遺伝的アルゴリズムによる倒立振子の振り上げ制御

正員 川路 茂 保 (熊本大)

非会員 小笠原 健 一 (熊本大)

非会員 本 田 秀 宣 (熊本大)

Swing-up Motion Control of a Pendulum using Genetic Algorithm

Shigeyasu Kawaji, Member, Ken'ichi Ogasawara, Nonmember, Hidenobu Honda, Nonmember
(Kumamoto University)

The requirement to solve practical nonlinear dynamic control problems is very strong and imperative. This paper aims at studying the feasibility of the application of the Genetic Algorithm (GA) to the nonlinear dynamic control problems. As an application example, the swing up control problem of the pendulum is discussed. It is extremely difficult to determine the swing-up control rule analytically because the problem is highly nonlinear and has multiple solutions. First, the problem is changed into a discrete-time system with the input of bang-bang with zero type. Second, a suitable genetic coding is found and the fitness function is designed. The computer simulations and experimental results demonstrate various swing up motions, and it is confirmed that GA is a suitable method for the complicated nonlinear dynamic control problems.

キーワード：遺伝的アルゴリズム，倒立振子，モーションコントロール，非線形制御

1. はじめに

複雑な実システムに対する高性能な制御系の構築に向けてさまざまな制御手法が検討されているが、実システムが強い非線形性を有することや、モデルに不確かさが存在することが設計問題を複雑にしている。

これらの問題に対し最近大きく二つのアプローチがある。一つはモデルをベースとする制御手法で非線形性の問題に対して微分幾何学的アプローチを用いた非線形制御理論⁽¹⁾が、不確かさの問題に対しては不確かさを定量的に扱うロバスト制御理論⁽²⁾が展開されている。もう一つはヒューリスティックな制御手法であり、なかでも人間の知的な情報処理機能を工学的・技術的に実現しようとするファジィ⁽³⁾、ニューラルネットワーク⁽⁴⁾、遺伝的アルゴリズム (GA)⁽⁵⁾⁽⁶⁾が注目されている。モデル・ベース型の手法は制御対象の特性を数式モデルで表現する必要があり、十分な精度のモデルが得られない場合には適用が難しい。このような制御対象に対してはヒューリスティックな制御法が有効となるが、ファジィ制御系を構成する際には制御則を構成するための制御対象の定性的な特性を含む制御戦略的な知識が必要となる。また、制御対象の定性的な特性すら得られない場合には適応・学習能力を持つニューラルネットが有効となる。しかし制御系構築の過程において学習の方向を評価関数の勾配という形で指定する必要がある。

そのため設計者は制御問題に対し学習の方向を何らかの知識として持っていなければならず、その知識の獲得すら困難な制御対象に関しては有効とならない。

こうした背景の中、生物の遺伝子情報による集団進化過程を工学的に模擬した組み合わせ最適化法である遺伝的アルゴリズム (GA) が注目されている。GA では最適化過程において解空間に複数の探索点を設定し、各探索点の評価値に基づいて確率的同時並行的に多点で最適解の探索を行う。このため、GA は多峰性のある問題に対し有効であり、最適化の過程で対象の特性を直接的に必要としない。この性質はある評価関数の最適化問題として定式化される制御系設計に有効となり得ることを示唆している。特に、定性的にも特性を把握しにくいプラントに対する汎用性の高い制御系設計手法として期待される。

そこで、制御工学的立場から GA の持つ問題解決能力の解明は重要な意義を有する。本論文ではその第一段階として、GA を倒立振子の振り上げ制御問題に適用することにより、GA の制御応用性について考察する。倒立振子の振り上げ制御問題は比較的精度の高いモデルが得られるものの振子の回転角に関する強い非線形性の影響のため解析的な手法が確立されていない難しい制御問題の一つである。また、機構的対称性から振り上げ動作に冗長性があり、振子を倒立させる振り上げ動作が多数存在する多峰性を含むので、GA の制御応用性を検証するには適した問題といえ

