直列接続リアクトル回路を用いた周波数三倍器における 周期倍加分岐とカオスアトラクタ

正員 酢 谷 琢 磨 (金沢工大)
正員 別 所 一 夫 (金沢工大)

A Period-Doubling Bifurcation and a Chaotic Attractor Observed by Solving Circuit Equations
from a Magnetic Frequency Tripler with Series-Connected Reactors
Takuma Sutani and Kazuo Bessho, Members (Kanazawa Institute of Technology)

In order to elucidate nonperiodic oscillations of a six-dimensional magnetic frequency tripler with series-connected reactors, we execute computer simulations by using the fourth-order Runge-Kutta method, and depict bifurcation diagrams with stroboscopic solutions every 2π rad. In a bifurcation diagram we have found a period-doubling bifurcation, and also detected a chaotic attractor of a Poincaré map in a region after the period-doubling bifurcation. This paper describes a circuit for the simulations, an equation of states, a bifurcation diagram, a period-doubling bifurcation in the bifurcation diagram, a chaotic attractor, and time series for the chaotic attractor.

キーワード：周波数三倍器，分岐図，周期倍加分岐，カオスアトラクタ，時系列

1. まえがき

カオスの研究は，地球物理学者ローレンツより始まり，上田による「上田アトラクタ」とメイのロジスティック方程式におけるカオスの構造の研究を経て，1975年リーとヨークによる論文「三周期はカオスを意味する」によって確立された^{(1)~(4)}。最近ではカオスの同期と制御の研究が報告されると共に，電気工学の分野において田所らは三相非線形回路についてカオス力学的観点による研究を報告している⁽⁵⁾。なお，対象回路の次元数についてはNavier-Stokes方程式に関する五次元システムの研究も報告されている⁽⁶⁾。しかし，電気，磁気回路については三次元システムが最大である。

筆者らは，磁気式周波数三倍器の一方式である直列接続リアクトル回路を用いた周波数三倍器について良好な周波数三倍特性と定量的な数値解析結果を報告すると共に，フィルタ回路定数不適合による分数調波振動について報告した^{(7)~(9)}。この系の不安定領域における非周期振動には多くの高調波と分数調波を含み，まさにカオスの挙動であり，その理論的説明が新たな課題となった。

本研究は，六次元システムとしての単相入力形直列接続リアクトル回路を用いた周波数三倍器について，高次元システムにおけるカオス発生機構の解明を目的とし，回路方程式を状態方程式の形で求め，これを数値実験する。数値

実験では，最初に解の挙動に鋭敏な係数の存在を検証し，その係数をパラメータとした分岐図を求める。この結果，六次元システムにおいて「カオスへの道筋」としての周期倍加分岐の存在を新たに見いだした。更に，周期倍加分岐後の領域におけるポアンカレ写像を求めるとカオスアトラクタを得ることができ，本システムにおいても周期倍加分岐からカオスに至る道筋の存在を立証することができた。

本論文は，数値実験対象回路，状態方程式，数値実験法，並びに分岐図について述べる。更に，分岐図のカオス領域におけるポアンカレ写像上のカオスアトラクタ，時系列，および検討としての累積打切り誤差について述べてある。

図1 直列接続リアクトル回路を用いた周波数三倍器回路

Fig.1. Circuit diagram of a magnetic frequency tripler with series-connected reactors.

2. 状態方程式

図1は直列接続リアクトル回路を用いた周波数三倍器回路を示す。図において、線形リアクトル L_{1n} とコンデンサ C_{1n} は入力側フィルタ回路である。周波数三倍部は一次側では同極性に、二次側では逆極性に直列接続された飽和リアクトルSRと線形リアクトル L にて構成されている。周波数三倍原理は次のとおりである。SRの磁束 ϕ_1 は飽和により基本周波数と三倍周波数成分を含み、 L の磁束 ϕ_2 は基本周波数成分のみを含む。これらを二次側で逆極性直列接続することにより三倍周波数磁束を発生させる訳である。出力側には、飽和リアクトル L_o とコンデンサ C_o による三倍周波数並列共振回路が接続されている。

図2 等価回路

Fig. 2. Equivalent circuit of the tripler.

