同期機のスパイラルベクトル理論

名誉員 山村 昌 (日本学士院)

Spiral Vector Theory of Synchronous Machine
Sakae Yamamura, Honorary Member of IEEJ (Japan Academy)

The spiral vector method was applied to analysis of the synchronous machine with saliency, to derive analytical solutions of electromagnetic transients of the machine by introducing the new idea of damped inductances. Sudden three phase short circuit currents were calculated with the solutions by making use of the measured inductances and they were compared with test result. Good agreement was obtained between the analysis and the test for the first time in the long history of the synchronous machine.

キーワード：スパイラルベクトル理論、ダンプされたインダクタンス、突発短絡、突極型同期機、事象系列

1. 緒言

電力系統の発電機として同期発電機が長年にわたって多数運転されていて、交流発電機と同期発電機とは同意語になっている。最近、永久磁石励磁の同期モータが直流モータに代わって制御用モータとして多数使用されるようになり、ブラシレスDCモータとも呼ばれる。同期機は多かれ少なかれ突極性を持っていて、電機子巻線のインダクタンスが2倍周波数で変化して解析を困難にする。長年の間その解析にはd, q軸理論による二反作用法とParkの式が用いられてきたが、複雑な変数変換を必要とするにかかわらず、正しい解析的な解が求められておらず、突発短絡試験の結果によって時定数やリアクタンスを定めて実験式のような形となってしまうている。[12]

筆者はスパイラルベクトル法を提案し、これまでに回路理論—交流定常理論と過渡現象論の統一理論—と、誘導モータの解析と制御—FAM制御—で良い成果を得た。本論文ではSV法を同期機の解析に適用して良い結果を得たので報告する。[1]—[6]

2. 同期機の動作方程式

SVは複素指数を持つ指数関数である。これを用いて回路の状態変数を表すと、直流、交流の定常状態と過渡状態を統一的に表現できる。SV表現によって回路の解析を行うための基礎となる7つのSV定理を提案した。これについては文献を参照してほしい。[11]

図1に同期機の解析のモデルを示す、界磁巻線、ダンパー巻線を持ち、突極性がある。三相对称運転を仮定する。非対称運転の場合でも、SV法解析には対称座標法が適用できるので、対称運転を仮定しても一般性を失うことはない。三相对称電機子電流を下式で表す。

$$\begin{aligned} i_a &= \sqrt{2} |\dot{I}_1| e^{-\lambda t} \cos(\omega' t + \varphi_1) \\ &= \text{real} \left[\sqrt{2} |\dot{I}_1| e^{-\lambda t + j(\omega' t + \varphi_1)} \right] \\ i_b &= \sqrt{2} |\dot{I}_1| e^{-\lambda t} \cos\left(\omega' t + \varphi_1 - \frac{2}{3}\pi\right) \\ &= \text{real} \left[\sqrt{2} |\dot{I}_1| e^{-\lambda t + j(\omega' t + \varphi_1 - \frac{2}{3}\pi)} \right] \\ i_c &= \sqrt{2} |\dot{I}_1| e^{-\lambda t} \cos\left(\omega' t + \varphi_1 + \frac{2}{3}\pi\right) \\ &= \text{real} \left[\sqrt{2} |\dot{I}_1| e^{-\lambda t + j(\omega' t + \varphi_1 + \frac{2}{3}\pi)} \right] \end{aligned} \quad (1)$$

これは定常、過渡の両状態を表す実数表現であるが、右辺の括弧の中の指数関数はSVである。

図1 同期機の解析モデル

Fig. 1. Model of synchronous machine.

同期速度で回転している突極機の電機子巻線のインダクタンスは2倍周波数で変化して、下式で与えられる。

$$\begin{aligned} L_a &= L + L_s \cos(2\omega t + 2\varphi_d) = L + L_s \cos 2\theta \\ L_b &= L + L_s \cos\left(2\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$L_c = L + L_v \cos\left(2\theta + \frac{2}{3}\pi\right), \quad \theta = \omega t + \varphi_d$$

相互インダクタンスは下式で与えられる。

$$\begin{aligned} M_{ab} &= M + M_v \cos\left(2\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \\ M_{bc} &= M + M_v \cos 2\theta \\ M_{ca} &= M + M_v \cos\left(2\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \end{aligned} \quad (3)$$

(2)、(3)式で次の関係がある。

$$L_v = M_v, \quad M = -\frac{L}{2} \quad (4)$$

ギャップ中の回転磁界による a 相巻線の磁束鎖交数は

$$\lambda_{ga} = -L_a i_a - M_{ab} i_b - M_{ca} i_c + \lambda_{af} + \lambda_{ad} \quad (5)$$

