固定子鉄損を考慮したリラクタンスモータの モデル化とパラメータ測定法

正員 上里 勝実 (琉球大)

正員 千住 智信 (琉球大)

正員 友利 好克 (琉球大)

Modeling and Parameter Measurement of Synchronous Reluctance Motors Including Stator Iron Loss

Katsumi Uezato, Member, Tomonobu Senjyu, Member, Yoshikatsu Tomori, Member (University of the Ryukyus)

This paper presents voltage equations and a parameter measurement for synchronous reluctance motors including the stator iron loss. The stator iron loss is modelled by additional windings on three-phase axes. These windings are transformed into d - q axes and are represented as equivalent eddy current circuits. The stator iron loss is introduced as equivalent iron loss resistances in voltage equations on the assumption that the losses in the stator core are produced in the equivalent eddy current circuits on d - q axes. The voltage equations including the equivalent iron loss resistances are derived by use of time constant approximations of equivalent eddy current circuits.

Parameters, which are the equivalent iron loss resistance and the d - q axes self-inductances, in the voltage equations are measured by P - Q circle diagram method. As the P - Q circle diagram method is implemented in synchronous condition, the exactly measurement is possible.

キーワード：リラクタンスモータ，鉄損， d - q 巻線モデル， P - Q 円線図法

1. ま え が き

リラクタンスモータは，同期電動機のように回転子側に界磁巻線を持たないため，励磁電流を固定子巻線（電源）から供給しなければならず，一次電流が比較的大きく，力率が小さいという欠点がある。しかし，回転子の構造が極めて簡単で，かつ堅牢であるため，近年高速用電動機として注目され，超高速発電機としての研究も行われている⁽¹⁾。

これまでのリラクタンスモータの特性検討においては，主に固定子および回転子巻線の直軸，横軸インダクタンスと抵抗分のみが考慮されてきた。損失面から見た場合，固定子および回転子の銅損のみが考慮され，固定子鉄損および回転子鉄損などの影響は無視されている。しかし，上述のような電動機の高速度および精密な速度制御に際しては，駆動周波数の増加に伴う固定子鉄損の増加が無視できないものとなる。これまで，固定子鉄損を等価的な鉄損抵抗とおき，励磁インダクタンスに並列に挿入したモデルに対して，固定子鉄損抵抗を含めたパラメータの測定法やベクトル制御法などが検討されているが⁽¹⁾⁽²⁾，そのモデルに対する理論的な展開は十分でないように思える。すなわ

ち，理論的に電圧方程式を導出することなく，物理的な考察からこれまでの等価回路に等価鉄損抵抗を挿入しているため，過渡時の d - q 軸の干渉まで明確にすることができなかった。

文献(3)では，誘導機に関する固定子鉄損抵抗を考慮した電圧方程式を巻線モデルから理論的に導出し，過渡時の等価鉄損抵抗の振る舞いを明らかにしている。しかし，理論展開の基礎となる d - q 巻線モデルについては，固定子鉄損を表現する等価うず電流回路が単に d - q 軸上（回転座標）に挿入されており，実際の三相固定子上に発生する鉄損と d - q 軸上の等価うず電流回路との関係が不明確であるように思われる。一方，リラクタンスモータは回転子の突極性のため，三相巻線のインダクタンスは回転子位置角の関数となり，単に等価うず電流回路を d - q 軸上に挿入できるのか問題である。さらに， d 軸および q 軸で磁束分布が異なるため，固定子鉄損が d - q 軸上でどのように表現されるか不明である。

本論文では，固定子鉄損が固定子内に存在する等価うず電流回路で生じる⁽³⁾という仮定のもとに三相巻線モデルを設定し，固定子鉄損を導入したリラクタンスモータの電圧方程式を導出する⁽⁴⁾⁽⁵⁾。固定子鉄損は，三相巻線軸上で

同一巻線抵抗および回転子位置角の関数であるインダクタンスを有する等価うず電流巻線としてモデル化し、三相二相変換により、 $d-q$ 軸上の等価うず電流回路として導入する。したがって、三相固定子上で発生する鉄損と $d-q$ 軸上の等価うず電流回路との関係が明確になる。この $d-q$ 巻線モデルに対して、まず固定子鉄損を考慮した定常状態の電圧方程式および過渡時の電圧方程式の導出に必要な近似を導く。次いで、得られた近似式を用いて固定子鉄損を考慮した過渡時の電圧方程式を導出する⁽⁵⁾。得られた電圧方程式から、等価鉄損抵抗は $d-q$ 軸で同一となること、また過渡時の鉄損の影響は突極機（リラクタンスモータ）と誘導機と同様になることを示す。また、導出した近似式を用いて等価鉄損抵抗が駆動周波数の関数となることを理論的に示す。

リラクタンスモータや突極形同期機に関する直軸および横軸リアクタンスの測定法については、これまで各種の方法が提案されている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。また、 $P-Q$ 円線図法を用いて等価鉄損抵抗を含めた固定子諸量の測定法も検討されているが⁽¹⁾、等価鉄損抵抗が励磁インダクタンスに対して並列に挿入されるため測定法に関する理論展開が複雑であり、等価回路定数に関する近似が必要となる。