数値実験では、一次側に各リアクトルの銅損分 R_1 、二次側に負荷抵抗 R_o を挿入した図2で示す等価回路を考察の対象とする。なお、鉄損分は R_o に含めるとし、二次側の銅損分 R_2 は R_o に比較して無視できるものと仮定する。等価回路に記載の回路定数と変数を用いて回路方程式を求めると次式を得る⁽¹⁰⁾。

$$\left. \begin{aligned} R_1 i_{1n} + L_{1n} \frac{di_{1n}}{dt} + v_{C1n} &= V_{1n} \sin \omega t \\ i_{1n} &= C_{1n} \frac{dv_{C1n}}{dt} + i_1 \\ v_{C1n} &= N_1 \frac{d\phi_1}{dt} + N_2 \frac{d\phi_2}{dt} \\ v_{Co} &= N_1 \frac{d\phi_1}{dt} - N_2 \frac{d\phi_2}{dt} \\ v_{Co} &= N_o \frac{d\phi_o}{dt} \\ i_2 &= i_{Lo} + C_o \frac{dv_{Co}}{dt} + \frac{v_{Co}}{R_o} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ここで、 N_1, N_2 ：各リアクトルSR, L の一次と二次の巻数、 N_o ： L_o の巻数、 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_o ：各リアクトルSR, L, L_o の磁束鎖交数

電流、電圧、磁束を無次元化するため次式と置く。

$$\left. \begin{aligned} i_{1n} &= I_n u_1, \quad v_{C1n} = V_n v_1, \quad \phi_1 = \Phi_n p_1 \\ i_1 &= I_n u_2, \quad \phi_2 = \Phi_n p_2, \quad v_{Co} = V_n v_2 \\ \phi_o &= \Phi_n p_3, \quad i_2 = I_n u_3, \quad i_{Lo} = I_n u_4 \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

ただし、 $u_1, u_2, u_3, u_4, v_1, v_2, p_1, p_2, p_3$ は無次元量である。 $\omega t = \tau$ と置き、(2)式を(1)式に代入すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{du_1}{d\tau} &= -\frac{R_1}{\omega L_{1n} I_n} u_1 - \frac{V_n}{\omega L_{1n} I_n} v_1 \\ &\quad + \frac{V_{1n}}{\omega L_{1n} I_n} \sin \tau \\ \frac{dv_1}{d\tau} &= \frac{I_n}{\omega C_{1n} V_n} u_1 - \frac{I_n}{\omega C_{1n} V_n} u_2 \\ \frac{dp_1}{d\tau} &= \frac{V_n}{2\omega N_1 \Phi_n} (v_1 + v_2) \\ \frac{dp_2}{d\tau} &= \frac{V_n}{2\omega N_2 \Phi_n} (v_1 - v_2) \\ \frac{dp_3}{d\tau} &= \frac{V_n}{\omega N_o \Phi_n} v_2 \\ \frac{dv_2}{d\tau} &= \frac{I_n}{\omega C_o V_n} u_3 - \frac{I_n}{\omega C_o V_n} u_4 - \frac{1}{\omega C_o R_o} v_2 \end{aligned} \right\} (3)$$

飽和リアクトルSR, L_o の磁化特性を三次多項式近似、線形リアクトル L の磁化特性を一次近似、すなわち次式と置く。

$$\left. \begin{aligned} u_2 - u_3 &= \alpha' p_1 + \beta' p_1^3 \\ u_2 + u_3 &= \alpha'' p_2 \\ u_4 &= \alpha''' p_3 + \beta''' p_3^3 \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

(4)式を(3)式に代入し、 $u_1 = x_1, v_1 = x_2, p_1 = x_3, p_2 = x_4, p_3 = x_5, v_2 = x_6$ と置くと、次式の六次元状態方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{d\tau} &= -k_1 x_1 - k_2 x_2 + f \sin \tau \\ \frac{dx_2}{d\tau} &= k_3 x_1 - \alpha_{11} x_3 - \beta_{11} x_3^3 - \alpha_{21} x_4 \\ \frac{dx_3}{d\tau} &= k_4 (x_2 + x_6) \\ \frac{dx_4}{d\tau} &= k_5 (x_2 - x_6) \\ \frac{dx_5}{d\tau} &= k_6 x_6 \\ \frac{dx_6}{d\tau} &= \alpha_{20} x_4 - \alpha_{10} x_3 - \beta_{10} x_3^3 \\ &\quad - \alpha_{00} x_5 - \beta_{00} x_5^3 - k_7 x_6 \end{aligned} \right\} (5)$$

