平行リンクロボットマニピュレータのロバスト H_∞ 制御

正員 滑 川 徹 (金沢大)
 正員 藤 田 政 之 (北陸先端大)
 正員 松 村 文 夫 (金沢大)

Robust H_∞ control of a Parallel Link Robot Manipulator

Toru Namerikawa, Member (Kanazawa University), Masayuki Fujita, Member (JAIST), Fumio Matsumura, Member (Kanazawa University)

This paper proposes a linear robust control scheme for robotic trajectory tracking based on the H_∞ control theory. The controller consists of a model-based linear robust controller, and it does not employ inverse dynamic computation, hence once the controller has been obtained, computational burden for H_∞ controller is relatively small, because the H_∞ controller is linear and time invariant and the computational burden is only matrix vector multiplications. Further, the control input is continuous. Therefore, the H_∞ controller is suitable for realization of real-time model-based robust control.

At first, our experimental manipulator is introduced. Then, the dynamics and model uncertainties of the robot system including actuator are discussed. Dynamic couplings and the gravity forces are treated as the real structured uncertainties. Then, setting up the control objectives in H_∞ synthesis framework, an H_∞ controller is designed with the static constant scaling matrix D to achieve robust performance of the closed-loop system by small gain theorem. Finally, we show the effectiveness of proposed linear robust H_∞ control scheme for a robot manipulator with experimental results.

キーワード：ロバスト制御，構造的な不確かさ，ロボットマニピュレータ，定数スケールリング H_∞ 制御，位置制御

1. はじめに

産業用ロボットは一般にPD/PI制御により各軸独立にコントロールされており，実際にある程度の制御性能を達成している。非線形で干渉があるにもかかわらず，その制御が有効である主な理由は，それらのほとんどが高いギア比の減速機を持っており，近似的に各軸が線形独立として扱うことができるからである。特に本研究で取り扱う平行リンク機構を有するマニピュレータは構造的に各リンク間の干渉を小さく抑えることができ，産業用マニピュレータの一部としてもよく用いられている。しかしながらより高速・高精度な軌道追従を要求する場合にはリンク間の動的な干渉を無視することができなくなり，PD/PI制御だけでは性能が不十分となる。

計算トルク法などのモデルベース制御はマニピュレータのダイナミックモデルを用いる制御である。完全に精巧なモデルが得られる場合には，この制御方法はロボットダイナミクスを完全に線形化，非干渉化することができるが，現実的にはモデルの不確かさは不可避である。その不確かさが制御性能，追従精度を劣化させる。それゆえさらに高精度な性能を達成させるためにはロバスト制御の導入

が必要である^{(1)~(3)}。

ロボットのダイナミックモデルのパラメータの不確かさを取り扱った研究はたくさん行われている。一つの主流であるアプローチは適応制御⁽²⁾⁽⁴⁾で，未知のパラメータをオンラインで推定するものである。もう一つの主な手法はロバスト制御^{(3)(5)~(7)}であり，一般にはスライディングモード制御⁽⁵⁾や，リアプノフの方法に基づく方法⁽¹⁾などがよく用いられている。

本論文では H_∞ 制御理論に基づくロバスト制御法をロボットマニピュレータ制御へ適用する。線形時不変の H_∞ コントローラが一度得られればリアルタイム制御時の補償器の実装に関する計算負荷は非常に小さい。なぜならこのコントローラの実装のための計算負荷は単なる行列の積和演算であるからである。文献(7)では非線形補償を行い，制御対象の線形化を行っているが，本論文では非線形補償は行わない。高速積和算可能なDSPなどを使ってコントローラを実装する際には，このアプローチのサンプリングタイムは他の非線形制御に比べて非常に短い。それゆえ H_∞ 補償器は高速運動を行う対象に対するリアルタイムでのロバスト性能の実現に適していると考えられる。またリンク間の干渉や，重力項，パラメータ誤差に対する補償を行う

ことで、PD/PI 制御を用いるよりもロボastsに性能を保持するシステムの構築が期待される。

まず制御対象である2自由度平行リンクロボットマニピュレータの公称線形モデルを定義する。つぎに公称モデルに含められなかった干渉項や重力項などを構造的な不確かさとして取り扱い、その不確かさに対しても、安定性と制御性能を保持する制御系の設計を行う。このシステムは減速器や、リンク構造のために、一般のロボットマニピュレータに比べて相対的に非線形性が弱く、干渉項や重力項などの構造的な不確かさに対して安定性が保証できれば、積極的に非線形制御を施さなくとも、線形ロボasts制御で十分な制御性能の達成が期待できる。またアクチュエータのダイナミクスやモデル化の際に無視した不確かさは制御対象の非構造的な不確かさとして扱う。