本論文では、前述した電圧方程式の中に含まれる等価回路定数が、 $P-Q$ 円線図法を用いて決定できることを示す。さらに、本算定法によって等価回路定数を算定し、その妥当性を実験により検証する。また、得られた等価回路定数を用いて、過渡時の電圧方程式の導出に際して導入した近似式の妥当性を示す。本論文で提案する測定法は、等価鉄損抵抗が励磁インダクタンスに対して直列に挿入されるため、測定法に関する理論展開が容易であり、また等価回路定数に関する近似を必要としないため、正確なパラメータ算定が可能である。

本論文で導出する固定子鉄損抵抗を含む電圧方程式は、リラクタンスモータの過渡的特性を表現できるため、ベクトル制御に適用可能である。ベクトル制御は、電圧方程式に基づいて行われるため、機器定数はあらかじめ測定しておく必要があり、その一測定法として本測定法を提案する。

2. 鉄損を考慮した電圧方程式

本章では、まず電圧方程式の導出に際しての仮定を設け、それに基づいて三相巻線モデルを設定する。次いで、三相巻線モデルを三相二相変換することにより、 $d-q$ 巻線モデルを導出し、得られた $d-q$ 巻線モデルを基に過渡状態の電圧方程式を導出して、過渡時の等価鉄損抵抗の影響を明確にする。さらに、本論文で導入した等価鉄損抵抗が駆動周波数の関数となることを理論的に示す。なお、ダンパレスの回転子を対象として理論展開している。

〈2・1〉 仮定と巻線モデル 電圧方程式の導出に際し、以下の三つの仮定を設ける。

(a) 電流および磁束の高調波成分は考慮しない。

図 1 三相巻線モデル
Fig. 1. Three-phase winding model.

(b) 磁気飽和現象、回転子鉄損および漂遊負荷損は無視する。

(c) 固定子鉄損は固定子内に存在する等価うず電流回路で生じるものとする。

(c)の仮定は固定子内に分布するうず電流を集中回路として取り扱うものである。

以上の仮定に従って、三相巻線軸上に、同一巻線抵抗および回転子位置角の関数であるインダクタンスを有する等価うず電流巻線を仮定した、三相巻線モデルを図1のように設定する。同図において、1a, 1b, 1c は三相固定子巻線、3a, 3b, 3c は三相等価うず電流巻線を表わし、括弧内の r および L は各巻線の巻線抵抗および自己インダクタンスを表わす。また、 M は各巻線間の相互インダクタンスを表わし、各添え字は各巻線を表わす。ここで、図の表示の煩雑さを避けるため、相互インダクタンスは a 相の等価うず電流巻線についてのみ示している。

リラクタンスモータは突極機であるため、固定子巻線および等価うず電流巻線のインダクタンスは、回転子の位置角 θ_r により変化し、固定子巻線および等価うず電流巻線の自己インダクタンスは、次式のように $2\theta_r$ の関数として表わすことができる。

$$L_{1a1a} = L_{11} + L_{10} \cos 2\theta_r$$

$$L_{1b1b} = L_{11} + L_{10} \cos\left(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$L_{1c1c} = L_{11} + L_{10} \cos\left(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$L_{3a3a} = L_{33} + L_{30} \cos 2\theta_r$$

$$L_{3b3b} = L_{33} + L_{30} \cos\left(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$L_{3c3c} = L_{33} + L_{30} \cos\left(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right)$$

ただし、

$$L_{11} = \frac{(L_{1\max} + L_{1\min})}{2}, \quad L_{10} = \frac{(L_{1\max} - L_{1\min})}{2}$$

$$L_{33} = \frac{(L_{3\max} + L_{3\min})}{2}, \quad L_{30} = \frac{(L_{3\max} - L_{3\min})}{2}$$

ここで、 $L_{1\max}$ および $L_{3\max}$ はそれぞれ固定子および等価うず電流巻線のインダクタンスの最大値を表わし、 $L_{1\min}$ および $L_{3\min}$ はインダクタンスの最小値を表わしている。

次に、固定子巻線間および等価うず電流巻線間の相互インダクタンスは、自己インダクタンスと同様に $2\theta_r$ の関数として次式のように表わされる。

$$M_{1a1b} = -\frac{1}{2}L_{11} + L_{10} \cos\left(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$M_{1b1c} = -\frac{1}{2}L_{11} + L_{10} \cos 2\theta_r$$

$$M_{1c1a} = -\frac{1}{2}L_{11} + L_{10} \cos\left(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$M_{3a3b} = -\frac{1}{2}L_{33} + L_{30} \cos\left(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$M_{3b3c} = -\frac{1}{2}L_{33} + L_{30} \cos 2\theta_r$$

$$M_{3c3a} = -\frac{1}{2}L_{33} + L_{30} \cos\left(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right)$$

