自動搬送システムにおける輻輳現象の近似解析

正員 浜松 芳夫 (茨城大学)

学生員 新井 啓之 (茨城大学)

Approximate Analysis of Congestion of Traffic in AGV System

Yoshio Hamamatsu and Hiroyuki Arai, Members (Ibaraki University)

This paper deals with a merging section of the Automated Guided Vehicle System under time limit for merging. At near the merging section, one flow of traffic must form a queue to avoid collision of vehicles. The vehicle behavior is analyzed using approximate analysis with Markov chain approach and the analysis is based on an idealized model. It is important to discuss the behavior of traffic at merging sections in the design of the overall AGV system, also in realization of the system. We derive the average queue length and the average waiting time using the recurrence. The relationship between queuing delay and traffic density is examined. Therefore, we can make particular consideration about the behavior of traffic quantitatively.

キーワード：自動搬送システム，F A，モデリング，マルコフ連鎖，漸化式

1. まえがき

近年，生産システム，すなわち工場や倉庫において自動化及び無人化が進められている⁽¹⁾。これは，人件費の高騰などの他に消費者のニーズの多様化に合わせるために工場では，多品種少量生産への対応が要求されているためである。この結果，都島ら⁽²⁾が指摘しているように生産システムでは物の流れが複雑化し，運用方式，レイアウト，設備が頻繁に変更される。このような要求を満たすために搬送システムは，無人の自動搬送システム (Automated Guided Vehicle Systems, AGV) へと移行しつつある⁽³⁾。また，倉庫における在庫量を低減するために自動倉庫と生産ラインを搬送システムで結び Just in Time の機能を実現している。今後，さらに生産ラインや倉庫間の物の流れは複雑化するものと考えられる^{(4),(5)}。

本論文では，AGV システムを対象システムとして待ち行列理論を用いてモデル化し解析を行う。待ち行列理論は，生産システムや交通システムで物や人を運ぶ場合だけでなく，パケット通信や計算機内での信号や情報の伝達を行う際の解析に広く用いられており，システムの性能評価や制御方式の比較検討に利用されている。具体的には，生産システムのフレキシビリティを考慮し，AGV システムの軌道上に合流点が設けられた場合のモデルを設定する。そして，合流部近傍における車両の輻輳現象に関わる基本的特性を明らかにすることに主眼をおき解析を行う。

既に，このような車両の合流に関する研究は，一般の道路交通も含め，数多くのものがある^{(6)~(9)}。これらの研究において，モデル自体は似ているものの，車両挙動のサービス規律に対する考え方の違いから，車両の運行制御戦略がそれぞ

れ異なっている。一般的にサービス規律は，空間的な面を考慮したサービス規律，時間的な面を考慮したサービス規律及び，その両方の考え方を合わせた形でのサービス規律が考えられる。ここでは運行制御方式が最も単純であり，実現性も高いことから上述の時間的な面のみを考慮した制御戦略を採用した AGV システムの合流部の検討を行う。また，文献 (9) では，待ち台数のみを制限した場合と待ち台数と待ち時間の両方を制限した場合の検討が行われている。しかし，両方を制限した場合は解析解が陽の形で求められておらず，具体的に計算可能な待ち時間の制限もごく狭い範囲に限られている。このため文献 (9) の結果から待ち時間のみを制限した場合の検討を行うことはできない。更に，待ち台数に制限が無い場合，車両挙動の詳細な検討を行うためには，連続した車両の到来を扱えるような数理モデルを構築する必要がある点も本論文のモデルの解析を困難にしている要因の一つである。

解析にあたっては，マルコフ連鎖の手法を用い，モデルの特徴に着目することにより漸化式を導出し，近似解析を行う。解析結果から，車両の平均待ち台数や平均待ち時間などの諸量と制限待ち時間及び車両運行密度との関係を求め，モデルの特性を明らかにする。

2. モデルの設定

〈2.1〉モデルの概要 工場内のスペースが十分にあり，例えば 3 種類の部品を 3 本の生産ラインと 3 種類のジョブショップで並列に処理できるならば部品の円滑な流れを妨げるようなボトルネックとなる個所は存在しない。しかし，前章で述べたように，生産システムでは物の流れが複雑化し，

図1 モデル概略図

Fig.1. Schematic diagram of the model.

