遅い共振比制御における外乱オブザーバの最適推定速度について

正員 堀 洋一, 学生員 澤田 英行, 正員 全 瑩煥
(東京大学)

On Optimal Estimation Speed of Disturbance Observer used in the Slow Resonance Ratio Control

Yoichi Hori, Member, Hideyuki Sawada, Student Member, and Yeonghan Chun, Member
(The University of Tokyo)

In the resonance ratio control, which is a well-known excellent technique for vibration suppression and disturbance rejection control of torsional systems, the estimation speed of the disturbance observer was assumed to be much faster than the resonance frequency of the controlled object. However, too fast disturbance observer sometimes causes implementation problem. In this paper, we give the optimal speed of the disturbance estimation and propose a novel technique, "slow resonance ratio control". It enables us to design the speed controller and the vibration suppression controller completely independently.

キーワード: モーションコントロール, 軸ねじれ系, 2慣性系, 振動抑制, 外乱抑圧, 共振比制御, 外乱オブザーバ

1. まえがき

熱間圧延システムに端を発する軸ねじれ系の振動抑制と外乱抑圧制御は、ビルや橋梁などの大型構造物、ロボットの柔軟関節やアーム、宇宙構造物の振動制御、また高速精密位置決めなど、モーション制御の多くの分野における重要な課題である。この問題に対処するため、まるで制御理論の歴史を見るようにさまざまな手法が提案されてきた。^{[1][2]} 中でも共振比制御^{[3][4]}は、設計思想が明確であり、制御器の次数が低いにもかかわらず良好な性能を示す優れた手法である。

共振比制御に用いる外乱オブザーバの推定速度は、今まで対象の共振周波数より十分速いものとしてきた。しかし、むやみに速い外乱オブザーバは、しばしば実装上の問題を生じることよく経験されることである。

そこで外乱推定速度が制御性能へ及ぼす影響について検討した結果、以下の特長をもつ新しい制御法を考案した。

- ・振動抑制は先に設計した共振比制御に類似のマイナーループで行う。その際、外乱オブザーバの最適推定速度が明快な数式で与えられる。
- ・1慣性系用に設計した速度制御器がそのまま使用できる。すなわち、速度制御と振動抑制の分離設計が可能である。

本論文では、この手法を遅い共振比制御と呼び、その設計法を述べ、シミュレーションと実験によって有効性を示す。

2. 2慣性系モデル

図1に2慣性系のモデル、図2にそのブロック図を示す。

制御入力はモータトルク T_M であり、モータ速度 ω_M のみが観測可能である。制御量は負荷速度 ω_L であり、外乱 T_L が負荷側に加わる。冗長になることを避けるため、本論文では2慣性モデルの作り方やその物理的意味などは省略する。不明の箇所は、筆者らによる論文や解説を参照されたい。^{[1][2][4]}

図2においてモデルの定数を以下のように仮定する。2慣性系の制御の難しさは慣性比 R_0 によって大きく異なるため、

図1 2慣性系モデル
Fig.1 2-inertia system model.

図2 2慣性系のブロック図
Fig.2 Block diagram of the 2-inertia system.

(1)式のようにモータと負荷の慣性の和が一定とし、その比率をいろいろ変えた多くの2慣性系に有効な手法を考える。

$$J_{M0} + J_L = 1, K_s = 1 \dots\dots\dots (1), (2)$$

関連するいくつかの重要な変数をあげておく。

・慣性比 $R_0 = J_L/J_{M0} \dots\dots\dots (3)$

・共振周波数 $\omega_{r0} = \sqrt{\frac{K_s}{J_L} \left(1 + \frac{J_L}{J_{M0}}\right)} \dots\dots\dots (4)$

・反共振周波数 $\omega_a = \sqrt{\frac{K_s}{J_L}} \dots\dots\dots (5)$

3. 遅い共振比制御の提案と設計法

図3は、外乱オブザーバを用いた共振比制御をもとに考案した制御系で、<3.2>で述べる $T_q > 0$ の場合が、今回提案の遅い共振比制御となる。ここではその性質を考察する。

<3.1> $T_q = 0$ の場合

$T_q = 0$ 、すなわち、外乱オブザーバが非常に速い場合は理想的な共振比制御系^{[3][4]}となり、以下の性質が実現される。

・新しい見かけのモータ慣性

$$J_M = J_{M0}/K \dots\dots\dots (6)$$

・新しい慣性比

$$R = \frac{J_L}{J_M} = \frac{J_L}{J_{M0}/K} = KR_0 \dots\dots\dots (7)$$

・新しい共振周波数

$$\omega_r = \sqrt{\frac{K_s}{J_L} \left(1 + \frac{J_L}{J_M}\right)} \dots\dots\dots (8)$$