さらに、固定子巻線と等価うず電流巻線間の相互インダクタンスは、次式のように表わされる。

$$M_{1a3a} = L_{13} + L_{130} \cos 2\theta_r$$

$$M_{1b3b} = L_{13} + L_{130} \cos\left(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$M_{1c3c} = L_{13} + L_{130} \cos\left(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$M_{1a3b} = M_{1b3a} = -\frac{1}{2}L_{13} + L_{130} \cos\left(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$M_{1b3c} = M_{1c3b} = -\frac{1}{2}L_{13} + L_{130} \cos 2\theta_r$$

$$M_{1c3a} = M_{1a3c} = -\frac{1}{2}L_{13} + L_{130} \cos\left(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right)$$

ただし、

$$L_{13} = \frac{(L_{13\max} + L_{13\min})}{2}, \quad L_{130} = \frac{(L_{13\max} - L_{13\min})}{2}$$

ここで、 $L_{13\max}$ および $L_{13\min}$ は、固定子巻線と等価うず電流巻線の相互インダクタンスの最大値および最小値を表わしている。

文献(2)では、固定子鉄損を表現する三相巻線は同相の固定子巻線とのみ磁気結合されており、他相との磁気関係は考慮されていない。しかし、固定子巻線間に相互インダクタンスが存在するように、固定子鉄損は同相巻線のみでなく他相巻線の磁束にも影響するので、上述のようにすべての巻線との磁気結合を考慮しなければならない。

以上の自己インダクタンスおよび相互インダクタンスを用いると、図1の三相巻線モデルに対する電圧方程式は次式のように表わされる。

$$[v_{abc}] = [r][i_{abc}] + p[L][i_{abc}] \dots \dots \dots (1)$$

ただし、

$$[v_{abc}] = [v_{1a} \ v_{1b} \ v_{1c} \ 0 \ 0 \ 0]^t$$

$$[i_{abc}] = [i_{1a} \ i_{1b} \ i_{1c} \ i_{3a} \ i_{3b} \ i_{3c}]^t$$

$$[r] = \text{diag}[r_1 \ r_1 \ r_1 \ r_3 \ r_3 \ r_3]$$

図2 d - q 巻線モデル
Fig. 2. d - q winding model.

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{1a1a} & M_{1a1b} & M_{1c1a} & M_{1a3a} & M_{1a3b} & M_{1a3c} \\ M_{1a1b} & L_{1b1b} & M_{1b1c} & M_{1b3a} & M_{1b3b} & M_{1b3c} \\ M_{1c1a} & M_{1b1c} & L_{1c1c} & M_{1c3a} & M_{1c3b} & M_{1c3c} \\ M_{1a3a} & M_{1b3a} & M_{1c3a} & L_{3a3a} & M_{3a3b} & M_{3a3c} \\ M_{1a3b} & M_{1b3b} & M_{1c3b} & M_{3a3b} & L_{3b3b} & M_{3b3c} \\ M_{1a3c} & M_{1b3c} & M_{1c3c} & M_{3a3c} & M_{3b3c} & L_{3c3c} \end{bmatrix}$$

(1)式の電圧方程式を回転子角速度 ω_r で回転する d - q 軸上へ三相二相変換すると、図2の d - q 巻線モデルが得られる。同図において、 $1d$ 、 $1q$ は固定子 d - q 巻線、 $3d$ 、 $3q$ は等価うず電流回路の d - q 巻線を表わす。図2は、文献(3)で導入された d - q 巻線モデルとほぼ同一であるが、回転子の突極性を考慮しているため各巻線のインダクタンスが d - q 軸で異なる。また突極機においては、三相軸上の等価うず電流巻線に関して他のすべての巻線との磁気結合を考慮しなければ、図2の d - q 巻線モデルは得られない。

以下、この巻線モデルに対する電圧方程式を導出する。

図2の巻線モデルに対する電圧方程式および磁束鎖交数は、次式のようにになる。

$$\begin{bmatrix} v_{1d} \\ v_{1q} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + pL'_{1d} & -\omega_r L'_{1q} & pM'_d & -\omega_r M'_q \\ \omega_r L'_{1d} & r_1 + pL'_{1q} & \omega_r M'_d & pM'_q \\ pM'_d & -\omega_r M'_q & r_3 + pL_{3d} & -\omega_r L_{3q} \\ \omega_r M'_d & pM'_q & \omega_r L_{3d} & r_3 + pL_{3q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{3d} \\ i_{3q} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (2)$$

$$\begin{cases} \Psi_{1d} = L'_{1d} i_{1d} + M'_d i_{3d}, & \Psi_{1q} = L'_{1q} i_{1q} + M'_q i_{3q} \\ \Psi_{3d} = L_{3d} i_{3d} + M_d i_{1d}, & \Psi_{3q} = L_{3q} i_{3q} + M_q i_{1q} \end{cases} \dots (3)$$

ただし、

$$L'_{1d} = \frac{3}{2}(L_{11} + L_{10}), \quad L'_{1q} = \frac{3}{2}(L_{11} - L_{10})$$

$$L_{3d} = \frac{3}{2}(L_{33} + L_{30}), \quad L_{3q} = \frac{3}{2}(L_{33} - L_{30})$$

$$M'_d = \frac{3}{2}(L_{13} + L_{130}), \quad M'_q = \frac{3}{2}(L_{13} - L_{130})$$