ここに λ_{af} は界磁巻線よりの磁束鎖交数、 λ_{ad} はダンパーからの鎖交数である。

(1)、(2)、(3)式を下式に代入して、磁束鎖交数 λ_{ga} の電機子反作用分を求めて下式を得る。

$$\begin{aligned} \lambda_{a1} &= L_a i_a + M_{ab} i_b + M_{ca} i_c = \frac{3}{2} L e^{-j\omega t} \sqrt{2} |\dot{I}_1| \cos(\omega' t + \varphi_1) \\ &\quad + \frac{3}{2} L_v \sqrt{2} |\dot{I}_1| e^{-j\omega t} \cos\{(2\omega - \omega')t + 2\varphi_d - \varphi_1\} \end{aligned} \quad (6)$$

これを S V 定理によって S V で表すと [11]

$$\begin{aligned} \lambda_{a1} &= \frac{3}{2} L \sqrt{2} |\dot{I}_1| e^{-j\omega t} e^{j(\omega' t + \varphi_1)} \\ &\quad + \frac{3}{2} L_v \sqrt{2} |\dot{I}_1| e^{-j\omega t} e^{j(2\omega t + 2\varphi_d)} e^{-j(\omega' t + \varphi_1)} \\ &= \frac{3}{2} L i_a + \frac{3}{2} L_v e^{j2\varphi_d} i_a^* \end{aligned} \quad (7)$$

過渡界磁電流を下式で表すと

$$\begin{aligned} i_f &= \sqrt{2} |\dot{I}_f| e^{-j\omega' t} \cos(\omega' t + \varphi_f) \\ &= \text{real} \left[\sqrt{2} |\dot{I}_f| e^{-j\omega' t} e^{j(\omega' t + \varphi_f)} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

これが電機子 a 相に生ずる磁束鎖交数は

$$\begin{aligned} \lambda_{af} &= M_{1f} \cos \theta \sqrt{2} |\dot{I}_f| \cos(\omega' t + \varphi_f) \\ &= \sqrt{2} |\dot{I}_f| \frac{M_{1f}}{2} e^{-j\omega' t} \left[\cos\{(\omega + \omega')t + \varphi_d + \varphi_f\} \right. \\ &\quad \left. + \cos\{(\omega - \omega')t + \varphi_d - \varphi_f\} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

これを S V で表すと

$$\lambda_{af} = \frac{M_{1f}}{2} [e^{j\varphi_d} i_f + e^{j\varphi_d} i_f^*] \quad (10)$$

ここに * は共役を表す。

ダンパーを三相巻線とするとダンパーのインダクタンスは 2 倍周波で変化しないので、その電流を i_d で表すと、電機子 a 相巻線への鎖交数 λ_{ad} は下式となる。

$$\lambda_{ad} = \frac{3}{2} M_{1d} (e^{j\varphi_d} i_d^*) \quad (11)$$

ここに i_d は逆相順の三相電流で * は共役を示す。

a 相巻線の回路方程式は

$$\begin{aligned} v_a &= -R_1 i_a - l_1 \dot{p} i_a - p \lambda_{a1} + p \lambda_{af} + p \lambda_{ad} \\ &= -R_1 i_a - \left(l_1 + \frac{3}{2} L\right) \dot{p} i_a - \frac{3}{2} L_v p (e^{j2\varphi_d} i_a^*) \\ &\quad + \frac{M_{1f}}{2} p (e^{j\varphi_d} i_f + e^{j\varphi_d} i_f^*) + \frac{3}{2} M_{1d} p (e^{j\varphi_d} i_d^*) + e_1 \end{aligned} \quad (12)$$

ここに l_1 は電機子漏れインダクタンスであり、 e_1 は下式に示す内部誘導起電力である。

$$e_1 = p(\lambda e^{j\theta}) = j\omega \lambda e^{j\theta} = \dot{E} = |\dot{E}| e^{j(\omega t + \varphi)},$$

$$\varphi = \varphi_d + \frac{\pi}{2} \quad (13)$$

(12) 式は三相のうち a 相の変数しか含まれていなくて、相分離されている。a 相を電機子三相の代表として下添字 a を 1 に変えて、(12) 式は次式となる。

$$\begin{aligned} e_1 &= R_1 i_1 + L_1 \dot{p} i_1 + \frac{3}{2} L_v p (e^{j2\varphi_d} i_1^*) \\ &\quad - \frac{M_{1f}}{2} p (e^{j\varphi_d} i_f + e^{j\varphi_d} i_f^*) - \frac{3}{2} M_{1d} p (e^{j\varphi_d} i_d^*) + v_1 \end{aligned} \quad (14)$$