運用方式、レイアウト、設備が頻繁に変更されることが予想される。この点を考慮し、本論文で扱うモデルを図1のように設定する。

AGVの各車両は、移動セル(Moving Cell, MC)に割り付けられ軌道上を走行する。ここでMCの発生時間間隔を Δt とし、システムの単位時間とする。1つのMCに割り付けることのできる車両は1台である。

図1に示すように、2種類のジョブショップ[A/B]と[C]があり、[A/B]では部品AとBを、[C]では部品Cをそれぞれ処理する。また、Line1へは部品Aを運ぶ車両が、Line2へは部品BとCを運ぶ車両が到来する場合を考える。Line2へ到来する部品Bを運ぶ車両は、ジョブショップ[A/B]へ行くためにLine2から分岐し、合流点(M)でLine1に合流する。Line1とLine2の車両の衝突を避けるため、Line2からLine1への合流可否を判定する地点をチェックポイント(Check Point, CP)と名付け、合流点から等距離でLine1上(CP₁)とLine2上(CP₂)に設ける。CP₂に部品Bを搬送する車両が到来したときに、同時にCP₁にも車両が到来した場合には衝突を避けるため、CP₁上の車両を優先し、CP₂上の車両を後方のMCに乗換えさせる。このCP₂上の待ち車両は、時間 t_s を限度として待つことができるが解析の便宜上、時間 t_s を Δt の整数倍に取り $S\Delta t$ とする。すなわち、待ち回数を S 回に制限したことになる。この時間を越える場合には、そのまま直進させ次の分岐点に向かわせる。

〈2.2〉到来車両 本モデルへの入力である車両の到来確率を以下のように定める。CP₁に車両が到来する確率、すなわちLine1の合流点の手前に到来する任意のMCに車両が割り付けられている確率を l とする。任意のMCに車両が割り付けられているか否かは、それ以前に到来したMCに車両が割り付けられていたか否かには無関係な独立事象であるとする。逆にLine1に車両が到来しない確率は、 $m (= 1 - l)$ とする。同様に、Line2の分岐点の手前に車両が到来する確率を p とし、到来しない確率を $q (= 1 - p)$ とする。

以上のことから、Line2において連続した車両の到来は、次のように扱うことができる。Line2に i 台の車両が連続して到来する確率は、連続する i 個のMCに車両が割り付けられていて、 $i + 1$ 番目のMCには車両が割り付けられていない確率に等しい。従って、 i 台の車両が連続して到来する確率は、 $p^i q$ で与えられる。また、Line2上に到来する車両は、異

なる部品Bか部品Cを搬送している。ここでは、Line2上に到来する車両が搬送している部品がBである確率を α 、部品Cである確率を $\beta (= 1 - \alpha)$ とする。従って、部品Bを搬送する車両が到来する確率は $p\alpha$ で、部品Cを搬送する車両が到来する確率は $p\beta$ で表される。

3. 状態定義

本モデルでは、CP₂上での待ち時間のみを制限している。従って、待ち台数は、無限となる可能性がある。待ち台数に基づいて状態量を定義した場合、有限マルコフ連鎖の手法を適用することが出来ない。更に、3.1において詳しく述べるが、通常の待ち行列問題におけるサービス時間分布に相当する時間分布が関数の形としては表せない一般分布となる。

〈3.1〉合流待ち時間 本モデルでは、システムの機能上、CP₂上に到来した部品Bを搬送する車両のMCの乗換え回数(すなわち、CP₂上に車両が到来したときから合流可と判定されるまでの時間)が観測され、その回数が制限されている。CP₂上に到来した部品Bを搬送する車両は、CP₁上にも同時に車両が到来したとき衝突を避けるために“待つ”ことになる。そこでLine2に到来した車両が、待ち行列に加わりCP₂上の先頭車となるまでの時間を一般的な待ち行列理論と同様に「待ち時間」と呼び、これに対しCP₂上で車両が“待つ”(MCの乗換えを行っている)時間を「合流待ち時間」と呼ぶことにする。

今までに述べたLine2上の車両の動きから、CP₂上の車両が、一般的な待ち行列モデルのサービス窓口の客に相当することは明らかである。従って、CP₂上の車両の合流待ち時間の分布が、一般的な待ち行列モデルにおける客のサービス時間分布に相当している。本システムでは合流待ち時間(サービス時間)が、ある長さになると強制的に直進(サービスを打ち切ってしまう)させられる。このようなモデルは、計算機のバッチジョブにおいてもよく見られる。しかし、強制的な打ち切りがあるため、合流待ち時間分布(サービス時間分布)は、一般分布となる。このため本モデルにおける状態の観測は、システムの単位時間である Δt ごとに行わなければならない。但し、この状態の観測はマルコフ連鎖の具体的な状態推移を考慮する際に重要な事項であり、実際の計算では極限状態(平衡状態)を扱い、時間の概念は扱わない点に注意されたい。

〈3.2〉状態定義と状態推移 システム内の各車両はMCの乗換えは認められているが、システム内のすべてのMCは同期して動いており、CP₁とCP₂へのMCの到来は同期している。従って、CPへMCが到来する時点に着目し、任意のMCの到来時点から次のMCの到来時点までは、本モデルがある一つの状態にとどまっているものとする。すなわち、CPへMCが到来する時点は、再生点になる。