ここで、 v : 入力電圧、 i : 電流、 Ψ : 磁束鎖交数、 r : 各巻線抵抗、 L : 各巻線の自己インダクタンス、 M : 各巻線間の相互インダクタンス、 p : 微分演算子、 ω_r : 回転子角速度、各添え字は各巻線を表わす

(2)式は等価うず電流を含んだ電圧方程式である。一般

に、等価うず電流の検出は困難であり、そのため等価うず電流回路定数の測定も困難となる。したがって、本論文では、固定子側諸量のみで表現される電圧方程式を導出するため、(2)式から等価うず電流を消去する。しかし、(2)式の3,4行目から i_{3d}, i_{3q} を求め、直接1,2行目の i_{3d}, i_{3q} を消去すると p^3 を含む複雑な式となる。したがって等価回路定数の近似式を用いて過渡状態の電圧方程式を導出するために、まず定常状態の電圧方程式を導出する。

〈2・2〉 定常状態の電圧方程式と近似式 (2)式の3,4行目を、 i_{3d}, i_{3q} について解くと次式のようになる。

$$i_{3d} = -D_r \{ (pr_3 + \omega_r^2 L_{3q}) M_d' i_{1d} - (r_3 - pL_{3q}) \omega_r M_q' i_{1q} \} \quad (4)$$

$$i_{3q} = -D_r \{ (pr_3 + \omega_r^2 L_{3d}) M_q' i_{1q} + (r_3 - pL_{3d}) \omega_r M_d' i_{1d} \} \quad (5)$$

ただし、

$$D_r = 1 / (r_3^2 + \omega_r^2 L_{3d} L_{3q})$$

(2)式は回転子角速度 ω_r で回転する回転座標上の電圧方程式であるため、定常状態における各電流は直流量となり、微分演算子 p は零とおける。したがって、(2)、(4)、(5)式中の微分演算子 p を零とおくと、

$$v_{1d} = r_1 i_{1d} - \omega_r L_{1q}' i_{1q} - \omega_r M_q' i_{3q} \quad (6)$$

$$v_{1q} = r_1 i_{1q} + \omega_r L_{1d}' i_{1d} + \omega_r M_d' i_{3d} \quad (7)$$

となる。(7)式を(6)式に代入することにより、等価うず電流回路定数を含む、新しい等価回路定数で表現された定常状態の電圧方程式が次式のように得られる。

$$\begin{bmatrix} v_{1d} \\ v_{1q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + r_m & -\omega_r L_q \\ \omega_r L_d & r_1 + r_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix} \quad (8)$$

ただし、

$$\begin{aligned} L_d &= L_{1d}' - D_r \omega_r^2 M_d'^2 L_{3q} \\ L_q &= L_{1q}' - D_r \omega_r^2 M_q'^2 L_{3d} \\ r_m &= D_r \omega_r^2 M_d' M_q' r_3 \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 L_d, L_q ：固定子 d 軸および q 軸自己インダクタンス、 r_1 ：固定子巻線抵抗、 r_m ：等価鉄損抵抗

(8)式から等価鉄損抵抗 r_m は、励磁インダクタンスに対して直列に挿入され、 d - q 軸で同一となることがわかる。したがって、励磁電流と端子電流は同一となり、電機子端子から直接励磁電流を検出することが可能となるため、等価鉄損抵抗が励磁インダクタンスに対し並列に挿入されるモデル⁽²⁾ に比べ、ベクトル制御の適用が容易になると考えられる。

次に、過渡状態の電圧方程式を導出する際に必要となる近似式を導く。リラクタンスモータは突極機であり d - q 軸のインダクタンスが異なるため、文献(3)の近似式を直接適用できない。したがって、 d 軸および q 軸に関する近似式を(9)式の等価回路定数 L_d, L_q および r_m より導出する。

固定子の鉄損またはうず電流は、固定子巻線で発生した

磁束によって生じるため、等価うず電流回路の漏れ磁束はほぼ零と考えられる。したがって等価うず電流回路の漏れインダクタンスはほぼ零となる。また固定子巻線の漏れインダクタンスが、固定子自己インダクタンスに比較して十分小さいと仮定すると、次の関係式が成立する。

$$L_{1d}' \approx M_d' \approx L_{3d}$$

$$L_{1q}' \approx M_q' \approx L_{3q}$$

これらの関係式を用いると、(9)式の等価回路定数 r_m, L_d および L_q は次式のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} r_m &\approx D_r \omega_r^2 L_{3d} L_{3q} r_3 \\ L_d &\approx D_r r_3^2 L_{3d} \\ L_q &\approx D_r r_3^2 L_{3q} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(10)式から

$$\left. \begin{aligned} r_m / L_d &\approx \omega_r^2 L_{3q} / r_3 \\ r_m / L_q &\approx \omega_r^2 L_{3d} / r_3 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