ここに、 $L_1 = l_1 + \frac{3}{2} L$ は同期インダクタンスである。

界磁巻線の回路方程式は下式で与えられる。

$$v_f = R_f i_f + (l_f + L_f) \dot{p} i_f - \frac{3}{2} M_{1f} p (e^{j\varphi_d} i_1^*) + \frac{3}{2} M_{fd} \dot{p} i_d \quad (15)$$

ダンパーの回路方程式は下式で与えられる。

$$0 = R_d i_d + \left(l_d + \frac{3}{2} L_d\right) \dot{p} i_d - \frac{3}{2} M_{1d} p (e^{j\varphi_d} i_1^*) + M_{fd} \dot{p} i_f \quad (16)$$

ここにかご型のダンパーを等価三相巻線で表してある。

3. 定常状態の解析

定常状態では S V は円ベクトルとなり、 i_f と i_d の過渡電流分は零となつて (14) 式は下式となる。

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= R_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega \frac{3}{2} L_v e^{j(2\varphi_d - 2\varphi_1)} \dot{I}_1 + \dot{V}_1 \\ &= \left\{ R_1 - \frac{3}{2} L_v \omega \sin(2\varphi_d - 2\varphi_1) \right\} \dot{I}_1 \\ &\quad + j\omega \left\{ L_1 + \frac{3}{2} L_v \cos(2\varphi_d - 2\varphi_1) \right\} \dot{I}_1 + \dot{V}_1 \end{aligned} \quad (17)$$

この式の $t = 0$ における円ベクトルは図 2 となる

図 2 突極同期発電機の

$t = 0$ における円ベクトル図

Fig. 2. Circular vector diagram at $t = 0$ of the salient-pole synchronous generator.

これは二反作用法による phasor 図に相当するものであるが、電流を d, q 軸に分けないなど、基本的に異なる。

抵抗が $\frac{3}{2} \omega L_v \sin(2\varphi_d - 2\varphi_1)$ だけ突極性のため減る。そのため三相トルクが

$$\frac{9}{2} L_v P \sin(2\varphi_d - 2\varphi_1) |\dot{I}_1|^2 [N - m] \quad (18)$$

だけ増えて、全トルクは下式となる。

$$\begin{aligned} T_3 &= \frac{P}{2} [3\lambda |\dot{I}_1| \cos(\varphi_d - \varphi_1) \\ &\quad + 3 \left\{ \frac{3}{2} L_v \sin(2\varphi_d - 2\varphi_1) \right\} |\dot{I}_1|^2] [N - m] \end{aligned} \quad (19)$$

図3に(19)式によるブラシレスDCモータのトルク-電機子電流 $|\dot{i}_1|$ 曲線を例示する。このモータでは $L_v < 0$ のときが多くて、トルク曲線は低下して直線性を失う。

図3 BDCモータのトルク-電流曲線

(3.7 kW, 400 V, 100 Hz, 4極)

Fig. 3. Torque-current curves for BDC motor.

4. 突極同期機の過渡現象の解析

界磁巻線とダンパーのある突極同期発電機の電磁氣的過渡現象を解析してみよう。それには(14)、(15)、(16)式の連立解を求めねばならない。過渡電流は次の同次式を満足する。

$$R_{11}i_{11} + L_s p i_{11} = -\frac{3}{2} L_v p (e^{j2\theta} i_{11}^*) + \frac{M_{1f}}{2} p (e^{j\theta} i_{f1} + e^{j\theta} i_{f1}^*) + \frac{3}{2} M_{1d} p (e^{j\theta} i_{d1}^*) \quad (20)$$

$$R_{f1}i_{f1} + (l_f + L_f) p i_{f1} + \frac{3}{2} M_{fd} p i_{d1} = \frac{3}{2} M_{1f} p (e^{j\theta} i_{11}^*) \quad (21)$$

$$R_{d1}i_{d1} + (l_d + \frac{3}{2} L_d) p i_{d1} + M_{fd} p i_{f1} = \frac{3}{2} M_{1d} p (e^{j\theta} i_{11}^*) \quad (22)$$