いま、任意の時刻 $k\Delta t$ において待ち台数が i 台で、CP₂上の車両の待ち回数が j 回になったとすれば、次の $(k + 1)\Delta t$ までは状態 (i, j) にあると定義する。

本マルコフ連鎖モデルの任意の状態 (i, j) から次の状態への推移の特徴に着目すれば、状態は以下の4つのグループに大別できる。

- [1] 状態 $(0, 0)$: 待ち車両がない状態。
- [2] 状態 $(i, 0)$: 待ち台数が i 台で、CP₂上の先頭車の待ち回数が0回の状態。先頭車は待ちを経験していないのでB, Cのどちらの部品を搬送する車両であるかは不明である。
- [3] 状態 (i, j) : 待ち台数が i 台で、CP₂上の先頭車の待ち回数が j 回の状態。先頭車は、待ちを経験しているため部品Bを搬送する車両である。
- [4] 状態 (i, S) : 待ち台数が i 台で、CP₂上の先頭車の待ち回数が制限回数の状態。

これら4つのグループからの具体的な状態推移を以下に示す。但し、基準となる各グループの状態は任意の時刻 $k\Delta t$ の状態であり、次の $(k+1)\Delta t$ 直前の車両の到来状況によって $(k+1)\Delta t$ 直後における状態が決定される。

[1] 状態 $(0, 0)$ からの推移。

(1) CP₁上に車両が到来し、CP₂上に n ($n \geq 1$) 台の車両が連続して到来し、 n 台の先頭の車両が部品Bを搬送する車両の場合は、状態 $(n, 1)$ に推移する。但し、部品Cを搬送する車両は待つことがないので、 n 台連続した車両の内、先頭から k ($1 \leq k \leq n-1$) 台目までが部品Cを搬送する車両であった場合は、先頭から $k+1$ 台目の部品Bを搬送する車両がCP₂上に到来したとき、同時にCP₁上にも車両が到来していれば状態 $(n-k, 1)$ に推移する。

(2) 車両の到来状況が(1)以外の場合は、CP₂上に到来した車両が待つことはないため、すべて状態 $(0, 0)$ に推移する。

[2] 状態 $(i, 0)$ からの推移。

(1) Line2の待ち台数が i 台であるためCP₂から数えて $(i+1)$ 番目のMCには車両が割り付けられていない。従って、CP₂上の車両が移動する場合には、必ず待ち台数が $(i-1)$ 台となる。よって、CP₂上の車両が部品Cを搬送する車両の場合には、CP₁の車両の到来状況に関わらず状態 $(i-1, 0)$ に推移する。CP₂上の車両が部品Bを搬送する車両の場合には、CP₁上に車両が到来しない場合に、状態 $(i-1, 0)$ に推移する。

(2) CP₂上の車両が部品Bを搬送する車両で、CP₁上に車両が到来し、且つ待ち行列の最後尾に車両が到来しない場合は、状態 $(i, 1)$ に推移する。

(3) CP₂上の車両が部品Bを搬送する車両で、CP₁上に車両が到来し、且つ待ち行列の最後尾に n ($n \geq 1$) 台の車両が連続して到来する場合は、状態 $(i+n, 1)$ に推移する。

[3] 状態 (i, j) からの推移。

(1) CP₁上に車両が到来しない場合は、状態 $(i-1, 0)$ に推移する。これは、[2](1)と同様にCP₂から数えて $(i+1)$ 番目のMCには車両が割り付けられていないため待ち行列最後尾の車両の到来状況には依存しないためである。

(2) CP₁上に車両が到来し、待ち行列最後尾に車両が到来しない場合は、状態 $(i, j+1)$ に推移する。

(3) CP₁上に車両が到来し、待ち行列最後尾に n ($n \geq 1$) 台

図2 状態推移図

Fig.2. State transition diagram.

の車両が連続して到来する場合は、状態 $(i+n, j+1)$ に推移する。

[4] 状態 (i, S) からの推移。

(1) 待ち回数が制限回数であるためCP₁上の車両の到来状況に依存せずCP₂上の車両は移動する。従って、待ち行列最後尾の車両の到来状況がどのようなであっても、状態 $(i-1, 0)$ に推移する。