したがって、(11)式から次の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} L_{3d} / r_3 &\approx r_m / (\omega_r^2 L_q) \ll 1 \\ L_{3q} / r_3 &\approx r_m / (\omega_r^2 L_d) \ll 1 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(12)式は、等価うず電流回路の時定数が1よりも十分小さいことを示している。さらに、(11)式から次の関係も成立する。

$$\left. \begin{aligned} r_3 / (\omega_r^2 L_{3d}) &\approx L_q / r_m \ll 1 \\ r_3 / (\omega_r^2 L_{3q}) &\approx L_d / r_m \ll 1 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(12)式および(13)式の関係は、次章の実験で測定される等価回路定数によりその妥当性が示される。

一般に、等価鉄損抵抗は駆動周波数の増加に伴って増加する。本論文で導入した等価鉄損抵抗も駆動周波数の関数となることを(12)式を用いて示す。

等価鉄損抵抗 r_m は、(9)式より

$$\begin{aligned} r_m &= D_r \omega_r^2 M_d' M_q' r_3 \\ &= \frac{\omega_r^2 M_d' M_q' r_3}{r_3^2 + \omega_r^2 L_{3d} L_{3q}} \\ &= \frac{\omega_r^2 M_d' M_q' r_3}{r_3^2 \{ 1 + (\omega_r L_{3d} / r_3) (\omega_r L_{3q} / r_3) \}} \end{aligned} \quad (14)$$

と表わされる。ここで、等価うず電流回路の時定数の関係式(12)式から、

$$\left. \begin{aligned} \omega_r L_{3d} / r_3 &\approx r_m / (\omega_r L_{1q}) \\ \omega_r L_{3q} / r_3 &\approx r_m / (\omega_r L_{1d}) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

となり、次の関係式が成立する。

$$(\omega_r L_{3d} / r_3) (\omega_r L_{3q} / r_3) \approx r_m^2 / (\omega_r L_{1q} \omega_r L_{1d}) \ll 1 \quad (16)$$

(16)式の妥当性は、次章の実験で測定される等価回路定数から容易に確認できる。したがって、(14)式は、

$$\begin{aligned} r_m &\approx \frac{\omega_r^2 M_d' M_q' r_3}{r_3^2} \\ &= \omega_r^2 \frac{M_d' M_q'}{r_3} \\ &= \omega_r^2 K_m \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{ただし、} K_m = \frac{M_d' M_q'}{r_3}$$

となる。(17)式は、等価鉄損抵抗 r_m が回転子角速度 ω_r の2乗にほぼ比例することを示している。リラクタンスモ

ータは同期電動機であり、回転子角速度 ω_r と電源の駆動角周波数とは同一となることから、 r_m は駆動周波数の関数として変化し、通常の巻線抵抗とは異なったものとなる。

次節では、(12)式および(13)式で表わされる近似式を用いて過渡状態の電圧方程式を導出する。

〈2・3〉 過渡状態の電圧方程式 等価うず電流に関する(4)式および(5)式は、次式のように変形できる。

$$i_{3d} = -D_r \left[\left(p \frac{r_3}{\omega_e^2 L_{3q}} + 1 \right) \omega_e^2 L_{3q} M_d' i_{1d} - \left(1 - p \frac{L_{3q}}{r_3} \right) r_3 \omega_r M_q' i_{1q} \right] \dots\dots\dots (18)$$

$$i_{3q} = -D_r \left[\left(p \frac{r_3}{\omega_e^2 L_{3d}} + 1 \right) \omega_e^2 L_{3d} M_q' i_{1q} + \left(1 - p \frac{L_{3d}}{r_3} \right) r_3 \omega_r M_d' i_{1d} \right] \dots\dots\dots (19)$$

(12)式および(13)の関係を用いて、(18)式および(19)式を近似すると次式のようになる。

$$i_{3d} \approx -D_r (\omega_e^2 L_{3q} M_d' i_{1d} - r_3 \omega_r M_q' i_{1q}) \dots\dots\dots (20)$$

$$i_{3q} \approx -D_r (\omega_e^2 L_{3d} M_q' i_{1q} + r_3 \omega_r M_d' i_{1d}) \dots\dots\dots (21)$$

したがって(20)式および(21)式を(2)式に代入して、 i_{3d} 、 i_{3q} を消去すると、固定子鉄損を考慮した過渡状態の電圧方程式が次式のように得られる。

$$\begin{bmatrix} v_{1d} \\ v_{1q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + r_m + pL_d & -\omega_r L_q + pK_{rm} \\ \omega_r L_d - pK_{rm} & r_1 + r_m + pL_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix} \dots\dots (22)$$

ここで、 $K_{rm} = r_m / \omega_r$

さらに、(20)式および(21)式を(3)式に代入すると、 d 軸および q 軸磁束鎖交数は次式のようになる。

$$\begin{cases} \Psi_{1d} = L_d i_{1d} + K_{rm} i_{1q} \\ \Psi_{1q} = L_q i_{1q} - K_{rm} i_{1d} \end{cases} \dots\dots\dots (23)$$

したがって、電磁トルクの瞬時値は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \tau_e &= (3/2)P(\Psi_{1d} i_{1q} - \Psi_{1q} i_{1d}) \\ &= (3/2)P\{(L_d - L_q)i_{1d} i_{1q} + K_{rm}(i_{1d}^2 + i_{1q}^2)\} \dots\dots (24) \end{aligned}$$