ここで、

$$\begin{aligned} f &= \frac{V_{1n}}{\omega L_{1n} I_n}, \quad k_1 = \frac{R_1}{\omega L_{1n}}, \quad k_2 = \frac{V_n}{\omega L_{1n} I_n} \\ k_3 &= \frac{I_n}{\omega C_{1n} V_n}, \quad k_4 = \frac{V_n}{2\omega N_1 \Phi_n}, \quad k_5 = \frac{V_n}{2\omega N_2 \Phi_n} \\ k_6 &= \frac{V_n}{\omega N_o \Phi_n}, \quad k_7 = \frac{1}{\omega C_o R_o}, \quad \alpha_{11} = \frac{I_n \alpha'}{2\omega C_{1n} V_n} \\ \beta_{11} &= \frac{I_n \beta'}{2\omega C_{1n} V_n}, \quad \alpha_{21} = \frac{I_n \alpha''}{2\omega C_{1n} V_n} \\ \alpha_{20} &= \frac{I_n \alpha'''}{2\omega C_o V_n}, \quad \alpha_{10} = \frac{I_n \alpha'}{2\omega C_o V_n} \end{aligned}$$

$$\beta_{10} = \frac{I_n \beta'}{2\omega C_o V_n}, \quad \alpha_{00} = \frac{I_n \alpha'''}{\omega C_o V_n}$$

$$\beta_{00} = \frac{I_n \beta'''}{\omega C_o V_n}$$

3. 数値実験結果

〈3.1〉 分岐図 数値実験では、四次の倍精度ルンゲ・クッタ法を使用し、刻み幅は1周期を180等分、すなわち $\Delta\tau = 3.4906585 \times 10^{-2}$ にて行い、繰返し回数は原則として36,000回(200周期, 400π)とする。

一般的に、決定論的システム(方程式によって規定されている系)にはパラメータを含む。このパラメータを変化させると解の定性的構造に変化が発生する。この変化を分岐という⁽¹¹⁾。筆者らも、まずカオス領域の存在を検討するため 2π 毎の離散的解を用いた分岐図を求める。離散的解を用いる理由は、1周期を180等分した全ての解を用いると帯状の分岐図になり、分岐現象の観測が不可能になるためである。なお、(5)式は多くの係数を含み、難解なので非周期振動の発生しやすい領域、すなわち飽和リアクトルの磁化特性における一次の係数を零($\alpha_{11} = \alpha_{10} = \alpha_{00} = 0$)として検討する。

図3は $100\pi \leq \tau \leq 400\pi$ の解 x_5 をプロットした分岐図を示す。図は解の挙動に敏感であり、飽和リアクトルSRの電圧 $dp_1/d\tau$ に対するコンデンサ C_{1n} の電圧 v_{c1n} とコンデンサ C_o の電圧 v_{co} の和との比に相当する係数 k_4 をパラメータとし、 $0 \leq \tau < 100\pi$ 間の過渡的な解を省略してある。なお、各係数と初期値(初期値の選定は正規化してあるため任意値)は図に記載した値であり、 k_4 の刻み幅 Δk_4 は0.002である。図において、 $k_4 = 0.1$ 付近はカオス領域であり、その後二周期解領域とカオス領域が部分的に存在する。 $k_4 = 0.45$ では周期倍加分岐らしい遷移を経てカオス領域となっている。 $k_4 \geq 0.6$ は部分的カオス領域、 $k_4 \geq 0.8$ では一周期解領域である。

定性的ではあるが、この事実を飽和リアクトルを含む鉄共振回路と周波数三倍器回路の実験結果と比較すると次の点で一致している。

- (1) 飽和リアクトルの端子電圧を低く設定すると不安定状態になることがある。
- (2) 出力電圧の跳躍前において二周期解(1/2分数調波)の発生事例がある。ただし、その発生領域は狭い範囲である⁽¹²⁾。
- (3) 跳躍現象後うなりを伴った不安定状態になり、電圧を更に高めると安定状態に復帰する。