この3つの連立方程式の解法を簡便にするために、(22)式で R_d の項が他のリアクティブな項に対して無視できるとして、下式を得る。

$$i_{d1} \approx \frac{\frac{3}{2} M_{1d}}{l_d + \frac{3}{2} L_d} (e^{j\theta} i_{11}^*) - \frac{M_{fd}}{l_d + \frac{3}{2} L_d} i_{f1} \quad (23)$$

これを(20)、(21)式に代入して下式を得る。

$$R_{11}i_{11} + \left(L_s - \frac{9}{4} \frac{M_{1d}^2}{l_d + \frac{3}{2} L_d} \right) p i_{11} = -\frac{3}{2} L_v p (e^{j2\theta} i_{11}^*) + \frac{M_{1f}}{2} p (e^{j\theta} i_{f1}) + \left(\frac{M_{1f}}{2} - \frac{3}{2} \frac{M_{1d} M_{fd}}{l_d + \frac{3}{2} L_d} \right) p (e^{j\theta} i_{f1}^*) \quad (24)$$

$$R_{f1}i_{f1} + \left(l_f + L_f - \frac{3}{2} \frac{M_{fd}^2}{l_d + \frac{3}{2} L_d} \right) p i_{f1} = \frac{3}{2} \left(M_{1f} - \frac{3}{2} \frac{M_{fd} M_{1d}}{l_d + \frac{3}{2} L_d} \right) p (e^{j\theta} i_{11}^*) \quad (25)$$

ここにダンプされたインダクタンスの考えを導入して、表1に「'」を付して示す。このダンプされたインダクタン

スを用いると、(24)、(25)式は下式となる。

表1 ダンプされたインダクタンス
table. 1. Damped inductances.

$L_s - \frac{9}{4} \frac{M_{1d}^2}{l_d + \frac{3}{2} L_d} = L_s'$
$M_{1f} - \frac{3}{2} \frac{M_{1d} M_{fd}}{l_d + \frac{3}{2} L_d} = M_{1f}'$
$l_f + L_f - \frac{3}{2} \frac{M_{fd}^2}{l_d + \frac{3}{2} L_d} = l_f' + L_f'$

$$R_{11}i_{11} + L_s' p i_{11} = -\frac{3}{2} L_v p (e^{j2\theta} i_{11}^*) \quad (26)$$

$$+ \frac{M_{1f}}{2} p (e^{j\theta} i_{f1}) + \left(M_{1f}' - \frac{M_{1f}}{2} \right) p (e^{j\theta} i_{f1}^*)$$

$$R_{f1}i_{f1} + (l_f' + L_f') p i_{f1} = \frac{3}{2} M_{1f}' p (e^{j\theta} i_{11}^*) \quad (27)$$

ダンプされたインダクタンスは方程式を簡素化するばかりでなくて、後で示すように、測定可能なインダクタンスであって、解析的な解によって過渡現象を計算することが可能になる。

(26)、(27)式の右辺の各項にはすべて $e^{j\theta} (\theta = \omega t + \varphi_d)$ か $e^{j2\theta}$ のファクタが含まれている。これは回転子の回転によって電磁誘導が起きていることを意味する。

これらは事象系列的におきるので、事象系列(event series)の順を追って、解を求めることができる。事象系列法と名付けられる新しい解法である。

三相突発短絡が発生した場合に過渡現象の事象系列の先頭に立つのは電機子巻線中の減衰直流分であるので、それを下式のように表わす。

$$i = A e^{-\lambda t} \quad (28)$$

ここにAは任意定数である。これは微分方程式の解法によく行なわれることと一致するように見えるが、事象系列と言う考えはこれまでなかった。これを(27)式に代入して、次式を得る。

$$R_{f1}i_{f1} + (l_f' + L_f') p i_{f1} = \frac{3}{2} M_{1f}' p (e^{j\theta} A e^{-\lambda t}) \quad (29)$$

この式の一般解はSV定理によって、下式で与えられる。

$$i_{f1} = B e^{-\lambda t} + \frac{(-\lambda + j\omega) \frac{3}{2} M_{1f}'}{R_f + (-\lambda + j\omega)(l_f' + L_f')} A e^{-\lambda t + j\theta} \\ \approx B e^{-\lambda t} + \frac{3}{2} \frac{M_{1f}'}{l_f' + L_f'} A e^{-\lambda t + j\theta} \quad (30)$$

$$\lambda_f = \frac{R_f}{l_f' + L_f'} \quad (31)$$

ここにBは任意定数である。

(28)式と(30)式を(26)式に代入して下式を得る。

$$R_1 i_{11} + L_s' p i_{11} = -\frac{3}{2} L_s' p (e^{j2\theta} A e^{-\lambda t}) + \frac{M_{1f}}{2} p \left[e^{j\theta} (B e^{-\lambda t} + \frac{3}{2} \frac{M_{1f}'}{l_f' + L_f'} A e^{-\lambda t + j\theta}) \right] + \left(M_{1f}' - \frac{M_{1f}}{2} \right) p \left[e^{j\theta} (B e^{-\lambda t} + \frac{3}{2} \frac{M_{1f}'}{l_f' + L_f'} A e^{-\lambda t - j\theta}) \right] \quad (32)$$