よう。まず、2章で倒立振子の振り上げ制御問題を記述し、従来手法の問題点を明らかにし、3章でGAの基本機能と制御問題への応用について概説する⁽⁸⁾。次に、4章でGAによる倒立振子の振り上げ制御系を構成し、5章でシミュレーションおよび実機による実験結果によって、GAを用いて構成した制御系の有効性を検証するとともに問題点を示す。

2. 倒立振子の振り上げ制御問題

〈2・1〉 振り上げ制御問題 図1に示す倒立振子の安定化制御はこれまでにさまざまな制御アルゴリズムの有効性を検証する対象として広く用いられている^{(9)~(11)}。本論文の制御目的である倒立振子の振り上げ動作は、台車を左右に駆動し振子を加振させることで安定平衡点（垂下位置）から不安定平衡点（倒立位置）へシステムの状態を推移させることで、モーションコントロール問題としても重要である。

図1 倒立振子
Fig. 1. Inverted pendulum.

倒立振子系のダイナミクスは次式で表わされる⁽⁹⁾。

$$(M+m)\ddot{r} + m l \ddot{\theta} \cos \theta - m l \dot{\theta}^2 \sin \theta + D_r \dot{r} = u \cdots (1)$$

$$(4/3) m l^2 \ddot{\theta} + m l \dot{r} \cos \theta + D_\theta \dot{\theta} - m g l \sin \theta = 0$$

ただし、 r は台車の基準位置からの変位、 θ は振子の鉛直軸からの時計回りの回転角、 M は台車の等価質量、 m は振子の等価質量、 l は振子の回転軸と重心間の距離、 D_r は台車・レール間の等価粘性摩擦係数、 D_θ は振子の回転軸まわりの粘性摩擦係数、 u は制御入力、 g は重力加速度を表わす。

(1)式から明らかなように制御問題には振子の回転角に関する強度の非線形性の影響があり、そのため解析的な手法が確立されていない。また、振子の機構的対称性から振り上げ動作に冗長性が存在し、振子を倒立位置へ推移させる振り上げ動作は多数存在し多峰性も含む。

〈2・2〉 従来手法と問題点 これまで倒立振子の振り上げ制御はさまざまな手法が適用されている。古田ら^{(12)~(14)}は制御入力として bang-bang 型を採用し、評価関数の最適化をはかることで振り上げ制御の入力時系列を得ている。しかし、その最適解の存在は保証されていない。松浦⁽¹⁵⁾は人間の成功動作をファジィで再現すべく制

御系を構成しているが、振り上げ制御に関する制御戦略的知識を必要とし、ファジィを用いて設計者の経験領域を越える制御系の構成は難しい。また、ニューラルネットワークによる方法も考えられるが、数学的構造として誤差関数の勾配を用いるので、多峰性を有する振り上げ制御問題には適用できない場合がある。そこで、林ら⁽¹⁶⁾はファジィモデリングの考えに基づき、実験データから推論ルールをニューラルネットワークで構築している。いずれも入力の形状をあらかじめ決めた組み合わせ最適化問題に切り換えている。

3. 遺伝的アルゴリズム (GA)

〈3・1〉 基本機能 GAは生物進化のアナロジーに基づく最適化手法で、変数空間に設けた探索点を個体と呼び、配列型のデータ（遺伝子型）で表現される。また、探索点の座標を遺伝子座、遺伝子座のとり得る値を対立遺伝子、探索プロセスの1ステップを世代と呼ぶ。解空間に複数の探索点を設定しランダムな初期配置より求解処理を開始し、世代が更新する際に染色体の交叉や突然変異を模擬した操作を確率的に施すことにより探索点群を再配置する。探索点群はおのの評価され評価値（適応度）の高いものが次世代への高い生き残り確率を得る。こうした求解処理を決められた世代数まで繰り返す。したがって世代が更新する際に各探索点の適応度が改善され進化が起こることが期待される（図2）。

図2 GAのプロセス
Fig. 2. Process of GA.