これらの不確かさは入出力安定なシステムであり、それに対するロボasts安定性を保証するために、スモールゲイン定理に基づく H_∞ 制御を用いる。またその十分性に対する保守性を軽減するために、定数スケーリング行列を導入する。実際の制御系設計には負荷を加えた場合のリンクパラメータの実変動も考慮し、その補償も行う。最後に制御実験を行い、本制御系設計手法の有効性を検証する。

2. ロボット制御システム

〈2・1〉 ロボットアームのダイナミクス 本論文では図1のような単純な2自由度平行リンク型ロボットを制御対象とする。それぞれのリンクはDCサーボモータで駆動し、その減速比は1:8である。リンク角の検出には増分式エンコーダを用いている。また本研究では図1中のポテンショメータはフィードバック制御には用いない。このロボットマニピュレータシステムの総質量は約2kgと非常に小型のシステムである。

このマニピュレータのリンク構成を図2に示す。図2よりこのロボastsのダイナミクスは以下の式で表わすことができる⁽⁸⁾。

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q})\dot{q} + F_v\dot{q} + g(q) = \tau \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \cos(q_2 - q_1) \\ M_{12} \cos(q_2 - q_1) & M_{22} \end{bmatrix}$$

$$h(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -M_{12}\dot{q}_2 \sin(q_2 - q_1) \\ M_{12}\dot{q}_1 \sin(q_2 - q_1) & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_v = \begin{bmatrix} F_{v1} & 0 \\ 0 & F_{v2} \end{bmatrix}, g(q) = \begin{bmatrix} V_1 \cos q_1 \\ V_2 \cos q_2 \end{bmatrix}, q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}, \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{ここで, } M_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_1^2 + I_1 + I_3$$

$$M_{12} = m_3 l_2 l_{c3} - m_4 l_1 l_{c4}$$

$$M_{22} = m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_2^2 + m_4 l_2^2 + I_2 + I_4$$

$$V_1 = (m_1 l_{c1} + m_3 l_{c3} + m_4 l_1)g$$

$$V_2 = (m_2 l_{c2} + m_3 l_2 - m_4 l_4)g$$

$q(t)$ はリンク角度ベクトル、 $\tau(t)$ は入力トルクベクトルであり、 $M(q)$ は慣性行列、 $h(q, \dot{q})$ はコリオリ力・遠心力などの項、 F_v は粘性摩擦係数項、 $g(q)$ は重力項である。 m_i, l_i, l_{ci} ($i=1, 2, \dots, 4$) はそれぞれ各リンクの質量中心、

図1 2自由度平行リンクロボットマニピュレータ
Fig. 1. 2-DOF parallel link robot manipulator.

- ⊙ : center of mass
- m_i : mass of link i
- l_i : length of link i
- l_{ci} : distance from the previous joint to the center of mass of link i

図2 ロボットマニピュレータのリンク構成
Fig. 2. Link construction of the robot manipulator.

リンク長、質量中心までの距離を示し、リンク長に関して $l_1 = l_3, l_2 = l_4$ という関係を満たす。

〈2・2〉 アクチュエータのダイナミクス 各アームは減速器を介してDCサーボモータで駆動される。用いる二つのDCモータは同一の定格を持つ。関節角の $q(t)$ とモータ角 $q_m(t) = [q_{m1}, q_{m2}]^T$ の間のギアの比率を η とすると以下の式が成り立つ。

$$q_{mi} = \eta q_i \quad (i=1, 2) \quad \dots\dots\dots (2)$$

またモータに関しては、トルクのバランスから

$$\tau_{mi} = J_m \ddot{q}_{mi} + D_m \dot{q}_{mi} + \tau_{ai} \quad (i=1, 2) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで $\tau_m = [\tau_{m1}, \tau_{m2}]^T$ はモータトルク発生力、 J_m はモータ慣性、 D_m はロータの粘性摩擦係数、 τ_{ai} はアクチュエータがアームに伝える駆動力である。

またモータのトルク発生力は、電機子電流 $i = [i_1, i_2]^T$ とモータトルク定数 K_t によって次のように表現される。

$$\tau_{mi} = K_t i_i \quad (i=1, 2) \quad \dots\dots\dots (4)$$

逆起電力定数を K_b とするとモータのロータの回転により生じる逆起電力 $v_b = [v_{b1}, v_{b2}]^T$ は、

$$v_{bi} = K_b \dot{q}_{mi} \quad (i=1, 2) \quad \dots\dots\dots (5)$$

D/Aコンバータからの制御信号は一般にアンプで増幅

されモータに入力される。ここでそのアンプゲイン: K_a は定数であるとする。DC モータの電機子回路は以下の 1 階の微分方程式で記述される。

$$L \frac{d}{dt} i_i + R i_i + v_{bi} = K_a v_i \quad (i=1, 2) \quad (6)$$

ここで L はインダクタンス, R は抵抗, $v=[v_1, v_2]^T$ は制御電圧である。仮想仕事の原理により負荷に発生するトルク $\tau=[\tau_1, \tau_2]^T$ は以下の式で与えられる。