ここで、 P ：極対数

(22)式において、 K_{rm} が r_m を含むことから、 d - q 軸が等価鉄損抵抗を介して互いに干渉し、一種の変圧器起電力として現われることがわかる。また(23)式から、固定子磁束鎖交数が等価鉄損抵抗を介して互いに干渉することがわかる。つまり、 d 軸磁束鎖交数は d 軸電流だけでなく、等価鉄損抵抗を介して q 軸電流にも影響され、 q 軸磁束鎖交数もまた同様に d 軸および q 軸電流に影響される。この磁束鎖交数の干渉のため、電磁トルクが等価鉄損抵抗の影響を受けることになる。したがって、ベクトル制御を適用するためには、 d 軸および q 軸磁束の非干渉化が必要である。

なお(22)式は、固定子鉄損を考慮したリラクタンスモータの過渡的ふるまいを表現しているため、瞬時トルクを制御するベクトル制御に適用可能である。ベクトル制御は電圧方程式に基づいて行われるため、その中に含まれる等価回路定数はあらかじめ測定しておく必要がある。そこで、次章では等価回路定数の測定法について示す。

3. パラメータ測定法

等価回路定数の測定には、 P - Q 円線図法を用いる。 P - Q 円線図法は、リラクタンスモータを同期速度で運転し、徐々に負荷をかけたときの有効電力および無効電力を測定して、縦軸に有効電力、横軸に無効電力をとった P - Q 円線図を描き、その中心と半径から、等価鉄損抵抗と直軸および横軸同期リアクタンスを決定するものである⁽¹⁾。

文献(1)では、固定子鉄損を表わす鉄損コンダクタンスが、励磁インダクタンスに対して並列に挿入されているので、リラクタンス発電機の出力を導出する際に等価回路定数に関する近似が必要である。本論文では、等価鉄損抵抗が励磁インダクタンスに対して直列に挿入されるため、近似を必要とせずパラメータ算定の理論展開が可能である。

〈3・1〉 P - Q 円線図法 リラクタンスモータが定常状態であるとき、(2)式中の微分演算子 p は零とおけ、定常状態の電圧方程式(8)式が得られる。このとき、回転座標軸上の固定子電流および電圧は直流量になり、回転子角速度 ω_r は電源角周波数 ω_e と一致するため、次の電圧方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} V_{1d} \\ V_{1q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + r_m & -\omega_e L_q \\ \omega_e L_d & r_1 + r_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{1d} \\ I_{1q} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (25)$$

(25)式において、 V_{1d} 、 V_{1q} 、 I_{1d} および I_{1q} は実効値であり、静止座標軸上では正弦波交流となる。(25)式に対するフェーザ図を図3に示す。ただし、

$$r_{1m} = r_1 + r_m, \quad \dot{E}_d = j\omega_e L_d \dot{I}_{1d}, \quad \dot{E}_q = j\omega_e L_q \dot{I}_{1q}$$

ところで、入力端子からみた有効電力 P 、無効電力 Q は、相電圧を V 、線電流を I 、力率を ϕ とすると、

$$P = VI \cos \phi \dots\dots\dots (26)$$

$$Q = VI \sin \phi \dots\dots\dots (27)$$

と表わされる。

ここで、図3のフェーザ図から $I \cos \phi$ 、 $I \sin \phi$ を求めると、

$$I \cos \phi = -I_{1d} \sin \delta + I_{1q} \cos \delta \dots\dots\dots (28)$$

$$I \sin \phi = I_{1d} \cos \delta + I_{1q} \sin \delta \dots\dots\dots (29)$$

となる。さらに同図より、 $V \sin \delta$ 、 $V \cos \delta$ を求めると次式を得る。

$$V \sin \delta = X_q I_{1q} - r_{1m} I_{1d} \dots\dots\dots (30)$$

$$V \cos \delta = r_{1m} I_{1q} + X_d I_{1d} \dots\dots\dots (31)$$

図3 フェーザ図
 Fig. 3. Phasor diagram.

ここで、 $X_d = \omega_e L_d$, $X_q = \omega_e L_q$ であり、直軸および横軸同期リアクタンスを表わす。

(30)式および(31)式から I_d , I_q を求め、(28), (29)式に代入して、負荷角 δ で表わされた $I \cos \phi$, $I \sin \phi$ を求めると次式となる。

$$I \cos \phi = \frac{V}{r_{1m}^2 + X_d X_q} r_{1m} + \frac{X_d - X_q}{2} \sin 2\delta \dots\dots (32)$$

$$I \sin \phi = \frac{V}{r_{1m}^2 + X_d X_q} \frac{X_d + X_q}{2} - \frac{X_d - X_q}{2} \cos 2\delta \dots\dots (33)$$