重畳の理によって $A e^{-\lambda t}$ を含む項に対しては下式を得る。

$$R_1 A e^{-\lambda t} + L_s' (-\lambda) A e^{-\lambda t} = (-\lambda) \left(M_{1f}' - \frac{M_{1f}}{2} \right) \frac{3}{2} \frac{M_{1f}'}{l_f' + L_f'} A e^{-\lambda t} \quad (33)$$

これより λ は下式として定まる。

$$\lambda = \frac{R_1}{L_s' - \frac{3}{2} \left(M_{1f}' - \frac{M_{1f}}{2} \right) \frac{M_{1f}'}{l_f' + L_f'}} \quad (34)$$

$B e^{-\lambda t + j\theta}$ を含む項に対しては S V 定理より下式を得る。

$$i_{11} = \frac{M_{1f}' (-\lambda_f + j\omega)}{R_1 + (-\lambda_f + j\omega) L_s'} B e^{-\lambda t + j\theta} \approx \frac{M_{1f}'}{L_s'} B e^{-\lambda t + j\theta} \quad (35)$$

$A e^{-\lambda t + j2\theta}$ を含む項に対しては S V 定理より

$$i_{11} = \frac{(-\lambda + j2\omega)}{R_1 + (-\lambda + j2\omega) L_s'} \left(-\frac{3}{2} L_v + \frac{3}{4} \frac{M_{1f} M_{1f}'}{l_f' + L_f'} \right) A e^{-\lambda t + j2\theta} \approx \frac{1}{L_s'} \left(-\frac{3}{2} L_v + \frac{3}{4} \frac{M_{1f} M_{1f}'}{l_f' + L_f'} \right) A e^{-\lambda t + j2\theta} \quad (36)$$

一般過渡解は上に得られた i_{11} の和として、下式となる。

$$i_{11} = A e^{-\lambda t} + \frac{M_{1f}'}{L_s'} B e^{-\lambda t + j\theta} + \frac{1}{L_s'} \left[-\frac{3}{2} L_v + \frac{3}{4} \frac{M_{1f} M_{1f}'}{l_f' + L_f'} \right] A e^{-\lambda t + j2\theta} \quad (37)$$

(30) 式と (37) 式に定常電流を加えて一般解が得られる。電機子電流の過渡電流には減衰 DC、減衰 AC、減衰 2 倍周波 AC の 3 成分がある。従来の理論の言うような初期過渡 AC はない。あっても極めて小さい。

5. ダンプされたインダクタンスの測定

同期機の個々のインダクタンスを測定することは、ダンパーがあると難しいが、ダンプされたインダクタンスを測定することはできるし、解析にはそれで十分である。ロータにうず電流が流れると、その影響も含めて、等価インダクタンスとして、ダンプされたインダクタンスが測定できる。

ロータを静止させ、界磁巻線の端子を開放し、電機子の b, c 相端子間に単相電圧を加えたときに流れる電流を I とすると、回路方程式は下式となる。

$$V = 2R_1 I + (l_1 + L_b') p I + (l_1 + L_c') p I + 2(M' + M_v \cos 2\phi_d) p I \quad (38)$$

ダンパーには電流が流れるので、' の付いたインダクタンスはダンプされたインダクタンスである。(2) 式より上式は下式となる。

$$V = 2R_1 I + \left[l_1 + L' + L_v \cos \left(2\phi_d - \frac{2}{3}\pi \right) \right] j\omega I + \left[l_1 + L' + L_v \cos \left(2\phi_d + \frac{2}{3}\pi \right) \right] j\omega I + 2(M' + M_v \cos 2\phi_d) j\omega I = 2R_1 I + (2l_1 + 3L' + 3L_v \cos 2\phi_d) j\omega I = 2R_1 I + 2 \left(L_s' + \frac{3}{2} L_v \cos 2\phi_d \right) j\omega I \quad (39)$$

ロータの位置をかえて、b, c 相端子間のリアクタンスを測定して、 L_s' と L_v とを定めることができる。図 4 は表 2 の同期機についての測定結果である。

表 2 試験同期機
Table. 2. Test machine.