$$\tau_i = \eta \tau_{ai} \quad (i=1, 2) \quad (7)$$

ここで L/R の時定数はこのシステムにおいては十分に短いので L を無視すると, 以上の議論によりアクチュエータを含むマニピュレータのダイナミクスは次式で表わされる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \hat{m}_{11} & \hat{m}_{12} \\ \hat{m}_{21} & \hat{m}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{d}_{11} & \hat{d}_{12} \\ \hat{d}_{21} & \hat{d}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{g}_1 \\ \hat{g}_2 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (8) \\ & \hat{m}_{11} = \eta^2 J_m + M_{11} \quad \hat{m}_{12} = M_{12} \cos(q_2 - q_1) \\ & \hat{m}_{21} = M_{12} \cos(q_2 - q_1) \quad \hat{m}_{22} = \eta^2 J_m + M_{22} \\ & \hat{d}_{11} = \eta^2 \left(D_m + \frac{K_t K_b}{R} \right) + F_{v1} \quad \hat{d}_{12} = -M_{12} \dot{q}_2 \sin(q_2 - q_1) \\ & \hat{d}_{22} = \eta^2 \left(D_m + \frac{K_t K_b}{R} \right) + F_{v2} \quad \hat{d}_{21} = M_{12} \dot{q}_1 \sin(q_2 - q_1) \\ & \hat{g}_1 = V_1 \cos q_1 \quad \hat{g}_2 = V_2 \cos q_2 \\ & \alpha = \frac{\eta K_a K_t}{R} \end{aligned}$$

リンクとアクチュエータのパラメータの数値を表 1, 表 2 に示す。それにより, (8) 式中のモデルパラメータの数値が (9) 式のように得られる。ここで F_v は考慮しない。モデルパラメータ

$$\begin{aligned} \hat{m}_{11} &= 3.68 \times 10^{-3} & \hat{m}_{22} &= 2.99 \times 10^{-3} \\ \hat{m}_{12} &= -8.22 \times 10^{-5} \cdot \cos(q_2 - q_1) \\ \hat{m}_{21} &= -8.22 \times 10^{-5} \cdot \cos(q_2 - q_1) \\ \hat{d}_{11} &= 9.25 \times 10^{-3} & \hat{d}_{22} &= 9.25 \times 10^{-3} \\ \hat{d}_{12} &= 8.22 \times 10^{-5} \cdot \dot{q}_2 \cdot \sin(q_2 - q_1) \\ \hat{d}_{21} &= -8.22 \times 10^{-5} \cdot \dot{q}_1 \cdot \sin(q_2 - q_1) \end{aligned}$$

表 1 リンクパラメータ
Table 1. Link parameter.

i	m_i [g]	l_i [mm]	l_{ci} [mm]	I_i [kgm ²]
1	86.7	128.0	0.0	2.87×10^{-3}
2	74.4	50.0	0.0	2.70×10^{-3}
3	18.0	128.0	64.0	1.33×10^{-4}
4	28.0	178.0	39.0	6.00×10^{-5}

表 2 アクチュエータのパラメータ
Table 2. Parameter of actuators.

Symbol	Value
J_m	2.25×10^{-6} [kgm ²]
η	8
D_m	0 (ignored)
R	7.9 [Ω]
K_t, K_b	3.40×10^{-2}
K_a	2

$$\begin{aligned} \hat{g}_1 &= 4.64 \times 10^{-2} \cos q_1 & \hat{g}_2 &= -1.88 \times 10^{-3} \cos q_2 \\ \alpha &= 6.89 \times 10^{-2} \end{aligned} \quad (9)$$

〈2・3〉 線形ロボットダイナミクス (9) 式において, $\hat{m}_{11}, \hat{m}_{22}, \hat{d}_{11}, \hat{d}_{22}$, そして α は定数である。また明らかに $|\hat{m}_{11}|$ と $|\hat{m}_{22}|$ は $\max_{q_1, q_2} |\hat{m}_{12}|$ や $\max_{q_1, q_2} |\hat{m}_{21}|$ より十分大きい。制御対象はリンク間の干渉や重力項を考慮している (8) 式で詳細に記述されるが, 制御系設計のための公称設計のための公称線形モデルは以下のように定義する。

公称モデル

$$\begin{bmatrix} \hat{m}_{11} & 0 \\ 0 & \hat{m}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{d}_{11} & 0 \\ 0 & \hat{d}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