次に、 $k_4 = 0.45$ 付近を拡大すると図4を得る。図における k_4 の刻み幅 Δk_4 は0.00008である。図は明らかに「カオスへの道筋」の一形式に相当する周期倍加分岐である。

図3 分岐図

Fig. 3. Bifurcation diagram with $\alpha_{11} = \alpha_{10} = \alpha_{00} = 0$, $\alpha_{21} = 5.0 \times 10^{-6}$, $\alpha_{20} = 6.0 \times 10^{-6}$, $\beta_{11} = 1.5$, $\beta_{00} = 1.8$, $\beta_{10} = 1.3$, $f = 12.5$, $k_1 = 0.05$, $k_2 = 0.011$, $k_3 = 20$, $k_5 = 0.2$, $k_6 = k_7 = 0.5$, $x_{10} = 1.1$, $x_{20} = 1$, $x_{30} = 5$, $x_{40} = 2$, $x_{50} = 3$, $x_{60} = 4$.

図4 周期倍加分岐

Fig. 4. Period-doubling bifurcation with $\alpha_{11} = \alpha_{10} = \alpha_{00} = 0$, $\alpha_{21} = 5.0 \times 10^{-6}$, $\alpha_{20} = 6.0 \times 10^{-6}$, $\beta_{11} = 1.5$, $\beta_{00} = 1.8$, $\beta_{10} = 1.3$, $f = 12.5$, $k_1 = 0.05$, $k_2 = 0.011$, $k_3 = 20$, $k_5 = 0.2$, $k_6 = k_7 = 0.5$, $x_{10} = 1.1$, $x_{20} = 1$, $x_{30} = 5$, $x_{40} = 2$, $x_{50} = 3$, $x_{60} = 4$.

一次元ロジスティック方程式において発生する周期倍加分岐が六次元磁気式周波数三倍器でも発生する原因は、飽和リアクトルの磁化特性を三次多項式近似したことによると推定する。ロジスティック方程式における周期倍加分岐の発生機構は、変曲点の存在による1個の不安定点と安定点の対の発生が原因と考えられている⁽¹³⁾。磁化特性の三次多項式近似は変曲点を含み、上述の条件に合致しやすくなる訳である。

周期倍加分岐においてファイゲンバウムは普遍定数 δ を定義し、 $\delta = 4.6692 \dots$ であることを報告した⁽¹⁴⁾。ファイゲンバウム定数 δ は次式で定義される。

$$\delta = \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\lambda_{n+1} - \lambda_n}{\lambda_{n+2} - \lambda_{n+1}} \dots \dots \dots (6)$$

ここで、 λ : 分岐図における $2, 4, \dots, 2^n$ 周期解への分岐時におけるパラメータの値、 λ_n : 2^n 周期解

表1 ファイゲンバウム定数
Table 1. Feigenbaum's number.

n	λ_n	δ_n
1	0.44844	4.07 ± 0.17
2	0.45820	4.3 ± 0.8
3	0.46060	
4	0.46116	

図4の周期倍加分岐における2項目迄の δ を求めると表1の結果になる。モニタ画面における刻み幅 Δk_4 の制約と分岐点の判定困難さのために誤差の多い結果である。しかし、2項目の δ_2 は誤差の範囲内で一致している。なお、ファイゲンバウム定数 δ の詳細については、モニタ画面上の演算ではなく Δk_4 を倍精度演算の有効数字限界まで小さくして求める必要があり、これは今後の課題とする。

〈3.2〉カオスアトラクタ カオスアトラクタの存在を検討するにはポアンカレ写像を用いる。ポアンカレ写像とは周期的に駆動される振動系の三次元位相空間 $(x, \dot{x}, t)$ を取扱う方法であり、 t が $T = 2\pi/\omega_f$ の整数倍になった時の射影 $(x, \dot{x})$ に相当する。ただし、 T は外力の周期である⁽¹⁵⁾。