反共振周波数は変わらない。共振比制御では、新しい共振比 $H = \omega_r/\omega_a$ を $2 \sim \sqrt{5}$ 程度に設定することによって良好な振動抑制が行えることが示されている。^{[3][4][10]}

しかし、現実には、外乱オブザーバの推定速度を無限に速くはできない。その影響を調べてみると、共振周波数と同程度の推定速度であれば共振比制御は何か可能であるということがわかっているがその根拠は不明確である。^[5]

<3.2> $T_q > 0$ の場合

$T_q > 0$ 、すなわち、オブザーバの推定速度が有限であると、理想的な共振比制御ができなくなる。図3のローパスフィルタ部分 $1/(T_q s + 1)$ を一般的に Q とおくと、

$$\frac{\omega_M}{T_M} = \frac{1+R}{s} \frac{s^2 + \omega_a^2}{s^2 + \{1 + (1-Q)R_0 + QR\}\omega_a^2} \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\omega_L}{T_M} = \frac{1+R}{s} \frac{\omega_a^2}{s^2 + \{1 + (1-Q)R_0 + QR\}\omega_a^2} \dots\dots\dots (10)$$

と表すことができる。このうち ω_L/T_M に着目する。その性質は以下のとおりである。

●オブザーバの速度が速い場合、すなわち $Q = 1/(T_q s + 1)$ のときは $T_q = 0$ の場合であるから、 $Q \rightarrow 1$ として、

$$\frac{\omega_L}{T_M} = \frac{1+R}{s} \frac{\omega_a^2}{s^2 + (1+R)\omega_a^2} = \frac{1+R}{s} \frac{\omega_a^2}{s^2 + \omega_r^2} = \frac{1}{s} \frac{\omega_r^2}{s^2 + \omega_r^2} \dots\dots\dots (11)$$

●オブザーバの速度が遅い場合、すなわち $Q = 1/(T_q s + 1)$ のときは $T_q = \infty$ の場合であるから、 $Q \rightarrow 0$ として、

$$\frac{\omega_L}{T_M} = \frac{1+R}{s} \frac{\omega_a^2}{s^2 + (1+R_0)\omega_a^2} = \frac{1+R}{s} \frac{\omega_a^2}{s^2 + \omega_{r0}^2} = \frac{1}{s} \frac{\omega_r^2}{s^2 + \omega_{r0}^2} \dots\dots\dots (12)$$

となる。

図3 遅い共振比制御系の全体図 (シミュレーションにも用いる)

Fig.3 Whole diagram of the slow resonance ratio control. (This is used for simulation.)

この2つの曲線は周波数

$$\omega_0 = \sqrt{1 + \frac{R+R_0}{2}} \omega_a \dots\dots\dots (13)$$

で変わり、そこでの振幅は、

$$\frac{\omega_L}{T_M} = \frac{1+R}{\omega_0} \frac{2}{R-R_0} \dots\dots\dots (14)$$

となる。

興味深いことに、どのような T_q を選んでもこの点を通ることが容易に示せるから、この点を最大値とするように T_q を選んでやれば、振幅のピークを最小にできると考えられる。そのような T_q は解析的に求めることができ、

$$T_q = \sqrt{\frac{1 + \frac{R+3R_0}{4}}{\left(1 + \frac{3R+R_0}{4}\right)\left(1 + \frac{R+R_0}{2}\right)}} \frac{1}{\omega_a} \dots\dots\dots (15)$$

となる。(15)式がまえがきでも述べた、提案する外乱オブザーバの最適推定速度である。^{[6][7]} なお、岩田の与えた海田の遅い外乱オブザーバにおける最適推定速度は、

$$T_q = \sqrt{1 + \frac{R_0}{2}} \frac{1}{\omega_a} \dots\dots\dots (16)$$

であり、(15)式と似た数値となる。^{[8][9]} しかし、変数 R は現れず、共振周波数を移動させるという共振比制御による調整の自由度は用いられていない。その意味で提案法は遅いオブザーバ法を拡張したものといえる。

<3.3> K の選択方法

K は、共振比制御による仮想的な慣性比 R を、もとの慣性比 R_0 の何倍にするかという倍数である。 $R=KR_0$ であり、 ω_a はまた R_0 の関数(定数である)であるから、もとの系の慣性比 R_0 が与えられると、(14)式や(15)式より、最適な T_q と ω_0 での振幅の極大値は K のみの関数となることがわかる。