以上の結果からモデルの状態推移図は図2のようになる。状態推移図中の矢印は時間 Δt ごとの推移を表している。但し、ここでは紙面の都合上 $S=3$ の場合を示してある。また、図中の太線は表示の都合上、無限に存在する状態推移をまとめたことを表している。例えば、状態 $(0, 0)$ からの太線は、状態 $(i, 1)$; $i=1, 2, 3, \dots$ のすべてに推移があることを表している。図2よりモデルの推移確率行列 R は式(1)に示す形となる。また、状態の総数は無限個となるが、具体的な解析にあたっては、4.で述べるように i の値を十分大きくとり、 $(S+1)K+1$ (但し、 K は i の上限値) 個の状態を考える。

$$R = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & \dots \\ C & B_0 & B_1 & B_2 & B_3 & \dots \\ 0 & D & B_0 & B_1 & B_2 & \dots \\ 0 & 0 & D & B_0 & B_1 & \dots \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、推移確率行列における状態の並び順は、次式で与えられる k の値に従うものとする。

$$k = \begin{cases} 1 & ; i=0, j=0 \\ S(i-1)+j+1 & ; i \geq 1, 1 \leq j \leq S \end{cases} \quad (2)$$

また、式(1)の各小行列は以下の値を取る。

$$A_0 = [1 - p\lambda\alpha] \quad (3)$$

である。

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & p^i q \lambda \alpha & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad ; i=1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

の $(S+1)$ 行ベクトルである。

$$B_i = \begin{bmatrix} 0 & p^i q l \alpha & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & p^i q l & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & p^i q l \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad ; i = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

の $(S+1) \times (S+1)$ 行列である。

$$C = \begin{bmatrix} m + l\beta \\ m \\ \vdots \\ m \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

の $(S+1)$ 列ベクトルである。

$$D = \begin{bmatrix} m + l\beta & 0 & \dots & 0 \\ m & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

の $(S+1) \times (S+1)$ 行列である。

4. 解析

ここでは、本モデルの特徴に着目して漸化式を求めることにより近似解析を行う。本マルコフ連鎖モデルにおいて、待ち台数 i は無限であるが、 i の値を十分大きくとることにより近似解が得られることは自明である。また、この近似の精度に関する検討は 5.1 で行う。

〈 4.1 〉 極限状態確率分布 極限状態（平衡状態）において状態 (i, j) にある確率を $P_{i,j}$ で表すものとすれば、極限状態確率分布 P は、次式のように定義される。

$$P = [P_{0,0} \ P_{1,0} \dots P_{1,S} \ P_{2,0} \dots P_{2,S} \dots] \quad (8)$$

極限状態確率 $P_{i,j}$ は、式 (1),(8) を用いて以下の 2 つの式によって算定できる。

$$P = PR \quad (9)$$

$$P_{0,0} + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=0}^S P_{i,j} = 1 \quad (10)$$

式 (9) より得られる連立方程式を以下に示す。

$$P_{0,0} = (1 - p l \alpha) P_{0,0} + (m + l\beta) P_{1,0} + m \sum_{j=1}^{S-1} P_{1,j} + P_{1,S} \quad (11)$$

$$P_{i,0} = (m + l\beta) P_{i+1,0} + m \sum_{j=1}^{S-1} P_{i+1,j} + P_{i+1,S} \quad ; i \geq 1 \quad (12)$$

$$P_{1,j} = q l P_{1,j-1} \quad ; 2 \leq j \leq S \quad (13)$$

$$P_{i,1} = q l \alpha \sum_{k=0}^i p^{i-k} P_{k,0} \quad ; i \geq 1 \quad (14)$$

$$P_{i,j} = q l \sum_{k=1}^i p^{i-k} P_{k,j-1} \quad ; i \geq 2, 2 \leq j \leq S \quad (15)$$

マルコフ連鎖において連立方程式を解く場合、通常 $P_{i,j}$ をすべて $P_{0,0}$ で表し、式 (10) に代入することにより $P_{0,0}$ を求める方法がとられる。すなわち、マルコフ連鎖の解析は、 $P_{i,j}$ を $P_{0,0}$ で表したときの係数を求めることに帰着される。

ここで上述の連立方程式の式 (11),(12) を後のために以下のように書き換える。

$$P_{0,0} = (1 - p l \alpha) P_{0,0} + l\beta P_{1,0} + m \sum_{j=0}^S P_{1,j} + l P_{1,S} \quad (16)$$

$$P_{i,0} = l\beta P_{i+1,0} + m \sum_{j=0}^S P_{i+1,j} + l P_{i+1,S} \quad ; i \geq 1 \quad (17)$$