このようにGAは最適解の探索に個体の適応度のみを利用し、解空間の多点で確率的に最適解を探索するために局所解からの脱出が期待でき、その過程で最適化する対象の特性を直接的には必要としないなどの特徴を持つ。

〈3・2〉 制御問題への応用 図3にGAを用いた制御系設計法を示す⁽¹⁷⁾。一般にプラントは構造やパラメータが定式化困難なことから未知プラントとする。制御器はプラントの状態 x に何らかの非線形演算を施して出力する。プラントが線形な関数で表現できる場合には、いくつかのタイプの目標仕様を満たす制御器の設計手法が確立されている。

しかし、プラントの特性把握が困難であったり目標仕様が複雑な場合は設計が困難になる。そこで、汎用的な方法

として図3中の破線のループに従って、オフラインまたはオンラインで制御性能を評価し、その結果を適応度に反映させて多変数最適化問題に帰着させ、GAを適用することができる。すなわち、制御器の入出力関数をパラメータ化し、パラメータの解候補を選択してそのときの制御応答を得て、これを目標仕様や制約条件と比較して制御性能を評価し、不満足な場合はさらに他の解候補を試みる。

図3 GAを用いた制御系設計
Fig. 3. Controller design by using GA.

4. GAを用いた振り上げ制御系の構成

本論文ではGAを適用するために振り上げ制御問題を離散構造化する。すなわちフィードフォワード制御系を構成し、制御入力 $u(t)$ は図4に示すようなbang-bang with zero型⁽¹⁴⁾で一定時間ごとにその値を変化させるものとする。よって倒立振子の振り上げ動作は適当な入力の組み合わせで実現でき、制御問題は入力の組み合わせ最適化問題と捉えることができる。そこでGAを用いて入力時系列の組み合わせを決定する。

〈4・1〉 遺伝子型へのコーディング データ型へのコーディングは、各個体 $gene_i$ の対立遺伝子に一定時間 T_{bang} ごとの制御入力 $u(t)$ を対応させる。具体的には制御入力 $\{U_{max}, U_{min}, 0\}$ に対して個体の遺伝子型データは $\{1, 2, 3\}$ の3値をとる。

〈4・2〉 評価関数の設計 個体の適応度を定める評価関数は次の方針で設計した。GAの個体 $gene_i$ である入力時系列により倒立振子が倒立位置 $x=[r, \theta, \dot{r}, \dot{\theta}]^T=0$ により近く推移した場合に個体を高く評価し、振り上げ途中の挙動は評価しないものとする。すなわち次式のように設定する。

$$F(gene_i, x) = F_1(x) + F_2(x) \dots\dots\dots (2)$$

$$F_1(x) = K_1(1 + \cos \theta(T_c)) - K_2|\theta(T_c)| - K_3|\dot{\theta}(T_c)| - K_4|r(T_c)| - K_5|\dot{r}(T_c)| \dots\dots\dots (3)$$

$$F_2(x) = F_{21}(|r|) + F_{22}(|\theta(T_c)|) \dots\dots\dots (4)$$

$$F_{21}(|r|) = \begin{cases} K_6, & |r_{max}| \leq r_c [m] \\ 0, & |r_{max}| > r_c [m] \end{cases}$$

$$F_{22}(|\theta(T_c)|) = \begin{cases} K_7, & |\theta(T_c)| \leq \theta_c [rad] \\ 0, & |\theta(T_c)| > \theta_c [rad] \end{cases}$$

ただし、 r は台車の変位、 θ は振子の鉛直軸から

図4 bang-bang with zero入力
Fig. 4. Control input of bang-bang with zero type.