K の選択は、パラメータ変動に対するオブザーバの安定性や、観測ノイズ耐性と密接に関係し、提案の遅い共振比制御系の設計においてきわめて重要な項目である。筆者等は文献[6][7]において種々の考察を試みているが、ここでは比較的まとまりのよい以下の手法を提案する。

ω_0 での振幅の極大値を描いてみると、 K に関して単調減少となる(図4)。すなわち、 K を大きくすると ω_0 での振幅のピークは小さくなる。一方、図5から $\omega_q (=1/T_q)$ も大きくなるので外乱オブザーバには速い推定が必要になる。従って、むやみに K を大きくすることは、実装の観点から得策でなく、どこかに妥協点を見いださなければならない。

図4から、どのような R_0 の場合でも $K=5$ 程度とすれば、振幅のピークはあまり大きくなり、しかも、 ω_q もあまり大きな値にならない(遅い推定でよい)ことがわかる。

図4 K に対する ω_0 での振幅のピーク値の変化
Fig.4 The peak amplitude at ω_0 v.s. K .

図5 外乱オブザーバの最適推定速度
Fig.5 The optimal estimation speed of the disturbance observer.

<3.4> 速度制御器の設計

(9)式や(10)式の ω_L/T_M は、どのような慣性比 R_0 の場合でも、 $s \rightarrow 0$ で $1/s$ に漸近するように全体のゲインをそろえてある。すなわち、どのような場合でも $s \rightarrow 0$ では $J_{M0} + J_L = 1$ を全慣性としてもつ1慣性系に漸近する。

このゲイン調整は、図3において、 T_M のすぐ後ろに挿入したゲイン項 $(J_M + J_L) \cdot K$ によって行われている。

速度制御器として、この1慣性系に対して設計した固定のPI制御器を用いることができれば便利である。

一例として、

$$K_p = \frac{1}{T_\omega}, \quad K_i = \frac{K_p}{2.5 T_\omega} \dots\dots\dots (17), (18)$$

などとすればよい。ここで、 T_ω は速度制御応答の指定値であり、たとえば、反共振周波数程度の目標値応答を実現することにして、 $T_\omega = 1/\omega_a$ とすればよい。(18)式は、積分時定数を速度応答時定数の2.5倍に選んだことを意味している。なお、シミュレーションでは、比例ゲインの半分を速度偏差にのみ効かせる2自由度速度制御器としている。(図3で $b=0.5$ とした。)

3.5 設計手順のまとめ

以上述べてきた設計手順をまとめると、

- (1) $K=5$ ($R=5R_0$) 程度とする。
- (2) 外乱オブザーバの最適推定速度を(15)式とする。
- (3) 速度制御器を独立に、たとえば(17)(18)式で与える。

となり、きわめて見通しのよいものとなっている。

4. シミュレーション結果

提案した「遅い共振比制御」の時間応答シミュレーションを行い、その基本的な有効性を示す。

以下では、 $t=5$ にてステップ速度指令 $\omega^*=1$ を加えて目標値応答特性を、また、 $t=25$ にてステップ外乱 $T_L=0.5$ を加えて外乱応答を見ている。システム変数には10~20%の誤差をもたせ、適当なバックラッシュやトルクリミットを加えている。

ここで用いたバックラッシュのモデルは、角度入力トルク出力形の簡単なものである。実際の現象を忠実に表すには不十分であるが、ここではおおまかな応答を知るだけで十分と考え、詳細な議論は将来の課題としたい。

図6のシミュレーション結果を見ると、もとのシステムの慣性比 R_0 が小さくなるとパラメータ変動に対して弱くなり、制御が難しくなることがわかる。しかし、この結果は、筆者等がすでに提案した手法、すなわち、理想的な共振比制御、最適なPID制御、状態フィードバック制御などと比べて何ら遜色のない性能を示している。 K が大きいほど ω_0 での振幅のピークは抑えられるが、 $K=5$ 程度でも十分のようである。

ここで用いた速度制御器は1慣性系用として独立に設計したもので、振動抑制は速度制御とは関係のないマイナーループで行っている。このような分離設計ができるということは、提案法の大きな特長である。

(b) $R_0=J_L/J_{M0}=1$

(a) $R_0=J_L/J_{M0}=0.2$

(c) $R_0=J_L/J_{M0}=5$

図6 シミュレーション結果 ($K=5$ の場合)

Fig.6 Simulation results when $K=5$.