筆者らも、前述の分岐図における周期倍加分岐後の領域

図6 時系列

Fig. 6. Time series untill 120 periods: $\alpha_{11} = \alpha_{10} = \alpha_{00} = 0$, $\alpha_{21} = 5.0 \times 10^{-6}$, $\alpha_{20} = 6.0 \times 10^{-6}$, $\beta_{11} = 1.5$, $\beta_{00} = 1.8$, $\beta_{10} = 1.3$, $f = 12.5$, $k_1 = 0.05$, $k_2 = 0.011$, $k_3 = 20$, $k_4 = 0.5$, $k_5 = 0.2$, $k_6 = k_7 = 0.5$, $x_{10} = 1.1$, $x_{20} = 1$, $x_{30} = 5$, $x_{40} = 2$, $x_{50} = 3$, $x_{60} = 4$.

図5 カオスアトラクタ

Fig. 5. Chaotic attractor with $\alpha_{11} = \alpha_{10} = \alpha_{00} = 0$, $\alpha_{21} = 5.0 \times 10^{-6}$, $\alpha_{20} = 6.0 \times 10^{-6}$, $\beta_{11} = 1.5$, $\beta_{00} = 1.8$, $\beta_{10} = 1.3$, $f = 12.5$, $k_1 = 0.05$, $k_2 = 0.011$, $k_3 = 20$, $k_4 = 0.5$, $k_5 = 0.2$, $k_6 = k_7 = 0.5$, $x_{10} = 1.1$, $x_{20} = 1$, $x_{30} = 5$, $x_{40} = 2$, $x_{50} = 3$, $x_{60} = 4$.

($k_4 = 0.5$)において、 x_5 を横軸、 $\dot{x}_5 = x_6$ を縦軸とし、 2π 毎のストロポ点を用いたポアンカレ写像を求める。図5は、他の係数を同一とし、2,000周期迄求めたポアンカレ写像を示す。図は円弧状に解が引き込まれたカオスアトラクタであり、形状と後述の時系列から判断すると上田アトラクタと異なるカオスアトラクタと考える。

しかし、(5)式は次元数こそ六次元であるが、これを非線形常微分方程式に変換すると二階と三階の非線形連立常微分方程式となり⁽⁸⁾、部分的にはダフィング方程式に相当する。従って、図5のカオスアトラクタは上田アトラクタと等価であることも予想される。この詳細についてはフラクタル次元などを求めて検討しなければならない。本論文では周期倍加分岐と周期倍加分岐後の領域におけるカオスアトラクタの存在を論旨とするため、この検討は今後の課題とする。

図6は、前述のカオスアトラクタに相当する120周期迄の時系列を示す。図は、過渡状態を経由した後第三調波の波高値が定常的に変化すること、および一周波形における平坦部が微妙に変化（高調波の定常的变化）することを示している。なお、この時系列は概周期振動ではない。そ

(a) $20\pi \sim 22\pi$

(b) $20\pi \sim 60\pi$

図7 位相軌道

Fig. 7. Phase portrait with $\alpha_{11}=\alpha_{10}=\alpha_{00}=0$, $\alpha_{21}=5.0 \times 10^{-6}$, $\alpha_{20}=6.0 \times 10^{-6}$, $\beta_{11}=1.5$, $\beta_{00}=1.8$, $\beta_{10}=1.3$, $f=12.5$, $k_1=0.05$, $k_2=0.011$, $k_3=20$, $k_4=0.5$, $k_5=0.2$, $k_6=k_7=0.5$, $x_{10}=1.1$, $x_{20}=1$, $x_{30}=5$, $x_{40}=2$, $x_{50}=3$, $x_{60}=4$.

