h &= \pm 20000 \times 10^{-4} - 100 \pm 15.95 \\ &= -100 \pm 17.95 \text{ W} \dots \dots \dots (32)\end{aligned}$$

この結果より、本論文で提案した高調波電力の検出法は測定器の誤差を考慮した場合でも、良好に高調波電力を検出可能であることが明らかである。したがって、本論文で提案した高調波電力の検出法は極めて実用的な方法であり、高調波発生源を推定するために有効である。

6. む す び

本論文では、まず、pq 理論を用いて整流回路が発生する高調波電力を三相一括して定義し、この高調波電力を用いることで、従来方法に比べ、簡易にかつ精度良く高調波電力を検出可能であることを明らかにした。次に、計算機シミュレーションにより、本論文で提案した高調波検出法が高調波発生源の探索・推定に有効であることを確認した。さらに、高調波電力を検出する際の測定器の誤差について検討し、提案した高調波電力検出法が極めて実用的な方法

であることを明らかにした。

本論文で提案した高調波電力検出法は、従来の方式に比べ、より簡単に実時間で高調波電力を検出可能である。このため、長時間に渡り高調波電力を測定し、高調波電力の状況を追跡する際に有効であると考ええる。

最後に、本論文は半導体電力変換研究会で発表した研究会資料⁽¹⁰⁾について加筆修正を加えたものであることを付記し、貴重な御討論を賜りました鉄道総合技術研究所加賀重夫氏をはじめ関係各位に厚くお礼申し上げます。また、本研究に御協力いただいた本学卒業研究生大橋和明君にお礼申し上げます。

(平成5年7月23日受付)

文 献

- (1) 坪井・廣塚・松井・岩田：「半導体応用家電機器の普及に伴う高調波電力シミュレーション結果」，平5電気学会全大，No. 600
- (2) 藤田・中村・西村：「高調波の流入流出に関する基礎研究」，平4電気学会全大，No. 584
- (3) 井上：「高調波電流発生源と測定方法および分流計算」，平3産業部門応用全大，S.7-2
- (4) 赤木・金澤・藤田・難波江：「瞬時電力の一般化理論とその応用」，電学論 B, **103**, 1983 (昭58)
- (5) 井上：「配電線負荷の第5調波電流発生源と負荷の等価回路推定法」，電学論 B, **101**, 1981 (昭56)
- (6) B. Elham Marram, B. Regan Haines & A. Adly Girgis: "Effect of Harmonic Distortion in Reactive Power Measurement", *IEEE Trans. Industr. Applic.* IA-28, 782 (1992)
- (7) 宮田：「高調波問題とその考え方」，設備設計(昭59連載)
- (8) 柴田，他：「3195 デジタルパワーアナライザ」，日置技法，**13**, No.3(平4)
- (9) エヌエフ回路設計ブロック：「アプリケーションノート-機能モジュール編-」
- (10) 田中・赤木：「 pq 理論を用いた高調波発生源の推定法」，電気学会半導体電力変換研究会資料，SPC-93-31(平5)

田 中 俊 彦 (正員) 昭和34年7月29日生。59年3月長岡

技術科学大学大学院修士課程電気電子システム工学専攻修了。同年4月東洋電機製造(株)入社。60年7月釧路工業高等専門学校電気工学科助手。平成元年4月雇用促進事業団に入り、北海道職業訓練短期大学講師を経て平成3年4月職業訓練大学校(現、職業能力開発大学校)講師、現在に至る。主として、パワーエレクトロニクスに関する研究に従事。IEEE 会員。

赤 木 泰 文 (正員) 昭和26年8月19日生。54年3月東京

工業大学大学院博士課程電気工学専攻修了。工学博士。同年4月長岡技術科学大学電気系助手。59年同助教授。62年3月～12月MIT客員研究員。平成3年8月岡山大学工学部電気電子工学科教授。モータドライブ、電力用アクティブフィルタ、高周波インバータなどの研究に従事。

1980, 85, 90年IEEE/IAS Committee Prize Paper Award, 91年IEEE/IAS Society Prize Paper Award. 昭和60, 平成3年電気学会論文賞。IEEE 会員。