この簡化された公称モデルを用いて制御系の設計を行う。また (10) 式に含めなかった (8) 式の $\hat{m}_{12}, \hat{m}_{21}, \hat{d}_{12}, \hat{d}_{21}, \hat{g}_1, \hat{g}_2$ をシステムの構造的不確かさとして取り扱う。

(9) 式について, 以下の 2 式が成り立つ。

$$|\sin(q_2 - q_1)| \leq 1, |\cos(q_2 - q_1)| \leq 1, \forall q_1, q_2 \quad (11)$$

$$|\dot{q}_1(t)| \leq \dot{q}_{\max}, |\dot{q}_2(t)| \leq \dot{q}_{\max}, \forall t \quad (12)$$

正の定数 $\dot{q}_{\max}$ はシステムの安定性が保証される最大速度である。ここで制御対象の DC モータの最大回転速度は無負荷の状態では 39.3 rad/s ($=3000 \text{ rpm}$) であるので, 最大安定速度 $\dot{q}_{\max}$ は,

$$\dot{q}_{\max} = 39.3 \text{ (rad/s)} \quad (13)$$

とする。実際にはこのモータにリンクが接続されるため, 最大速度はこの値より小さくなる。(9), (11), (12), (13) 式より, 公称モデルに含められなかった構造的な不確かさを表わす項の大きさは既知の定数で以下のように抑えられる。

$$\begin{aligned} \max_{q_1, q_2} |\hat{m}_{12}| &= 8.22 \times 10^{-5} = \Delta \hat{m}_{12} \\ \max_{q_1, q_2} |\hat{m}_{21}| &= 8.22 \times 10^{-5} = \Delta \hat{m}_{21} \\ \max_{q_1, q_2} |\hat{d}_{12}| &= 3.23 \times 10^{-3} = \Delta \hat{d}_{12} \\ \max_{q_1, q_2} |\hat{d}_{21}| &= 3.23 \times 10^{-3} = \Delta \hat{d}_{21} \\ \max_{q_1, q_2} |\hat{g}_1| &= 4.64 \times 10^{-2} = \Delta \hat{g}_1 \\ \max_{q_1, q_2} |\hat{g}_2| &= 1.88 \times 10^{-3} = \Delta \hat{g}_2 \end{aligned} \quad (14)$$

よって本制御対象が本来構造的に持っている不確かさ (パラメータ変動幅) は (14) 式で表わされる。

一般にマニピュレータを手先負荷を加えずに動作させることはほとんどない。このとき手先負荷を付け加えられることによりロボットダイナミクスには変動が生じる。そこでハンドの手先 (リンク 4 の端点) にある程度の重さの負荷が取り付けられた状態でも安定性を保持するロバストな補償器を設計したい。もしある重さの負荷 m_L が取り付けられると, 第 4 リンクのパラメータ, m_4, l_{c4}, I_4 が変化し, それに伴い (1) 式, (8) 式により, モデルパラメータ $\hat{m}_{11}, \hat{m}_{12}, \hat{m}_{21}, \hat{m}_{22}, \hat{d}_{12}, \hat{d}_{21}, \hat{g}_1, \hat{g}_2$ が変化する。ここで変化後のモデルパラメータを,

$$\hat{m}'_{11}, \hat{m}'_{12}, \hat{m}'_{21}, \hat{m}'_{22}, \hat{d}'_{12}, \hat{d}'_{21}, \hat{g}', \hat{g}'_2 \quad (15)$$

とすると, 負荷によってもたらされる摂動は,

$$\begin{aligned} \delta \hat{m}_{11} &= |\hat{m}'_{11} - \hat{m}_{11}| & \delta \hat{m}_{12} &= |\hat{m}'_{12} - \hat{m}_{12}| \\ \delta \hat{m}_{21} &= |\hat{m}'_{21} - \hat{m}_{21}| & \delta \hat{m}_{22} &= |\hat{m}'_{22} - \hat{m}_{22}| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta\hat{d}_{12} &:= |\hat{d}'_{12} - \hat{d}_{12}| & \delta\hat{d}_{21} &:= |\hat{d}'_{21} - \hat{d}_{21}| \\ \delta\hat{g}_1 &:= |\hat{g}'_1 - \hat{g}_1| & \delta\hat{g}_2 &:= |\hat{g}'_2 - \hat{g}_2| \dots\dots\dots (16)\end{aligned}$$

となる。よって(14)式で表わされる本来マニピュレータが有している不確かさと、手先負荷によって生じる(16)式の変動を併せて構造的な不確かさを表わす項を再定義する。