5. 実験による検証

<5.1> 実験装置の概要

図7は、BLDCモータ、バックラッシュ機構、摩擦機構、負荷装置を一つの常盤上に配置した『軸ねじれ系実験装置』(三菱重工特注品)である。2つのBLDCモータには専用のドライバによって高速のトルク制御がほどこされている。

センサ情報はAD変換器やカウンタを通じてマイクロコンピュータに読み込まれ、適当な制御演算のあとDA変換器からトルク指令として出力される。プログラム言語はCである。

また、M系列信号を使った周波数特性測定アルゴリズムなど、測定に便利なツールもいくつか開発して用いている。

表1に今回実験を行った制御方針とそこで用いた定数を示す。慣性モーメント等は負荷側(ねじれ軸側)に換算した値である。

制御方針として、(1)1軸系での外乱抑圧を目的とした外乱オブザーバ、(2)速い外乱オブザーバを用いた共振比制御、(3)今回提案の遅い共振比制御の3つを比較した。なお速度制御器は、1軸用外乱オブザーバと遅い共振比制御では1慣性に対して設計、速い共振比制御では真鍋多項式を用いる方法^{[4][10]}で設計した。また、実験では、すべてIP制御器(図3で $b=0$)としている。

図8～図10の(a)の目標値応答の実験では $t=0$ で速度指令 $\omega_{ref}=10$ [rad/s]を与え、(b)の外乱抑圧の実験では $t=0$ で2[Nm]の外乱トルクを負荷側から印加した。いずれも負荷側(ねじれ軸側)の値である。

変数の記号が前節のものと多少異なっている。 ω_{sl} は負荷速度、 ω_{sg} はモータの出力側のギア速度(ギア比1/2のギアを介したもの)、 ω_m はモータ速度そのもの、 T_m はモータトルク(指令値)である。また、速度指令は ω_{ref} と記している。バックラッシュは極力小さく設定したが完全に0にはできていない。

なお、モータトルクには ± 3.84 [Nm]のリミッタを設けているので、実際のトルクはこの値にクランプされている。図では指令値が表示されているので注意されたい。

<5.2> 実験結果と考察

図8に示す1軸用外乱オブザーバをそのまま適用したものは、衆知のようにモータ側に加わる外乱を抑圧する制御である。ここでは軸ねじれトルクが抑圧されるため負荷速度には大きな振動が誘発され、その影響でモータ速度も乱れている。

図9の速い共振比制御では、外乱オブザーバの推定速度を、この実験装置で実現しうる限り最も速くした。しかし本来の共振比制御は十分実現できず、速度指令や外乱から負荷速度への伝達関数にも200[rad/s]付近に盛り上がりやピークが残っている。これが災いし、低い周波数の振動こそ抑圧されるものの、モータトルクには高い周波数の振動が残っている。この振動はバックラッシュ等の非線形要素によって顕在化したものと思われ、周波数は200[rad/s]とは必ずしも一致していない。

表1 制御方針とその定数
Table 1 Control strategies and their constants.

項目	1軸用 外乱オブ ザーバ	速い 共振比制御	遅い 共振比制御
モータと負荷の慣性	$J_{M0}=4.016 \times 10^{-3}$ [kgm ²] $J_L=2.921 \times 10^{-3}$ [kgm ²]		
バネ係数	$K_s=39.21$ [Nm/rad]		
共振、反共振周波数	$\omega_{r0}=152.3$ [rad/s], $\omega_a=115.9$ [rad/s]		
慣性比、共振比	$R_0=J_L/J_{M0}=0.7273$, $H_0=1.314$		
制御周期	$T_s=1$ [ms]		
K_p (速度制御器比例ゲイン)	0.804	0.435	0.535
K_i (速度制御器積分ゲイン)	26.6	14.26	17.71
K (共振比制御で目論む新しい慣性比 R のものと慣性比 R_0 に対する比率)	—	3.025	2.368
ω_q (外乱オブザーバの時定数 T_q の逆数)	$2.0\omega_a$	$3.0\omega_a$	$1.7\omega_a$

図7 軸ねじれ系実験装置
Fig.7 Experimental setup of torsional system.

(a) 目標値応答

(b) 外乱応答

(c) ω_{ref} , T_L から ω_L までの周波数特性

図8 1軸用外乱オブザーバの実験結果
Fig.8 Experimental results of the original disturbance observer designed for 1-axis motor.