そして、式 (13)~(17) を用いることにより、いくつかの計算の後、

$$\sum_{j=0}^S P_{1,j} = p \alpha \sum_{j=1}^S (q l)^j P_{0,0} + \left\{ 1 + \alpha \sum_{j=1}^S (q l)^j \right\} P_{1,0} \quad (18)$$

$$P_{1,S} = p \alpha (q l)^S P_{0,0} + \alpha (q l)^S P_{1,0} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^S P_{i,j} &= p^i \alpha \sum_{j=1}^S \left(\prod_{n=1}^{i-1} \frac{j-1+n}{n} \right) (q l)^j P_{0,0} \\ &+ \sum_{k=1}^{i-1} \left\{ p^{i-k} \alpha \sum_{j=1}^S \left(\prod_{n=1}^{i-k} \frac{j-1+n}{n} \right) \right. \\ &\times (q l)^j P_{k,0} \left. \right\} + \left\{ 1 + \alpha \sum_{j=1}^S (q l)^j \right\} P_{i,0} \quad ; i \geq 2 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} P_{i,S} &= p^i \alpha \left(\prod_{n=1}^{i-1} \frac{S-1+n}{n} \right) (q l)^S P_{0,0} \\ &+ \sum_{k=1}^{i-1} p^{i-k} \alpha \left(\prod_{n=1}^{i-k} \frac{S-1+n}{n} \right) (q l)^S P_{k,0} \\ &+ \alpha (q l)^S P_{i,0} \quad ; i \geq 2 \end{aligned} \quad (21)$$

の関係が導かれる。以上の式 (16)~(21) を用いて漸化式を求めることができる。

初めに、式 (16) に式 (18),(19) を代入することにより、

$$P_{1,0} = \frac{p l \alpha (1 - a_1)}{b} P_{0,0} \quad (22)$$

が得られる。次に、式(17)に式(18)~(21)を代入することによって、

$$P_{2,0} = \frac{1 - pl\alpha a_2}{b} P_{1,0} - \frac{p^2 l \alpha a_2}{b} P_{0,0} \quad (23)$$

が得られる。最後に式(17)に順次、式(18)~(21)を適用することにより、次式で示される漸化的関係が明らかとなる。

$$P_{i,0} = \frac{1 - pl\alpha a_2}{b} P_{i-1,0} - \left(\sum_{k=2}^{i-1} \frac{p^k l \alpha a_{k+1}}{b} P_{i-k,0} + \frac{p^i l \alpha a_i}{b} P_{0,0} \right) ; i \geq 3 \quad (24)$$

但し、式(22)~(24)において、

$$b = m + l\beta + m\alpha \sum_{j=1}^S (ql)^j + l\alpha (ql)^S \\ = \frac{m + pl\beta + pl\alpha (ql)^S}{1 - ql} \quad (25)$$

$$a_1 = qm \sum_{j=1}^S (ql)^{j-1} + (ql)^S \\ = \frac{qm + p(ql)^S}{1 - ql} \quad (26)$$

$$a_i = qm \sum_{j=1}^S \left(\prod_{n=1}^{i-1} \frac{j-1+n}{n} \right) (ql)^{j-1} \\ + \left(\prod_{n=1}^{i-1} \frac{S-1+n}{n} \right) (ql)^S ; i \geq 2 \quad (27)$$

である。以上の式(22)~(24)及び式(13),(14),(15)を用いれば、すべての $P_{i,j}$ を $P_{0,0}$ で表すことができる。従って、式(10)を用いて $P_{0,0}$ の値を求めれば考慮すべき極限状態確率、すなわち i の値を任意としたときの $P_{i,j}$ が得られる。

以上は、 S が有限のときであり、漸化式は得られているが陽の形で解析解は得られていない。何らかの特殊な条件であっても解析解が陽の形で得られるならば得られた漸化式の妥当性の検討や評価の基準となり得る。次節では、合流待ち時間に対して何も制限を加えない場合($S = \infty$)についての検討を行う。

〈4.2〉 $S = \infty$ の場合の極限状態確率分布 合流待ち時間に対して何も制限を加えない場合は、合流待ち時間をマルコフ連鎖の状態変数として考慮する必要がない。しかし、 CP_2 上の車両が部品Bを搬送する車両か部品Cを搬送する車両かを区別する必要がある。従って、マルコフ連鎖の状態を状態 (i, ν) で表す。 i は、 S が有限の場合と同様に CP_2 上からの待ち台数を表す。 ν は、 CP_2 上の車両の状況によって以下に示す0,1のどちらかの値をとる。

$$\nu = \begin{cases} 0 & ; \text{待ちを経験していない。} \\ 1 & ; 1 \text{ 回以上待ちを経験している。} \end{cases}$$

S が有限の場合と区別するため、 $S = \infty$ の場合の極限状態確率を $F_{i,\nu}$ で表す。この $F_{i,\nu}$ は、解析的に容易に求まる。ここでは紙面の都合上、結果のみを以下に示す。最終的に S を無限とした場合の極限状態確率 $F_{i,\nu}$ は、

$$F_{0,0} = \frac{qm - pl\alpha}{qm} \quad (28)$$

$$F_{i,0} = \frac{p^i (pl\alpha) (qm - pl\alpha)}{qm (m + pl\beta)^i} ; i \geq 1 \quad (29)$$

$$F_{i,1} = \frac{p^i (ql\alpha) (qm - pl\alpha)}{qm (m + pl\beta)^i} ; i \geq 1 \quad (30)$$