構造的な不確かさ

$$\begin{aligned}\tilde{m}_{11} &:= \delta\tilde{m}_{11} & \tilde{m}_{12} &:= \Delta\tilde{m}_{12} + \delta\tilde{m}_{12} \\ \tilde{m}_{21} &:= \Delta\tilde{m}_{21} + \delta\tilde{m}_{21} & \tilde{m}_{22} &:= \delta\tilde{m}_{22} \\ \hat{d}_{12} &:= \Delta\hat{d}_{12} + \delta\hat{d}_{12} & \hat{d}_{21} &:= \Delta\hat{d}_{21} + \delta\hat{d}_{21} \\ \hat{g}_1 &:= \Delta\hat{g}_1 + \delta\hat{g}_1 & \hat{g}_2 &:= \Delta\hat{g}_2 + \delta\hat{g}_2\end{aligned} \dots\dots\dots (17)$$

以上の議論により、(17)式の不確かさを考慮したプラントを以下のように定義する。

$$\begin{bmatrix} \tilde{m}_{11} \cdot \delta_1 & \tilde{m}_{12} \cdot \delta_3 \\ \tilde{m}_{21} \cdot \delta_4 & \tilde{m}_{22} \cdot \delta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{d}_{11} & \hat{d}_{12} \cdot \delta_5 \\ \hat{d}_{21} \cdot \delta_6 & \hat{d}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{g}_1 \cdot \delta_7 \\ \hat{g}_2 \cdot \delta_8 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

$$\delta_j(t) \in R \quad (j=1, 2, \dots, 8), \quad |\delta_j(t)| \leq 1 \dots\dots\dots (19)$$

$\delta_j(t)$ は正規化された時変の不確かさを表わす。(18)式をブロック線図で表わすと図3のようになる。

3. 制御系設計

〈3・1〉 設計目的 ここでの設計目的は上述の構造的な不確かさに対してシステムのロバスト安定を達成すること、目標値に対して、漸近的な追従を達成することの2点である。それらを具体化すると以下のS1～S3の仕様になる(図4参照)。

S1. コントローラ K は(19)式の不確かさ δ_j に対して、閉ループ系を安定化する。

S2. モデル化の際の無視した非構造的な不確かさを $W_a \Delta_a$ ($\|\Delta_a\| \leq 1$) で表わす。ここで W_a は安定な実有理関数行列とする。この不確かさ $W_a \Delta_a$ に対して

もシステムが安定性を保つ。ここで Δ_a としてはアクチュエータのパラメータの不確かさなどを表わす。

S3. 漸近的な目標値追従の達成のために、閉ループ系の感度関数も小さく抑えたい。この仕様を与える制御性能に対する重み関数を W_s で与える。 W_s もまた安定な実有理関数行列とする。

この制御仕様を含めて構成した一般化プラントは図5で与えられる。ここで、

$$W_a = \begin{bmatrix} W_{a1} & 0 \\ 0 & W_{a2} \end{bmatrix} \quad W_s = \begin{bmatrix} W_{s1} & 0 \\ 0 & W_{s2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (20)$$

とした。図5で制御入力 $[v_1, v_2]^T$ であり、出力は回転角度 $[q_1, q_2]^T$ である。回転角速度はフィードバック制御には用いない。このとき図中の一般化プラント P の状態空間表現は以下のように与えられる(付録参照)。

$$\dot{x} = Ax + [B_1 \ B_2]w + B_3u \dots\dots\dots (21)$$

$$z = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} D_{13} \\ D_{23} \end{bmatrix} u \dots\dots\dots (22)$$

$$y = C_3 + [D_{31} \ D_{32}]w + D_{33}u \dots\dots\dots (23)$$

図4 閉ループ系
Fig. 4. The closed-loop system.

図3 ロボットマニピュレータの不確かさ
Fig. 3. Uncertainties of the robot manipulator.

図5 一般化プラント
Fig. 5. Generalized plant.

$$w = \underline{A} \cdot z \dots\dots\dots (24)$$

$$\underline{A} := \{\text{diag}[\delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3 \ \delta_4 \ \delta_5 \ \delta_6 \ \delta_7 \ \delta_8]\}$$

$$:\delta_j \in R, |\delta_j| < 1, (j=1, 2, \dots, 8)) \dots\dots\dots (25)$$

ここで,

$$x = [q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2]^T, u = [v_1, v_2]^T, y = [q_1, q_2]^T$$

$$z = [z_u^T, z_a^T, z_s^T]^T = [z_{u1}, \dots, z_{u8}, z_{a1}, z_{a2}, z_{s1}, z_{s2}]^T$$

$$w = [w_u^T, w_a^T, w_s^T]^T = [w_{u1}, \dots, w_{u8}, w_{a1}, w_{a2}, w_{s1}, w_{s2}]^T$$

〈3・2〉 ロバスト H_∞ 制御問題 ここではモデル誤差として(26)式のブロック構造を考える。

$$\underline{A} := \{\text{diag}[\delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3 \ \delta_4 \ \delta_5 \ \delta_6 \ \delta_7 \ \delta_8 \ A_a \ A_s]\}$$

$$\delta_j \in R, |\delta_j| \leq 1, (j=1, 2, \dots, 8),$$

$$A_a, A_s \in C^{2 \times 2}, \|A_a\| \leq 1, \|A_s\| \leq 1 \dots\dots\dots (26)$$