の回転角、 $K_l (l=1, 2, \dots, 7)$ は定数とし、 r_{max} は台車位置の最大変化幅、 T_c は制御時間とする。

(2)式の $F_1(x)$ は振子の倒立状態に関して評価値を決定するもので、 $K_1(1 + \cos \theta(T_c))$ は振子の倒立位置 $\theta = 2n\pi (n=0, 1, \dots)$ で最大値を取り、振子の垂下位置 $\theta = (2n+1)\pi$ で最小値をとる。また、第2～5項は台車と振子の位置と速度に対するペナルティーで、 $F_1(x)$ は制御対象を倒立状態により近く推移させる解候補を高く評価することになる。

また $F_2(x)$ は実機の制約条件からの評価値を決定するもので、 $F_{21}(|r|)$ は実験装置のレール長が有限なので制約条件を満たす解候補には実行解としてボーナス K_6 を与える。また、 $F_{22}(|\theta(T_c)|)$ は振子を倒立位置近傍 $(|\theta| \leq \theta_c)$ に推移させる解候補にボーナスとして K_7 を与える。

このように設計した評価関数で解候補の適応度が評価され最適解の探索が行われる。

〈4・3〉 遺伝オペレータ ここでは選択、交叉、突然変異の3種類の遺伝オペレータを用いた。

選択はルーレット戦略とエリート保存戦略を併用する。ルーレット戦略は各個体の適応度に応じて確率的に個体を選び、複製する。その際に適応度の高い個体が次世代への高い生き残り確率を得る。また、エリート保存戦略は各世代において最も高い適応度を持つ個体を他の遺伝オペレータの影響を受けることなく次世代へ生き残らせる。

交叉は1点交叉を採用する。これは選択で選ばれた個体群の2個体に交叉点を一つランダムに選び、交叉確率に基づいて交叉点の前後で配列型データを交換する。

また、突然変異は選択で選ばれた個体群の任意の個体の遺伝子座の値に突然変異確率に基づいて0, 1, 2のいずれかを加える。

5. シミュレーションおよび実験

本章では構成した制御系による倒立振子の振り上げ動作のシミュレーションおよび実験結果を示し、GAの制御応用性について考察する。ここでシミュレーションおよび実験において、制御時間 T_c を3[sec]、bang-bang入力の長さ T_{bang} を100[msec]、交叉の生起確率を0.5、突然変異の生起確率を0.1とした。

〈5・1〉 シミュレーション 倒立振子の数式モデル(1)式を用いた振り上げ動作のシミュレーション結果を示

(a) 各世代における適応度の変化

(b) 応答例 1

(c) 応答例 2

図 5 異なる初期集団に対する応答

Fig. 5. Response of the pendulum to the optimal input sequence obtained from different initial population.

す。シミュレーションの条件として探索点群の大きさを 300, 更新する世代数を 150 世代とし, 評価関数は (3) 式において $K_1=100$, $K_2=K_3=20$, $K_4=K_5=10$ とし, (4) 式において $K_6=50$, $K_7=100$ とする。また, 最終世代で最大適応度を持つ個体を最適化された入力時系列とする。なお, $F_2(x)$ における制約条件のパラメータは $r_c=0.35$, $\theta_c=0.5$ とした。

図 5(a) は各世代における適応度の変化を示す。図より平均適応度は約 50 世代まで急速に上昇し約 300 となり, それ以降も徐々に上昇しているのがわかる。これは倒立振

子を $x=[r, \theta, \dot{r}, \dot{\theta}]=[0.0, 0.5, 0.0, 0.0]$ に推移させる解候補の適応度が 280 程度であるので, 50 世代までに振子を倒立近傍に推移させる解が生き残るべく淘汰が行われ, それ以降はより振子を平衡点に近づける解の探索が行われていると考えられる。

最適化された入力時系列による位相平面 ($\theta, \dot{\theta}$) 上の振子モデルの応答例を図 5 に示す。図より初期集団により応答は異なるが, 振子系の原点 (倒立位置) へ状態が推移していることがわかる。シミュレーションの結果, GA で最適化された入力時系列により振子系は $-0.39 \leq \theta \leq 0.09$ [rad], $-0.48 \leq \dot{\theta} \leq 0.81$ [rad/sec] に推移し, GA により最適化された入力時系列により倒立振子の振り上げ動作が実現できたといえる。このことから GA の評価に多峰性を持つ非線形制御問題に対する制御応用性が検証できた。