の理由は、次に述べる位相軌道と本文での記述は省略するが、初期値鋭敏依存性も確認されていることより明らかである。また、図の時系列は2,000周期迄求めても同じ傾向である。図7(a)は、時系列における $20\pi \sim 22\pi$ 、図(b)は $20\pi \sim 60\pi$ 間の位相軌道を示す。図は概周期振動に相当するトーラスではなく、高調波を意味する小ループを持つカオスの軌道である。

4. 検討

四次のルンゲ・クッタ法における局所打ち切り誤差は刻み幅の5乗に比例する⁽¹⁶⁾。本数値実験における刻み幅 $\Delta\tau$ を前述の値とすると、局所打ち切り誤差 ε_t は次の値になる。

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &\propto (\Delta\tau)^5 = (3.4906585 \times 10^{-2})^5 \\ &= 5.1824702 \times 10^{-8}\end{aligned}$$

丸め誤差は無視できる、および局所打ち切り誤差は36,000回(200周期)、360,000回(2,000周期)の繰り返し計算で累積されると仮定すると、累積打ち切り誤差 $\varepsilon_{at'}$, $\varepsilon_{at''}$ は次の値になる。

$$\begin{aligned}\varepsilon_{at'} &\propto 36000 \times 5.1824702 \times 10^{-8} \\ &= 1.8657 \times 10^{-3} \text{ (200周期)} \\ \varepsilon_{at''} &\propto 360000 \times 5.1824702 \times 10^{-8} \\ &= 1.8657 \times 10^{-2} \text{ (2,000周期)}\end{aligned}$$

定量的誤差計算は困難である。しかし、前述のポアンカレ写像における x_5 , x_6 の値は5~100であることより、本数値実験法は2,000周期迄計算しても非常に誤差の小さい方法といえる。従って、前述のカオスアトラクタは累積打ち切り誤差によるポアンカレ写像上の解の移動により構成されるのではなく、解のわずかな定常的变化によって構成されることがわかる。

なお、数値実験においては六次元システムにおける非周期振動の解明を目的としたため、電流、電圧、磁束を正規化し、しかも係数を特殊な値、例えば $\alpha_{11}=\alpha_{10}=\alpha_{00}=0$, $\alpha_{21}=5.0 \times 10^{-6}$, $\alpha_{20}=6.0 \times 10^{-6}$ などを選択した。この値は、飽和リアクトルSRの磁化特性は一次の項を含まず純粋な三次関数的特性であること、および線形リアクトルLのインダクタンスは非常に小さいことを意味する。すなわち、カオスの発生しやすい領域での定量的な数値実験結果であり、これらの結果より本周波数三倍器は全領域にわたってカオス的とは言えない。

従って、今後は設計論に結び付く定量的な数値実験を行い、種々のパラメータとカオス領域との関係を明確にしなければならない。

5. むすび

六次元システムとしての直列接続リアクトル回路を用いた周波数三倍器について、状態方程式を求め、これを四次の倍精度ルンゲ・クッタ法を用いて数値実験を行った。この結果、飽和リアクトルSRの電圧に対する入力側コンデンサ C_{1n} と出力側コンデンサ C_o の電圧の和との比 k_4 がカオス領域への移行を決定する主要因であることが判明した。こ

の k_4 をパラメータとし、 2π 毎の離散的解をプロットした分岐図において、周期倍加分岐の存在を明らかにした。これらの結果は、定性的に飽和リアクトルを含む周波数三倍器回路の実験結果と一致し、しかも周期倍加分岐後の領域でカオスアトラクタを得たことより、「カオスへの道筋」を立証することができた。

カオスアトラクタに相当する時系列については、第三調波の波高値の定常的变化によりアトラクタが構成され、累積打ち切り誤差が原因でないこと、および位相軌道により時系列はカオス応答であることを明らかにした。

今後の課題としては、ファイゲンバウム定数の詳細値を算出すること、および今回の数値実験で得られたカオスアトラクタのフラクタル次元を求めなければならない。更に、定量的な数値実験を行い、本周波数三倍器における非周期振動の全容を解明すると共に、非線形磁気回路に内在するカオス特性の工学的応用とカオスの制御についても検討したい。

終わりに、本研究に対して貴重な御討論と御助言をいただいた電気学会マグネティックス研究会と電子情報通信学会非線形問題研究会の諸氏に深く感謝の意を表します。また、卒業研究として数値実験に従事された平成5年度学部生吉田朱秀、中村嘉博の諸君に謝意を表します。

(平成6年11月24日受付、平成7年2月2日再受付)