ここで A_a はモデル化の際に無視された非構造的な不確かさを, A_s は制御性能に対する仮想的な不確かさを表わす。 $\underline{A}$ の L_2 ゲインは $\|\underline{A}\| \leq 1$ と有界であり, $\underline{A}$ は入出力安定なシステムである。

ここで P を一般化プラントとし, また P の K による LFT を $F(P, K)$ と定義すると, スモールゲイン定理を用いることによって, 制御問題は以下のノルム条件を満たす K を求めることになる。

$$\|F(P, K)\|_\infty < 1 \dots\dots\dots (27)$$

これがロバスト安定のための十分条件となる。この条件の保守性を軽減するために以下の静的なスケーリング行列 D を導入する。するとロバスト安定条件は以下のように置き換えることができる⁽⁹⁾。

$$\|DF(P, K)D^{-1}\|_\infty < 1 \dots\dots\dots (28)$$

ここでスケーリング行列 D は,

$$D := \text{diag}[d_1, d_2, \dots, d_6, d_7, d_8, d_9 \times I_{2 \times 2}, d_{10} \times I_{2 \times 2}, I_{2 \times 2}]$$

$$\dots\dots\dots (29)$$

〈3・3〉 制御系設計

(1) 設計仕様と設計パラメータ 3・1 節の設計仕様 $S1$ の構造的な不確かさに対する重みを定量的に決めるために手先負荷 m_L の変動の許容量を明確にする。ここでは設計目標として,

$$m_L = 30(g) \dots\dots\dots (30)$$

とする。実験に用いるマニピュレータの駆動源である DC モータの消費電力は 11 W, 定格トルク 0.365 kg・cm, ギア比 $\eta=1:8$, 最大保持負荷は 200 g である。相対的には 30 g の負荷は小型のマニピュレータのリンクパラメータに以下のような大きな変動を与える。変動後のパラメータをそれぞれ m'_i, l'_{ci}, I'_i とすると,

$$m'_i = 2.07 \cdot m_i, l'_{ci} = 3.03 \cdot l_{ci}, I'_i = 9.20 \cdot I_i \dots\dots\dots (31)$$

加えられた負荷 m_L によって変動したパラメータの値を表 3 に示す。それにより変更されたモデルパラメータを以下に示す。これより, 構造的な不確かさの大きさが導かれる。この値を考慮して制御系の設計を行う。

$$\delta \hat{m}_{11} = 4.92 \times 10^{-4} \quad \delta \hat{m}_{12} = 8.93 \times 10^{-4}$$

$$\delta \hat{m}_{21} = 8.93 \times 10^{-4} \quad \delta \hat{m}_{22} = 1.40 \times 10^{-3}$$

$$\delta \hat{d}_{12} = 1.78 \times 10^{-3} \quad \delta \hat{d}_{21} = 1.78 \times 10^{-3}$$

$$\delta \hat{g}_1 = 8.40 \times 10^{-2} \quad \delta \hat{g}_2 = 6.39 \times 10^{-2} \dots\dots\dots (32)$$

表 3 変化したリンクパラメータ

Table 3. Changed link parameters.

$i = 4$	m_i [g]	l_i [mm]	l_{ci} [mm]	I_i [kgm ²]
Original	28.0	178.0	39.0	6.00×10^{-5}
Changed	58.0	178.0	128.0	5.52×10^{-4}

数回の実験による試行錯誤の結果, 設計仕様 $S2, S3$ に対する設計パラメータ $W_{a1}, W_{a2}, W_{s1}, W_{s2}$ を以下のように定めた。

$$W_{a1} = W_{a2} = 5.0 \times 10^{-6} \dots\dots\dots (33)$$

$$W_{s1} = W_{s2} = 2.0 \times 10^{-2} \dots\dots\dots (34)$$

さらに線形計画法による数値最適化の手法を用いてスケーリング行列 D としては以下のものを選んだ。

$$D = \text{diag}[3.65 \times 10^{-6}, 6.23 \times 10^{-6}, 3.78 \times 10^{-6},$$

$$5.54 \times 10^{-6}, 4.10 \times 10^{-4}, 5.41 \times 10^{-4}, 7.03,$$

$$2.97, 2.37 \times 10^{-2} I_{2 \times 2}, 1.00 \times I_{2 \times 2}, I_{2 \times 2}] \dots\dots\dots (35)$$