したがって、(32), (33)式を(26), (27)式に代入して有効電力 P , 無効電力 Q を負荷角 δ を用いて表わすと次式を得る。

$$P = P_0 + A \sin(2\delta) \dots\dots (34)$$

$$Q = Q_0 - A \cos(2\delta) \dots\dots (35)$$

ただし、

$$P_0 = \frac{r_{1m}}{(r_{1m}^2 + X_d X_q)} V^2 \dots\dots (36)$$

$$Q_0 = \frac{(X_d + X_q)}{2(r_{1m}^2 + X_d X_q)} V^2 \dots\dots (37)$$

$$A = \frac{(X_d - X_q)}{2(r_{1m}^2 + X_d X_q)} V^2 \dots\dots (38)$$

(34)式および(35)式において P_0 , Q_0 を左辺に移項し両辺を2乗して、辺々を加えると、

$$(P - P_0)^2 + (Q - Q_0)^2 = A^2 \dots\dots (39)$$

となり、中心(P_0 , Q_0), 半径 A の円の方程式が得られる。

電源角周波数 ω_e と入力電圧 V が一定であれば、 X_d , X_q , r_m は一定となるため、 P_0 , Q_0 , A は一定値になる。したがって、負荷条件つまり負荷角 δ を変えて有効電力 P , 無効電力 Q を複数個測定し、それらの点を通る円を描くことにより、中心(P_0 , Q_0), 半径 A を求めることができる。円の中心と半径が求まると、以下の手順により r_m , X_d , X_q が算定される。

まず、(36)~(38)式より X_d , X_q を求めると、

$$X_d = \frac{Q_0 + A}{P_0} r_{1m} \dots\dots (40)$$

$$X_q = \frac{Q_0 - A}{P_0} r_{1m} \dots\dots (41)$$

となる。さらに、(40)式および(41)式を(36)式に代入して X_d , X_q を消去し、 r_m を求めると次式となる。

$$r_m = \frac{P_0 V^2}{P_0^2 + (Q_0 + A)(Q_0 - A)} - r_1 \dots\dots (42)$$

(42)式を(40)式および(41)式に代入すると、 X_d , X_q が次式のように求まる。

$$X_d = \frac{Q_0 + A}{P_0} \cdot \frac{P_0 V^2}{P_0^2 + (Q_0 + A)(Q_0 - A)} \dots\dots (43)$$

$$X_q = \frac{Q_0 - A}{P_0} \cdot \frac{P_0 V^2}{P_0^2 + (Q_0 + A)(Q_0 - A)} \dots\dots (44)$$

以上の理論展開において、等価回路定数 r_1 , r_m , X_d , X_q に関する近似は行っていないため、正確なパラメータの算定が可能である。

〈3・2〉 定数算定結果と検討 供試電動機には、定格 0.2 kW, 200 V, 4 極かご形誘導機の固定子を使用し、回転子のかご形回転子の一部を削り、突極部を設けたものを

用いる。この実験システムを図4に示す。リラクタンスモータの軸には、負荷または動力源となる直流機と、負荷角を測定するためのロータリエンコーダが直結され、電源は商用周波数 60 Hz で行った。リラクタンスモータを同期速度で運転し、電動機領域および発電機領域で動作させて、各々の負荷に対する有効電力および無効電力を測定する⁽⁴⁾。

図5は、測定された有効電力および無効電力を用いて描いた P - Q 円線図である。円線図より、中心(P_0 , Q_0), 半径 A は、以下のように求められる。

$$(P_0, Q_0) = (62.4, 207.5), A = 81.0$$

したがって、等価回路定数は以下のように決まる。

$$r_m = 9.54(\Omega), X_d = 103.07(\Omega), X_q = 45.19(\Omega)$$

ここで電機子抵抗は、電圧降下法により求められ、 $r_1 = 12.75(\Omega)$ である。

測定結果から、等価鉄損抵抗が $r_m = 9.54(\Omega)$ (60 Hz 駆動時) と高い値を示していることがわかる。本論文の等価鉄損抵抗 r_m は駆動周波数の増加に伴い増加するため、供試機器を高速運転する場合、周波数の増加に伴う鉄損抵抗の影響はかなり大きくなるものと思われる。

本測定結果の妥当性を検証するため有効電力対負荷角特性を図6に示す。同図において、実線が理論値であり○が実験値である。理論値と実測値はほぼ一致しているため、本測定法は妥当であるといえる。

ここで、過渡時の電圧方程式の導出に際して導入した(12)式および(13)式の妥当性を、算定された等価回路定数を用いて検証しておく。

図4 実験システム
Fig. 4. Experiment system.

図5 P - Q 円線図
Fig. 5. P - Q circle diagram.

図 6 有効電力対負荷角特性
Fig. 6. Active power versus load angle.