200 V、2 kVA、50 Hz、4 極

図 4 ダンプされた同期インダクタンス
一回転子位置角 ϕ_d

Fig. 4. Damped synchronous inductance L_s'
-rotor position ϕ_d .

これより $L_s' = 0.014[H]$ 、 $L_v = 0.005[H]$ を得る。

6. 三相突発短絡の計算と実験の比較

表 2 の同期機につき、回路定数を測定した結果を表 3 に示す。これを用いて、無負荷時に三相突発短絡が端子で発生したとして、電機子電流を (37) 式で、励磁電流を (30) 式で計算した結果を (42) 式と (43) 式に示す。図 5 は電機子電流 i_1 と界磁電流 i_f をこれらの式で計算した結果を図示する。

表 3 測定された回路定数
Table. 3. Measured circuit constants.

$R_1 = 0.957[\Omega]$ 、 $R_f = 36.2[\Omega]$ 、 $L_s' = 14.0[mH]$
 $L_v = 5.0[mH]$ 、 $M_{1f}' = 0.182[H]$ 、 $M_{1f} = 0.329[H]$
 $l_f' + L_f' = 3.748[H]$

$$i_1 = 2.432 e^{j(\omega t + \phi_d)} - 6.517 e^{-75.204 t + j\phi_d} + 6.171 e^{-9.658 t + j(\omega t + \phi_d)} - 2.086 e^{-75.204 t + j(2\omega t + \phi_d)} \quad (40)$$

$$i_f = 0.18 - 0.475(-e^{-9.654t} + e^{-75.204t + j\omega t}) \quad (41)$$

$$\omega = 100\pi, \varphi_d = 65^\circ \quad (\text{付録参照})$$

実験により求めたオシログラフを図6に示す。両図の一致は良好である。図7に電機子電流の3つの過渡成分の計算結果を示す。これらの結果は過渡現象の詳細な構造を明らかにする。すなわち、減衰DC分と減衰2倍周波AC分とは同じ減衰定数を持つ。減衰AC分には減衰定数が1個しかなく、初期過渡ACに相当するものはこの場合現れない。初期条件の扱いについては付録参照のこと。

7. 結言

SV法によって突極同期機の過渡現象を解析して解を求め、いくつかの近似があるにもかかわらず、三相突発短絡につき、計算結果とテストの結果との良好な一致を得た。d, q軸法による従来の方法では、解析が不十分で解析解でなくて、テストの結果に合わせた実験式になっていて、現象の解明がなされていない。

工学院大学の迎久雄教授、高野 泰氏、高橋 雄氏、津島 信氏には大変援助を頂いた。謝意を表する。

図5 計算による突発三相電流

Fig. 5. Sudden three-phase short circuit currents of synchronous machine.

図6 突発三相電流のオシログラフ

Fig. 6. Test oscillograph of sudden three-phase short circuit currents

減衰DC成分

Decaying DC component current

減衰AC成分

Decaying AC component of fundamental frequency

減衰2倍周波AC成分

Decaying AC component of double frequency

図7 過渡電機子電流成分 (計算値)

Fig. 7. Calculated transient components of armature currents

付 録

初期条件

一般解は(37)式、(30)式に定常電流を加えて下式となる。

$$i_1 = \sqrt{2} |I_1| e^{j(\omega t + \varphi_1)} + A e^{-\lambda t} + k_1 B e^{-\lambda t + j\theta} + k_2 A e^{-\lambda t + j2\theta} \quad (A-1)$$

$$i_f = I_f + B e^{-\lambda t} + h_1 A e^{-\lambda t + j\theta} \quad (A-2)$$

ここに、

$$k_1 = \frac{M_{1f}}{L_f}$$

$$k_2 = \frac{1}{L_f} \left(-\frac{3}{2} L_s + \frac{3}{4} \frac{M_{1f} M_{1f'}}{l_f + L_f} \right) \quad (A-3)$$

$$h_1 = \frac{3}{2} \frac{M_{1f'}}{l_f + L_f}$$

これらの式は A 、 B の2つの任意定数を含んでいるので、下記の2つの初期条件より定めねばならない。

$$i_1 = 0, \quad i_f = I_f \quad \text{at } t = 0 \quad (A-4)$$

これを(A-1)、(A-2)式に代入して

$$B = -h_1 A e^{j\theta} \quad (A-5)$$

$$\sqrt{2} |I_1| e^{j\theta} = -A + k_1 h_1 A e^{j2\theta} - k_2 A e^{j2\theta} \quad (A-6)$$