上記の設計パラメータを用いて, (28)式を満たす K をここでは Glover & Doyle の 2-Riccati 法⁽¹⁰⁾ により計算する。

これにより得られたセントラルコントローラ K は以下のように表わされる。

$$K(s) = \begin{bmatrix} K_{11}(s) & K_{12}(s) \\ K_{21}(s) & K_{22}(s) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (36)$$

このコントローラ K の周波数応答を図 6 に示す。ここで $K_{12}(s), K_{21}(s)$ のゲインは小さく, ゲイン線図には現われていない。しかしながらこのコントローラ K は干渉や構造的な不確かさに対して安定性を保持している。

また閉ループ系の特異値を図 7 に示す。図 7 では全周波数帯域で最大特異値が 1.0 未満に抑えられている。これより設計仕様が満足されていることが確認できる。

4. 制御実験

得られたコントローラを用いて, 制御実験を行い, 有効性を検証する。ここでは一般によく用いられる計算トルク法との比較を行う。

〈4・1〉 PD 計算トルク法 比較のため PD 制御を用いた計算トルクコントローラと H_∞ コントローラ(36)を DSP を含むディジタル制御システムを用いて実装する。ここで用いる PD 計算トルクコントローラは以下のものである。

$$v = M(q)u + h(q, \dot{q}) + g(q) \dots\dots\dots (37)$$

$$u = \ddot{q}_d + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_p(q_d - q) \dots\dots\dots (38)$$

ここで K_v, K_p はそれぞれ速度フィードバックゲイン行列, 位置フィードバックゲイン行列である。また $M(q), h(q, \dot{q}), g(q)$ は(1)式で定義される。 q_d は目標角度である。 K_v, K_p の各要素の数値は負荷の最悪時等を考慮して臨界減衰よりやや過減衰(過制動)になるように設定し, 最終的には数回の制御実験による試行錯誤により,

$$K_v = \text{diag}(300, 300) \dots\dots\dots (39)$$

$$K_p = \text{diag}(10000, 10000) \dots\dots\dots (40)$$

図 6 コントローラ K 周波数応答
Fig. 6. Frequency response of the controller K .

図 7 閉ループ伝達関数の特異値-周波数応答
Fig. 7. Frequency response of the singular value of the closed-loop system.

と決定した。

〈4・2〉 実験結果 得られた H_∞ コントローラは連続系である。それを DSP システムで実装するため、ここでは双一次変換を用いて離散化した。ここでサンプリングタイムは $50 \mu\text{s}$ である。一方、PD 計算トルクコントローラは $100 \mu\text{s}$ で実現した。これは非線形補償のための演算のために時間がかかるためである。非線形補償を行わない PD コントローラは $45 \mu\text{s}$ で実現が可能であるが、制御性能は劣化する。デジタル制御装置には DSP TMS 320 C 30(TI)を用いて高速演算処理を行った。双方のコントローラを用いてノミナル状態でスムーズな正弦波状の目標軌道の追従に成功した。

手先負荷を変えた場合の 3 通りのステップ応答の結果を図 8.1(a) から図 8.3(b) に示す。ここで破線と実線はそれぞれ目標軌道と実測値を表わす。またステップ幅は 0.5 rad (28.65 deg) としている。

実験 1: 図 8.1(a), 図 8.1(b) においては、ハンドには全く負荷を取り付けていない。無負荷の状態では双方のコントローラが十分な制御性能を有していることが確認できる。

実験 2: 図 8.2(a), 図 8.2(b) においては、ハンド先

端に設計仕様である 30 g の負荷を取り付けてステップ応答を計測した。 H_∞ コントローラの応答は実験 1 の結果とほとんど変化がない。この結果から 3.3 節で設定した設計仕様が満足していることが実験的にも検証された。また PD 計算トルクコントローラの応答もほとんど変化がない。PD コントローラのゲインを過減衰に設定することにより、PD 計算トルク法でもある程度ロバストな制御系を構成できることがわかる。

実験 3: さらにハンドに設計仕様の 3 倍の大きさの 90 g の負荷を取り付けた場合のステップ応答を計測した。実験結果を図 8.3(a), 図 8.3(b) に示す。図 8.3(b) において PD 計算トルクコントローラの応答はオーバーシュートが生じているのに対して、図 8.3(a) の H_∞ コントローラの時間応答はわずかに応答が遅くなっているが、PD 計算トルクコントローラに比べて劣化が抑制されている。理論的には 90 g の手先負荷によるモデル変動に対する閉ループ系の安定性、制御性能は保証されていないが、実際に得られた H_∞ 補償器は理論的に保証された変動よりもより大きな変動に対しても十分な性能を保持していることが実験的に示された。

〈4・3〉 実験結果に対する考察 負荷を加えた場合には、ロボットダイナミクスのリンクパラメータが表 1 の公称値から変動するため、表 1 の数値を用いて非線形補償を行った場合に応答が劣化するのは当然の結果だと思われる。もちろん負荷変動に合わせて非線形補償の数値を訂正した場合には負荷を取り付けた場合でも制御応答はノミナル応答に比べて劣化しない。