図 5(c) の応答が図 5(b) の応答とかなり異なるのは, 評価関数に最短時間や最小エネルギーなどの評価が含まれないことによる。すなわち, 設計者が最適解の探索に際し, 解候補の最終的な評価のみを行い探索方法に対して制約を加えないためである。このことは制御系の設計において対象に関する知識を直接的に必要としないことを意味し, GA を用いた制御系構成においては設計者の知識に依存しない制御系の構築ができると思われる。

〈5・2〉 実機実験 前節でのシミュレーションにより最適化された入力時系列を実機で適用した場合, 常には振り上げが成功するとは限らなかった。これは摩擦力などの非線形性の影響やモデル化の際に無視したダイナミクスなどの数式モデルの不確かさのためと思われる。

そこで, GA をオンラインで実機に直接適用することにした。実験では, 入力時系列ごとに振子の振り上げ制御を行い, 振子が倒立位置近傍 ($\theta \leq 0.5$ [rad]) に推移した時点で安定化制御に切り替えた。なお, 安定化制御は線形モデルに対する最適レギュレータを用いた。

実験の条件として探索点群の大きさを 20, 更新する世代数を 8 世代とする。また, 実験装置のレール長は有限であるが, この領域外での実行不可能解を (2) 式の評価関数では適切に評価していない。そこで本実験に関しては評価関数を次のように修正した。

$$F(\text{gene}_i, x) = \begin{cases} -200, & |r_{\max}| > 0.35 \text{ [m]} \\ F_1(x), & |r_{\max}| \leq 0.35 \text{ [m]} \end{cases} \quad \cdots (5)$$

ただし, F_1 は (3) 式を用い $K_1=200$, $K_2=10$, $K_3=20$, $K_4=2$, $K_5=4$ とした。

また, 振子の安定化制御を行う最適レギュレータは数式モデル (1) を原点回りで線形近似した線形モデルに対して, 設計仕様

$$Q = \text{diag}\{100, 100, 1, 1\}, \quad r = 1$$

として設計した。

以上の条件下で実験を行い, 得られた実行解による実機の応答の一例を図 6 に示す。図 6(a) は振子の回転角の応答, 図 6(b) は角速度の応答を示し, 図 6(c) は位相平面上の応答を示す。また, 図 6(d) は最適化された入力時系

図 6 実機で最適化を行った入力時系列による
応答例

Fig. 6. Response to the optimal input sequence obtained from the experiment.

列を示す。図より左右 2 回ずつの振れで振り上げが行われ、振子は約 2.2 [sec] で倒立位置近傍に推移し最適レギュレータにより原点に収束している。

実機実験ではシミュレーションに比べて少ない探索回数で最適解が得られている。これは、レール長が有限であるという制約条件を考慮することによって探索空間を縮小することができたことによるものと考えられる。また、本研究で用いた実験装置では適応度の極端に低い個体、すなわち制約条件を満たさない実用不可能解による制御対象の損傷や破壊を回避できたが、このような解候補を実機で利用することは避けるべきである。そのためには、制御対象のモデルに対しシミュレーションを行い、得られた解を実機で利用する方法、あるいはシミュレーションを行い解候補をある程度絞り込み、実機を用いて最適解を探索する方法が考えられる。

6. おわりに

本論文では、制御工学的立場から GA の持つ問題解決能力を解明する第一段階として、非線形性が強く制御性能の評価に多峰性を持つ倒立振子の振り上げ制御問題に適用した。シミュレーションおよび実験の結果、GA で最適化された入力による振り上げは十分に振子を倒立位置近傍に推移させることができた。

GA では設計者は解候補の最終的な評価のみを行い、最適解の探索方法について制約を加えないことから設計者の知識に依存しない制御系が構築でき、定性的に特性を把握しにくいプラントに対する汎用性のある制御系設計手法といえる。

なお、GA では解候補として実行不可能解も取り扱うことから、実機に対しオンラインで適用できない場合が生じ、モデルの不確かさを考慮したロバストな GA 制御の実現が必要となる。この問題の解決策の一つとして市川⁽¹⁷⁾ は GA でニューラルネットワークの結合重みを最適化し倒立振子の安定化制御を行っている。