算定結果から、直軸および横軸インダクタンスは、

$$L_d = X_d / \omega_e = 103.07 / (2 \times \pi \times 60) = 0.2734 \text{ (H)}$$

$$L_q = X_q / \omega_e = 45.19 / (2 \times \pi \times 60) = 0.1199 \text{ (H)}$$

となる。したがって、等価うず電流回路の時定数を表わす(12)式に、算定された等価回路定数 r_m , L_d および L_q を代入すると、

$$\begin{aligned} L_{3d}/r_3 &\approx r_m / (\omega_r^2 L_q) \\ &= 9.54 / (377^2 \times 0.1199) \approx 0.00056 \ll 1 \quad \cdots \cdots (45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{3q}/r_3 &\approx r_m / (\omega_r^2 L_d) \\ &= 9.54 / (377^2 \times 0.2734) \approx 0.00025 \ll 1 \quad \cdots \cdots (46) \end{aligned}$$

となる。同様にして、算定された等価回路定数を(13)式に代入すると、

$$\begin{aligned} r_3 / (\omega_r^2 L_{3d}) &\approx L_q / r_m \\ &= 0.1199 / 9.54 \approx 0.012 \ll 1 \quad \cdots \cdots (47) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_3 / (\omega_r^2 L_{3q}) &\approx L_d / r_m \\ &= 0.2734 / 9.54 \approx 0.029 \ll 1 \quad \cdots \cdots (48) \end{aligned}$$

となり、(12)式および(13)式が成立する。

4. む す び

これまで、固定子鉄損を考慮したリラクタンスモータのパラメータ測定法およびベクトル制御法に関する研究は、物理的な考察により導出されたモデルに対して行われ、その過渡的なモデル(固定子鉄損のモデル化)に対する理論的な検討が不十分であった。

本論文では、まず固定子鉄損が固定子内の等価うず電流回路で生じるという仮定のもとに、三相巻線モデルを設定し、固定子鉄損を導入したリラクタンスモータの電圧方程式を理論的に導出した。その結果、リラクタンスモータにおいても誘導電動機の場合⁽³⁾と同様に、等価鉄損抵抗は励磁インダクタンスに対して直列であること、また等価鉄損抵抗を介して d 軸と q 軸が過渡的に干渉することを示した。さらに、等価鉄損抵抗は駆動周波数の関数となることを理論的に示し、また磁束分布の異なる d - q 軸の等価鉄損抵抗が同一となることを明らかにした。

さらに、導出された電圧方程式をもとに、 P - Q 円線図

法を用いて等価回路定数の決定法を提案し、その妥当性を実験により検証した。算定結果から、等価鉄損抵抗の影響は大きいことがわかり、高速運転時にはこの影響を考慮する必要があることを示した。

本論文では、誘導機を対象とした文献(3)とほぼ同様な方法により、固定子鉄損抵抗を導入したが、突極性を有する機器に対する固定子鉄損抵抗のモデル化を、三相巻線モデルから理論的に行ったことに有用性がある。またパラメータの測定法は、等価鉄損抵抗が励磁インダクタンスに対して直列に挿入されるため、その理論展開が容易であり、等価回路定数に関する近似を必要としないので、正確なパラメータ算定が可能である。

(平成5年6月24日受付, 同6年3月9日再受付)

文 献

- (1) 楊・深尾:「鉄損を考慮した超高速リラクタンス発電機の等価回路と定常特性の考察」, 電学論 D, **110**, 746 (平2-6)
- (2) L. Xu, X. Xu, T. A. Lipo, et al.: "Vector Control of a Synchronous Reluctance Motor Including Saturation and Iron Loss", *IEEE Trans. Industr. Applic.*, **27**, No. 5, 977 (1991)
- (3) 水野, 他:「固定子鉄損を考慮した誘導電動機の非干渉制御法」, 電学論 D, **109**, 841 (平元-11)
- (4) 上里, 他:「鉄損を考慮したリラクタンスモータのパラメータ測定法」, 電気学会回転機研究, RM-92-158 (平4)
- (5) K. Uezato, et al.: "Parameter Measurement of Synchronous Reluctance Motor Including Stator and Rotor Iron Loss.", *Proc. of SMIC '93*, 247 (1993)
- (6) 杉浦・秋山:「直軸および横軸同期リアクタンス X_d , X_q の各種測定法」, 電気学会回転機研究, RM-91-125 (平3)
- (7) 「同期機試験法要綱」, 電気学会技術報告, 第18号 (昭47)

上 里 勝 実 (正員) 1940年2月5日生。1972年3月鹿児島大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年5月琉球大学理工学部電気工学科助手, 助教授を経て, 1986年5月同大学工学部教授, 現在に至る。工学博士。主として電気機器の過渡安定性および制御の研究, 自然エネルギーの有効利用に関する調査・研究に従事。計測自動制御学会会員。

千 住 智 信 (正員) 1963年5月2日生。1988年3月琉球大学大学院工学研究科修士課程電気・情報工学専攻修了。同年4月琉球大学工学部電気工学科助手, 現在に至る。博士(工学)。同期機の安定性ならびに制御に関する研究, アドバンスド制御を導入した電動機とパワーエレクトロニクス機器の制御ならびに自然エネルギーの開発に従事。計測自動制御学会, IEEE 会員。

友 利 好 克 (正員) 1966年11月8日生。1992年3月琉球大学工学部電気工学科卒業。1994年3月琉球大学大学院工学研究科修士課程電気・情報工学専攻修了。同年4月中部電力(株)入社, 現在に至る。在学中は, 鉄損を考慮したリラクタンスモータのモデル化ならびにベクトル制御に関する研究に従事。