文 献

- (1) E. N. Lorenz: "Deterministic Nonperiodic Flow", J. Atmos. Sci., 20, 130-141(1963-3)
- (2) 上田院亮・赤松則男・林千博: 「非線形常微分方程式の計算機シミュレーションと非周期振動」, 信学論A, 56, 4, 218-225(1973-4)
- (3) R. M. May: "Biological Populations with Nonoverlapping Generations: Stable Points, Stable Cycles, and Chaos", Science, 186, 645-647(1974-9)
- (4) T. Y. Li, J. A. Yorke: "PERIOD THREE IMPLIES CHAOS", Am. Math. Monthly, 82, 985-992(1975-12)
- (5) 田所睦雄・永田広充・竜田藤男・山崎俊洋: 「三相非線形回路の異常振動現象の解析」, 電学論D, 110, 8, 899-907(1990-8)
- (6) V. Franceschini, C. Tebald: "Sequences of Infinite Bifurcations and Turbulence in a Five-Mode Truncation of the Navier-Stokes Equations", J. Stat. Phys., 21, 6, 707-726(1979)
- (7) 酢谷琢磨・別所一夫: 「三脚鉄心を用いた△結線形3倍周波数通倍器におけるフィルタ回路定数不適合による分数調波振動」, 電気学会マグネティックス研資, MAG-85-179, 27-34(1985-11)
- (8) T. Sudani, K. Bessho: "An Analytical Investigation on the Efficiency of a Magnetic Frequency Tripler with Series-Connected Reactors", IEEE Trans. Magn., MAG-23, 4, 1956-1963(1987-7)
- (9) 酢谷琢磨・別所一夫: 「三脚鉄心を用いた△結線形3倍周波数通倍器の特性と数値解析」, 電学論D, 108, 10, 919-926(1988-10)
- (10) 酢谷琢磨・別所一夫: 「磁気式周波数三倍器回路方程式におけるカオスアトラクタ」, 信学技報, NLP93-60, 23-28(1993-11)
- (11) J. Guckenheimer, P. Holmes: Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields, 117(1986) Springer-Verlag
- (12) K. Bessho, F. Matsumura, M. Suzuki: "Some Experiments and Considerations on Behavior of the Power Converter with Bridge-Connected Reactor Circuit", IEEE Trans. Magn., MAG-10, 3, 965-968(1974-9)
- (13) I. Tsuda: "On the Abnormality of Period Doubling Bifurcations", Prog. Theor. Phys., 66, 6, 1985-2002(1981-12)
- (14) M. J. Feigenbaum: "Quantitative Universality for a Class of Nonlinear Transformations", J. Stat. Phys., 19, 1, 25-52(1978)
- (15) J. M. T. Thompson, H. B. Stewart(武者利光監訳, 橋口住久訳): 非線形力学とカオス, 66-67(1989-3) オーム社
- (16) J. M. マコーミック・M. G. サルバドリ(清水留三郎訳): FORTRANによる数値計算プログラム, 91(1974-3) サイエンス社

酢谷 琢磨 (正員) 1944年10月1日生まれ。67年3月金沢大学電気工学科卒業。71年4月金沢工業大学電気工学科助手。75年4月金沢大学大学院修士課程入学。77年3月同大学院修士課程修了。79年4月金沢工業高等専門学校電気工学科講師, 87年同助教授。94年4月金沢工業大学工学部工学基礎実技センター助教授, 現在に至る。主として磁気式周波数通倍器と非線形問題の研究に従事。博士(工学), 九州大学。日本応用磁気学会, 電子情報通信学会会員。

別所 一夫 (正員) 1927年7月1日生まれ。50年3月金沢工業専門学校電気工学科卒業。53年4月東京工業大学電気工学科に勤務, 56年10月同電気工学科助手。68年金沢大学工学部電気工学科助教授, 71年8月同教授, 82年4月同電気エネルギー変換実験施設長。93年4月金沢大学名誉教授, 金沢工業大学非常勤講師, 現在に至る。主として, 定電圧変圧器, 相数変換器, 周波数通倍器などの非線形磁気特性を応用した電力変換器や, 高速度ハイブリッド交流電動機の開発および高速回転円板形強磁場発生装置, 渦電流形交流強磁場発生装置の研究に従事。工学博士。日本応用磁気学会, IEEE, 日本ME学会, 電子情報通信学会会員。