本論文で示した制御方法、すなわち非線形動的制御問題を離散構造化し、最終時刻においてのみ解候補の評価を行い最適解を得る手法は、GA の制御応用技術における有効な一技法となり得るものと思われる。

(平成 6 年 7 月 18 日受付, 同 7 年 1 月 5 日再受付)

文 献

- (1) 石島編：「非線形制御システム論」，計測自動制御学会（平 5）
- (2) 「特集：実用期を迎えたロバスト制御」，計測と制御，30（平 3）
- (3) 川路：「ファジィ制御」，システム制御情報チュートリアル講座 '91（平 3）
- (4) 「特集：ニューラルネットワークの応用」，システム/制御/情報，35（平 4）
- (5) 北野編：「遺伝的アルゴリズム」，産業図書（平 5）
- (6) 小林：「遺伝的アルゴリズムの現状と課題」，計測と制御，32，2（平 5）
- (7) 川路，他：「GA を用いた倒立振子の振り上げ制御」，第 18 回知能システムシンポジウム第 20 回システムシンポジウム合同シンポジウム講演予稿集，107（平 5）

- (8) 市川：「GA のメカトロニクスへの応用」, 数理科学, 32 (平 4)
- (9) 古田・川路他：「メカニカルシステム制御」, オーム社 (昭 59)
- (10) T. Shiotsuki, S. Kawaji: "Design and implementation of VSS controller on personal computers", Proc. of the Korean Automatic Control Conference, p. 848 (1988)
- (11) S. Kawaji et al.: "Learning Control of an Inverted Pendulum Using Neural Networks", Proc. of the 31st IEEE Conference on Decision and Control, p. 2734 (1992)
- (12) K. Furuta et al.: "Control of unstable mechanical system Control of pendulum", Int. J. Control, 23, (5), p. 673 (1976)
- (13) K. Furuta et al.: "Swing Up Control of Inverted Pendulum", Proc. of IECON '91, 3, p. 2193 (1991)
- (14) K. Furuta et al.: "Robust State Transfer Control of Double Pendulum", Proc. of the 1st Workshop on Intelligent Control, p. 77 (1993)
- (15) 松浦：「カート位置を含めた倒立ボールの振り上げ, 安定化ファジィ制御」, 日本ファジィ学会誌, 5, 397 (平 5)
- (16) 林, 他：「ニューラルネット駆動型ファジィ推論による推論ルールの獲得」, 日本ファジィ学会誌, 2, 397 (平 5)
- (17) 市川：「遺伝的アルゴリズムの制御系設計への応用」, 電学論 D, 113, 1361 (平 5)
- (18) 川路, 他：「遺伝的アルゴリズムによる倒立振子の振り上げ制御」, 電気学会産業計測研究会資料, IIC-94-1, 1 (平 6)

川 路 茂 保 (正員) 1944 年 1 月 18 日生。69 年 3 月熊本大学大学院工学研究科電気工学専攻修了。同年 4 月同工学部助手, 同助教授を経て, 現在電気情報工学科教授。工学博士 (東京工業大学)。ロバスト制御理論とメカニカルシステムへの応用, 知識型制御系の構築などの研究に従事。IEEE 会員。

小笠原 健 一 (非会員) 1960 年 1 月 17 日生。87 年 3 月東京工業大学大学院総合理工学研究科システム科学専攻単位取得退学。93 年 8 月熊本大学工学部助手。二足歩行ロボットの運動制御, ニューラルネットワークを用いた制御系設計に関する研究に従事。IEEE 会員。

本 田 秀 宣 (非会員) 1969 年 1 月 1 日生。94 年 3 月熊本大学大学院工学研究科電気情報工学専攻修了。同年 4 月オムロン(株)入社。在学中, 遺伝的アルゴリズムの制御系設計問題への応用, メカニカルシステムのセンサレス制御に関する研究に従事。