短絡電流に対しては $\varphi_1 = \varphi_d$ である。この式が φ_d に無関係に成立するには $A = |A| e^{\pm j\varphi_d}$ として、上式に代入して

$$\sqrt{2} |I_1| e^{j\varphi_d} = -|A| e^{j\varphi_d} + k_1 h_1 |A| e^{j\varphi_d} - k_2 |A| e^{j\varphi_d} \quad (A-7)$$

よって $|A|$ は下式となる。

$$|A| = \frac{\sqrt{2} |I_1|}{-1 + k_1 h_1 - k_2} \quad (A-8)$$

これらを(A-1)、(A-2)式に代入して

$$i_1 = \sqrt{2} |I_1| e^{j\theta} + |A| e^{-\lambda t + j\varphi_d} + k_1 h_1 |A| e^{-\lambda t + j(\omega t + \varphi_d)} - k_2 |A| e^{-\lambda t + j(2\omega t + \varphi_d)} \quad (A-9)$$

$$i_f = I_f + B e^{-\lambda t} + h_1 |A| (-e^{-\lambda t} + e^{-\lambda t + j\omega t}) \quad (A-10)$$

(A-10)式の界磁電流 i_f には φ_d は含まれない。 i_f は短絡初期の位相には無関係である。

(平成8年7月6日受付, 同9年1月6日再受付)

文 献

1. S. Yamamura: "AC Motors for High Performance Applications", Marcel Dekker, New York, Basel, 1986
2. 山村 昌: 「交流モータの解析と制御」、オーム社、東京、1989
3. S. Yamamura: "Spiral vector theory of AC circuits and AC machines", Proc. of Japan Academy, Vol. 65, Ser B, No. 6, 1989
4. S. Yamamura: "Spiral vector method and symmetrical component method", Proc. of Japan Acad, Vol. 65, ser B, No. 1, 1991
5. S. Yamamura: "Spiral vector theory of salient-pole synchronous machine", Proc. of IEEE IAS Annual Meeting, p. 204, vol. 1, Oct. 1992
6. S. Yamamura: "Spiral Vector Theory of AC Circuits and Machines", Oxford University Press, Oxford, U.K. 1992
7. S. Yamamura: "Spiral vector theory of brushless DC motor", Proc. of IEEE IAS Annual Meeting, p. 77, Part 1, Oct. 1993
8. 迎、番場、鳥井、山村: 「スパイラルベクトル理論による同期機モデルの三相短絡事故解析」、電気学会論文誌、Vol. 115-B, 6月号、1995
9. S. Yamamura: "Analysis of transient phenomena of Synchronous machines by means of spiral vector method", Proc. of Japan Acad, Vol. 72, ser B, No. 1, 1996
10. 山村、迎、高野、高橋、津島: 「同期機のスパイラルベクトル法解析」、電気学会全国大会論文集、No. 1017, 1996
11. 山村 昌: 「電気回路のスパイラルベクトル理論」、電気学会雑誌、Vol. 113, No. 10, Sep. 1993
12. JEC 114 同期機規格、電気学会、1964
13. S. Yamamura: "SV methods analysis of synchronous machine", CIGRE SC11, Proc. of Tokyo Meeting, Oct. 1997 (to be published)

山 村 昌 (名誉員) 1918年2月26日生。1941年東京帝国大学工学部卒業。東京帝国大学工学部講師、47年東京大学助教授、56年同教授。工学博士。Ph.D. 75年電気学会会長。78年横浜国立大学教授(83年まで)、83年工学院大学教授(89年まで)、86年電力中央研究所理事(97年まで)。1955年電気学会論文賞、67年、75年同進歩賞、70年同電力賞、74年同著作賞、75年同功績賞、82年IEEE Nikola Tesla Award, 84年IEEE 100 years Anniv. Medal, 88年電気学会振興功労者表彰、78年藍綬褒賞、83年日本学士院賞、88年勲二等瑞宝賞受賞。現在、日本学士院会員、東京大学名誉教授、静電気学会名誉会員、IEEE Life Fellow、ロシヤ国際アカデミ名誉会員。