で与えられる。以上の $S = \infty$ の場合の極限状態確率 $F_{i,\nu}$ (式(28)~(30))を用いることにより、 $S = \infty$ の場合の平均待ち台数や平均通過遅れ時間などを求めることができる。

〈4.3〉平均待ち台数、平均通過遅れ時間、迂回率 4.1

において待ち台数 i の値を任意とした場合の極限状態確率の値が得られている。ここで i の値を十分大きくとることを考慮し、その上限の値を K で示すことにする。

図2の状態 $(i, 0)$; $i = 1, 2, \dots, K$ における先頭車両は、この時点で初めて CP_2 上に到達し、まだ待ちを経験していない。この車両は次の時点において必ず待つとは限らない。従って、この状態は単に CP_2 上から i 台の車両が存在していることを表し、待ち行列を形成しているわけではない。このことから CP_2 上の車両も含めた平均待ち台数 L_S は、状態 $(i, 0)$ を含めずに次式によって求めなければならない。

$$L_S = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^S i P_{i,j} ; S = 1, 2, 3, \dots \quad (31)$$

また、車両が待ち行列に加わり最終的に CP_2 上から移動するまでに要する時間、すなわち車両の平均通過遅れ時間 T_S は、リトルの公式を用いて、

$$T_S = L_S / \lambda ; S = 1, 2, 3, \dots \quad (32)$$

で与えられる。但し、式(32)の λ は、 CP_2 若しくは待ち行列最後尾への車両の到来頻度を表し、 $\lambda = p / \Delta t$ のことである。

また、本モデルにおいて部品Bを搬送する車両は、 CP_2 上での待ち回数が S 回で、引き続き CP_1 上に車両が到来したとき合流不可と判定され分岐点を直進し、次の分岐点に向かう。ここで、この車両のことを迂回車両と呼ぶことにする。いま、迂回率は、

$$\text{迂回率} = \frac{\text{迂回した車両台数}}{\text{Line2に到来した部品Bを搬送する車両台数}}$$

と定義する。前述のように CP_2 上の車両が迂回するのは、その車両の待ち回数が制限回数で、且つ CP_1 上に車両が到来した場合である。すなわち、迂回することになる確率は $l P_{i,S}$ で与えられる。以上のことから、迂回率 ε_S は、

$$\varepsilon_S = \frac{1}{p\alpha} \sum_{i=1}^K l P_{i,S} ; S = 1, 2, 3, \dots \quad (33)$$

で求めることができる。

更に、 $S = \infty$ の場合の極限状態確率 $F_{i,\nu}$ が式 (28)~(30) で与えられている。このときの平均待ち台数 L_∞ 、平均通過遅れ時間 T_∞ は、それぞれ次式により求められる。但し、 S が有限の場合と同様に平均待ち台数は、状態 $(i, 0)$; $i = 1, 2, 3, \dots$ を除いた状態 $(i, 1)$; $i = 1, 2, 3, \dots$ によって算定しなければならない。

$$L_\infty = \sum_{i=1}^{\infty} i F_{i,1} = \frac{pl\alpha (m + pl\beta)}{m (qm - pl\alpha)} \quad (34)$$

$$T_\infty = \frac{L_\infty}{\lambda} = \frac{l\alpha (m + pl\beta)}{m (qm - pl\alpha)} \quad (35)$$

また、 $S = \infty$ のとき、 CP_2 上の車両は無限に待つことが許されるので、このときの迂回率 ε_∞ は、

$$\varepsilon_\infty = 0 \quad (36)$$

となる。次に、待ちをまったく許さない $S = 0$ の場合、 CP_2 上の車両は MC の乗換えを行わないために平均待ち台数 L_0 、平均通過遅れ時間 T_0 共に零となる。

$$L_0 = T_0 = 0 \quad (37)$$

$S = 0$ の場合、部品 B を搬送する車両が CP_2 上に到来したとき CP_1 上にも車両が到来していれば、この CP_2 上の車両が迂回させられる。従って、 $S = 0$ のときの迂回率 ε_0 は、

$$\varepsilon_0 = pl\alpha/p\alpha = l \quad (38)$$

で求めることができる。

〈 4.4 〉 車両の種類を区別した場合の平均通過遅れ時間

次に、迂回率を利用して、部品 B と部品 C を搬送する車両及び迂回車両の平均通過遅れ時間を別々に求める。但し、部品 B を搬送する車両の平均通過遅れ時間は、迂回した車両を除き、ジョブショップ [A/B] に到達した車両の通過遅れ時間の平均のことである。3.1 でも述べたように待ち行列に加わり CP_2 上の待ち行列先頭車となるまでの時間が「待ち時間」である。この待ち時間の平均を求めるためには、 CP_2 上の車両を除いたときの平均待ち台数を求める必要がある。前述の平均待ち台数と区別するため平均待ち行列長 L_{qS} と呼ぶことにする。従って、 L_{qS} は、

$$L_{qS} = \sum_{i=2}^K \sum_{j=1}^S (i-1) P_{i,j} \quad ; S = 1, 2, 3, \dots \quad (39)$$