しかしながら実際の作業では負荷の質量があらかじめ知られている場合は少なく、一般には未知の対象を把持することになる。マニピュレータの負荷に対する汎用性を求める場合には、負荷の質量が予測できない場合にも所望の目標軌道への追従特性が要求される。この観点からは H_∞ 制御は有効な一設計手法であると考えられる。

PD 計算トルクコントローラの性能の劣化の原因は非線形補償の負荷による「ずれ」である。しかし非線形補償を行わない場合にはノミナル状態で計算トルク法に比べて応答が悪くなる。

またここではステップ応答によって最大速度での目標値追従性能の評価を行ったが、目標速度を下げた場合には、 90 g の手先負荷を取り付けた場合にも双方のコントローラで十分な軌道追従性能を示す。

以上の実験結果から、提案した H_∞ 制御手法がロバストに性能を保持していることが実験的に確かめられたといえよう。

さらに目標値追従特性を向上させるにはフィードフォワード補償の導入が必要であると思われる。

5. おわりに

本稿では平行リンクロボットマニピュレータの軌道追従問題に対して H_∞ 制御理論に基づくロバスト制御手法を適

図 8.1(a) H_{∞} コントローラ (無負荷)
Fig. 8.1(a) H_{∞} controller (No Load).

図 8.1(b) 計算トルク法(PD) (無負荷)
Fig. 8.1(b) PD computed-torque controller (No Load).

図 8.2(a) H_{∞} コントローラ (30 g の負荷)
Fig. 8.2(a) H_{∞} controller (30(g) Load).

図 8.2(b) 計算トルク法(PD) (30 g の負荷)
Fig. 8.2(b) PD computed-torque controller (3(g) Load).

図 8.3(a) H_{∞} コントローラ (90 g の負荷)
Fig. 8.3(a) H_{∞} controller (90(g) Load).

図 8.3(b) 計算トルク法(PD) (90 g の負荷)
Fig. 8.3(b) PD computed-torque controller (90 (g) Load).

用し、制御実験により本手法のロバスト制御性能に対する有効性を示した。

まずアクチュエータのダイナミクスを考慮しマニピュレータの公称線形モデルを導出した。ジョイント間の干渉や重力項は構造的な不確かさとして取り扱い、モデル化の際に無視された不確かさは非構造的な不確かさとして補償し

た。干渉に起因する不確かさは動作速度に依存するが、ここでは DC モータの最大回転速度に対する安定性を保証した。

上記の構造的な不確かさは時変システムであるが、入力力安定なシステムであることを示し、定数スケールン

$$\begin{array}{c|cccccc|c}
 -\frac{\tilde{g}_1}{\tilde{m}_{11}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\alpha}{\tilde{m}_{11}} & 0 \\
 0 & -\frac{\tilde{g}_2}{\tilde{m}_{22}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\alpha}{\tilde{m}_{22}} \\
 0 & -\frac{\tilde{g}_2}{\tilde{m}_{22}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\alpha}{\tilde{m}_{22}} \\
 -\frac{\tilde{g}_1}{\tilde{m}_{11}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\alpha}{\tilde{m}_{11}} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{a1} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{a2} \\
 0 & 0 & W_{a1} & 0 & W_{s1} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & W_{a2} & 0 & W_{s2} & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0
 \end{array}$$

藤田 政之 (正員) 1984 年, 早稲田大学大学院博士前期課程修了。85 年同博士後期課程中退。同年金沢大学工学部助手, 講師, 助教授を経て, 92 年北陸先端科学技術大学院大学助教授。\$H_\infty/\mu\$ 制御理論とその応用に関する研究に従事 (工学博士)。

松村 文夫 (正員) 1935 年 7 月 27 日生。1958 年 3 月金沢大学工学部電気工学科卒業。同年 4 月同大学助手。講師, 助教授を経て 1982 年 4 月教授。改組により同大学工学部電気・情報工学科教授, 計測・制御講座担当となり, 現在に至る。工学博士 (東京大学)。磁気浮上の産業応用, 磁気軸受の研究に従事。計測自動制御学会, システム制御情報学会, 日本 AEM 学会, 日本応用磁気学会, 日本機械学会, IEEE 会員。

滑川 徹 (正員) 1968 年 11 月 6 日生。1991 年 3 月金沢大学工学部電気・情報工学科卒業。1993 年 3 月同大学大学院修士課程修了。1994 年 3 月同大学大学院博士課程中退。同年 4 月同大学助手となり現在に至る。ロバスト制御理論応用, ロボット制御の研究に従事。計測自動制御学会, 日本ロボット学会, IEEE 会員。