これらに対し、図10の遅い共振比制御では、制御器の中にとくに速く動作する部分が存在しないことが効果的に働き、周波数特性やトルク波形も落ち着いたよい応答を示す。なお、<3.3>では $K=5$ 程度がよいとしたが、実際には $K=2.4$ 程度でよい結果が得られた。これは観測ノイズが意外に大きく、これ以上 K を大きくすると速い推定が必要となるためである。

(a) 目標値応答

(b) 外乱応答

(c) ω_{ref} , T_L から ω_L までの周波数特性

図9 速い共振比制御の実験結果
Fig.9 Experimental results of the fast resonance ratio control.

6. あとがき

以上、軸ねじれ系の制御法として、外乱オブザーバの推定速度を最適化した遅い共振比制御を提案し、その設計法を示すとともに実験によってその効果を確認した。

先に提案した速いオブザーバを用いた共振比制御では、振動抑制も考慮しながら、系全体の伝達関数を相手にしてPI速

(a) 目標値応答

(b) 外乱応答

(c) ω_{ref} , T_L から ω_L までの周波数特性

図10 遅い共振比制御の実験結果

Fig.10 Experimental results of the slow resonance ratio control.

度制御器を設計する必要がある。¹⁴⁾一方、本稿で提案した遅い共振比制御では、振動抑制を考えるとなく1慣性系に対して設計した速度制御器をそのまま用いることができるので、産業応用上大きなメリットがあると考えられる。

現在、この種の問題においては、結果的に最も優秀な制御性能を実現できるのは、個別の制御対象を相手にして十分時間をかけて設計した H_∞ 制御などであることは疑いの余地が

ない。しかし一方、制御器の構造が明確であり、実際の設計や調整が見通しよく行えることもまた重要な項目である。この意味において、本論文で述べたような手法にも捨てがたい魅力がある。

(平成8年4月11日受付, 平成8年6月13日再受付)

文 献

- [1] 松井, 堀, "モータコントロールの新しい技術", 電気学会論文誌, Vol. 113-D, No.10, pp.1122-1137, 1993.
- [2] Yoichi Hori, "Vibration Suppression and Disturbance Rejection Control on Torsional Systems" (plenary lecture), *IFAC Workshop on Motion Control*, pp.41-50, München, 1995.10
- [3] 結城・村上・大西, "共振比制御による2慣性共振系の振動抑制制御", 電気学会論文誌, Vol.113-D, No.10, pp.1162-1169, 1993.10
- [4] 堀, "共振比制御と真鍋多項式による2慣性系の制御", 電気学会論文誌, Vol.114-D, No.10, pp.1038-1045, 1994.10
- [5] 堀, "共振比制御における外乱の推定速度について", 平成8年電気学会全国大会, No. 885, 1996.3
- [6] 澤田, 全, 堀, "共振比制御におけるオブザーバの極の設定について", 平成8年電気学会全国大会, No. 884, 1996.3
- [7] 澤田英行, "外乱オブザーバを用いた軸ねじれ系制御の実験的検証", 東京大学卒業論文, 1996.3
- [8] 海田他, "最小次元外乱トルクオブザーバに基づく多慣性機械系の振動抑制制御", 電学半導体電力変換研, SPC-93-38, 1993
- [9] 岩田, "軸ねじれ系のパラメータ同定と制御(1)", 電気学会産業応用部門全国大会, S.12-9, 1994.8
- [10] 真鍋, "古典制御, 最適制御, H_∞ 制御の統一的解釈", 計測と制御, Vol.30, No.10, pp.941-946, 1991.10

堀 洋一 (正員) 1978年東京大学工学部電気工学科卒業, 1983年博士課程修了。助手, 講師を経て1988年より同電気工学科助教授。制御工学とその産業応用, とくに, モーションコントロールやメカトロニクス分野への応用研究, 電気自動車などの研究に従事。計測自動制御学会, 日本ロボット学会, IEEEなどの会員。

澤田英行 (学生員) 1996年東京大学工学部電気工学科卒業, 現在, 同大学院修士課程に進学。制御工学とその産業応用, とくに, 宇宙航空分野への応用研究に従事。

全 瑩煥 (正員) 1983年韓国国立ソウル大学工学部電気工学科卒業。1985年, 同大学修士課程修了。1986年, 韓国電気研究所入社。1994年, 東京大学工学系電気工学専攻博士課程入学。1996年より, 東京大学工学部助手。主として H_∞ 制御理論のモーションコントロールへの応用に関する研究に従事。