与えられる。そして、平均待ち時間 W_{qS} は、 L_{qS} を用いてリトルの公式から次式で求められる。

$$W_{qS} = L_{qS}/\lambda \quad (40)$$

Line2 に到来したすべての車両は、合流待ち時間が異なるだけで、式 (40) の平均待ち時間は、どの車両ともに同じ値である。部品 C を搬送する車両は CP_2 上で待つことはない。

従って、部品 C を搬送する車両の平均通過遅れ時間 T_{fS} は、平均待ち時間に等しく、

$$T_{fS} = W_{qS} \quad (41)$$

である。また、部品 B を搬送する車両の内、迂回車両は、 CP_2 上で必ず S 回の MC の乗換えを行い迂回する。従って、迂回車両の平均通過遅れ時間 T_{dS} は、次式で与えられる。

$$T_{dS} = W_{qS} + S \quad (42)$$

次に、Line2 に到来した全車両の平均通過遅れ時間 T_S と部品 B を搬送する車両、部品 C を搬送する車両及び迂回車両の平均通過遅れ時間 T_{eS}, T_{fS}, T_{dS} の関係は、迂回率 ε_S を用いて、

$$T_S = \alpha(1 - \varepsilon_S) T_{eS} + \alpha\varepsilon_S T_{dS} + \beta T_{fS} \quad (43)$$

で与えられる。式 (41) で部品 C を搬送する車両の平均通過遅れ時間、式 (42) で迂回車両の平均通過遅れ時間が求められているので、部品 B を搬送する車両の平均通過遅れ時間 T_{eS} は、式 (43) から、

$$T_{eS} = \frac{T_S - \alpha\varepsilon_S T_{dS} - \beta T_{fS}}{\alpha(1 - \varepsilon_S)} \quad (44)$$

で求められる。

5. 数値計算例

〈 5.1 〉 近似解析の検討 初めに、近似解析の精度に関する検討を行う。すなわち、待ち台数 i の上限値 K を検討するため、 K を変化させた場合の平均待ち台数 L_S の数値例を図 3 に示す。車両運行密度が高くなるほど近似精度が低くなるので、 CP_1 へ車両が到来する確率を $l = 0.5$ 、 CP_2 若しくは待ち行列最後尾に車両が到来する確率を $p = 0.6$ に、それぞれ一定とした。また、制限待ち回数は $S = 10$ とし、Line2 に到来する車両が搬送している部品が B である確率を $\alpha = 0.6$ としてある。

グラフから明らかなように、比較的車両運行密度が高く、平均待ち台数が 10 台以上となる場合であっても、 $K = 500$ 程度にとれば十分な近似精度が得られている。従って、次節の数値計算では、 $K = 500$ として計算を行うことにする。

〈 5.2 〉 数値計算例 図 4、図 5 に Line2 の車両の到来確率 p を変えた場合の平均待ち台数の数値計算例を示す。但し、図 4 は $\alpha = 0.6$ 、図 5 は $\alpha = 1.0$ とした。また、Line1 の車両の到来確率は図 4、図 5 共に $l = 0.5$ 一定とした。

本モデルでは CP_2 上での MC の乗換え回数のみが制限されている。従って、待ち台数が無限大となってしまう可能性がある。本数値例では、 $S = 1, 2, 3, 4, \infty$ とした場合の L_S を実線で、 $S = 7$ とした場合の L_7 を破線で示してある。また、 L_{30} のグラフは、 L_∞ の曲線と重なってしまうため図中には示していない。紙面の都合上、他の α の値について示せなかったが、 α の値が変わっても同様に $L_{30} \approx L_\infty$ となる。以上のことから許容待ち回数 S を約 10 以上に設定した場合には、モデルの基本的な性質は待ち回数制限のない場合とほぼ同様に

図3 K 対 L_S の関係Fig.3. Relationship between K and L_S .

図6 平均通過遅れ時間と迂回率

Fig.6. Average queuing delay and detour rate.

図4 平均待ち台数の数値計算例

Fig.4. Numerical examples of L_S .

図5 平均待ち台数の数値計算例

Fig.5. Numerical examples of L_S .

なることが明らかである。従って、車両の合流制御を行う際には、許容待ち回数 S を 10 以下に設定することにより通過遅れ時間や迂回率を制御することができる。

次に、この許容待ち回数の効果を検討するために許容待ち回数 S を変化した場合の各平均通過遅れ時間 $T_S, T_{fS}, T_{dS}, T_{eS}$ と迂回率 ϵ_S を図 6 に示す。但し、Line2 の車両の到来確率 p を 0.4、搬送する部品が B である確率 α を 0.6、Line1 の車両の到来確率 l を 0.5 一定としてある。図からも明らかなように平均通過遅れ時間と迂回率の関係は、トレードオフの関係にある。また、迂回車両の平均通過遅れ時間 T_{dS} は、他の平均通過遅れ時間に比べ急激に増加している。迂回車両は、CP₂ 上で必ず S 回待ってから迂回するためである。図より、まったく待ちを許さない場合 ($S = 0$) に比較して数回の待ちを許すことによって迂回率が大きく改善されることがわかる。 $S = 3$ に設定した場合には、迂回率が約 1/10 に減少し、 $S = 4$ では約 1/20 となる。しかし、このときの平均通過遅れ時間は、それほど増加していない。従って、数回の許容待ち回数を設定することによって、モデルの特性改善に対して十分その効果が期待できる。

6. むすび

マルコフ連鎖モデルを適用し、合流待ち時間に制限のある AGV システムの数値モデルを構築した。モデルの特徴に着目して極限状態確率に関する漸化式を導出し、近似解析を行った。システムの性能評価などを行う際の基本的な諸量、すなわち平均待ち台数、平均通過遅れ時間及び迂回率と車両運行密度との関係を定量的に明らかにすることができた。この結果、実際にシステムが稼働した場合に最適な合流待ち時間制限の検討を具体的に行うことが可能になった。また、異なる部品を搬送する車両及び迂回車両の平均通過遅れ時間も別々に求めることができた。このため、車両運行制御方式に対す

る詳細な検討も定量的に行うことが可能である。AGV システムの設計や制御方式の検討に対して有用な資料を提供し得るものと考えられる。更に、複数の合流部を対象とした複雑なモデルのシミュレーションにおける各種パラメータの設定やシミュレーション結果の整理にも役立てることができる。

本論文では、陽の形で解析解を導くことはできなかった。しかし、漸化式を導出したことにより高精度の数値計算が可能である。このことは、数値計算例を詳細に検討することによって解析解を導き出せる可能性があることを示唆している。この点に関する検討は今後の課題である。

なお、本研究の一部は文部省科学研究費一般研究(C)課題番号:07805039の援助による。ここに記して感謝の意を表します。

(平成7年6月16日受付,平成8年6月17日再受付)

文 献

- (1) 篠塚元雄・吉谷明次:「自動倉庫・搬送システム」,情報処理, Vol.25, No.4, 317~325 (1984)
- (2) 都島功・岡坂建一:「FA用搬送車群運行制御シミュレータ」,シミュレーション, Vol.7, No.1, 10~16 (1988)
- (3) 佐々木淳・増山繁・山川栄樹:「AGV(Automated Guided Vehicle)システムにおける許容台車数の理論的解析」,信学論, J78-A, 10, 1341~1347 (1995)
- (4) 中村明徳:「物流・搬送システムの技術動向」,自動化技術, Vol.24, No.5, 18~20 (1992)
- (5) 「物流・搬送システム」,自動化技術, Vol.25, No.9, 40~43 (1993)

- (6) H. Mine and T. Mimura: " Highway merging problem with acceleration area " , Transpn. Sci., 3, 3, 205~213 (1969)
- (7) F. Rubin: " Routing algorithms for urban rapid transit " , Transpn. Res., 9, 215~223 (1975)
- (8) K. Thangavelu, D.S. Berry, and B.M. Shafer: " Design analysis of stations and intersections of a high-capacity personal rapid transit network " , Transp. Resear. Record, 522, 10~27 (1974)
- (9) 浜松芳夫・中田勝啓・加地郁夫・土肥修:「個別軌道輸送システム十字路付近のモデル化とその解析」,信学論, J64-A, 10, 835~842 (1981)

浜松 芳夫

(正員) 76年3月日本大学大学院理工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年4月玉川大学工学部電子工学科助手。82年講師, 88年助教授。92年4月茨城大学工学部システム工学科助教授, 現在に至る。工学博士(北大)。主として, 交通流, 待ち行列理論の研究に従事。電子情報通信学会, 日本シミュレーション学会, IEEE, IASTED 各会員。

新井 啓之

(学生員) 94年3月茨城大学工学部精密工学科卒業。96年4月茨城大学大学院理工学研究科システム工学専攻博士前期課程修了。現在, (株)小森コーポレーションに勤務。在学当時, マルコフ連鎖の応用に関する研究に従事。