質 問

〇2 論文委員会

1. この論文における d, q 軸法批判の主張に対して

従来からの同期機の解析手法である d, q 理論を結論で批判されていますが、その根拠を示してください。

また、第4章で初期過渡リアクタンスはない、または小さいと論じられていますが、この解析においてダンパ抵抗を無視されたからの結論のように思いますが、明確なご検討をお願いします。

2. SV 理論と解析法に関して

(1) (27)式直前で、「微分方程式の解法でよくやるように」と主張され、連立微分方程式の解を仮定し、その一つの方程式に代入し、解の未知数を求める方法は、ここでの主張のようによくやらない、もう少しいい方法と誤った方法と考えます。

例えば、次の連立微分方程式を、著者の方法で解いてみることにします。

$$\begin{cases} \dot{x} - 7x = -12y \\ \dot{y} + 10y = 6x \end{cases}$$

論文に従って、

$$x = Ae^{-\lambda t}$$

において、連立式の下式に代入する。すなわち

$$\dot{y} + 10y = 6Ae^{-\lambda t}$$

なる微分方程式を解くことになる。この y が求まって、

$$y = Be^{-10t} + \frac{6A}{-\lambda + 10}e^{-\lambda t}$$

となるが、上微分方程式の解は e^{-t} と e^{-2t} の項はあるが e^{10t} の項はない。このように非常に著者の方法は間違いが生じるおそれがある。

したがって、吟味が必要である。

(2) SV 法の一般的疑問

線形微分方程式が与えられたときに、SV 法では解が $A \exp(\delta t)$ の集まりとして、未知数である A や δ を求める方法が採られています。これは、その解の形があらかじめ分かっている必要があると思います。

例えば、図に示すような回路を考えますと（この回路は、電気回路の教科書にできます定抵抗回路を含んでいます）その状態方程式の固有値は重根となり、例えば、コンデンサ電圧やインダクタ電流（これを状態変数にする場合が多い）の過渡項に、 $A \exp(\delta t)$ と $t \exp(\delta t)$ の項が

あります。

このような項が含まれることを知らずともラプラス変換や演算子法（ミクシンスキーやヘビーサイド）では、解くことができます。これに関する SV 法についてご説明ください。

回 答

山村 昌（名誉員）

まえがき

この原稿を投稿したのは一年以上前です。それ以来無理解な査読に悩まされ、著者からの質問には答えず、査読者の考えを一方的に押し付けた。意見の対立をほぐすために、書面討論を提案してやっと受け入れられて、このような形の発表となった。以下質問の項目順に答える。

1. d, q 軸法の疑問点についての回答

論文の緒言には問題に関して現状を説明して、その所在を明らかにするのが普通です。本論文もその習慣によっている。それを補足すれば、同期機の三相突発短絡などの解析は、Park の式によっており、その解法に関しては Concordia の本が我が国では広く引用されている。両者ともに d, q 軸法によるものである。複雑に変数変換を行っているが、明確な解が見当らず、三相突発短絡につき理論解による計算結果とテストのオシログラフとの比較検証が見当らない。一線接地、相間短絡などの解も見当らない。SV 法ではできています⁽²⁾。

質問のなかに、「初期過渡リアクタンスがない、また小さい」と論文の第4章中にあると書かれているが、そんなことは第4章にも、論文中のどこにもありません。論文の

同期機では初期過渡電流の交流分は2倍周波の成分が大部分であって、図7がそれを示しています。ここに従来のd, q軸法の大きな誤りがあると考えます。

d, q軸理論では界磁電流の解析がおろそかで、その理論計算とテストのオシロとの比較検証は見当りません。本論文ではそれがされていて、よい一致が得られていると考えます。電機子電流の過渡項の原因は界磁電流の急増であることは論文で明かです。d, q軸理論のいうように巻線リアクタンスが大きく変化することは不可能です。

2. SV法解析の疑点についての回答

全般的な疑点であって、こんなことで一年も待たされるのはやり切れません。

(1) 質問のなかの連立方程式は外力(例えば端子電圧)のない場合で、SV定理4(参考文献⁽¹⁾)に反することになっています。質問中の解 y は $x=Ae^{-\lambda t}$ が外力である場合には正しい。それにもかかわらず、この y の解を代入して解いて行くと、大きなまわり道をして、 $\lambda=-1, -2, B=0$ の正しい解が得られます。

論文の(26), (27)式の右辺の項は $e^{j\theta}$ か $e^{j2\theta}$ ($\theta=\omega t+\phi_d$)の因子があって、これは外力の加わる項です。SV定理4を適用して可なりです。 $e^{j\theta}, e^{j2\theta}$ はロータの回転によって生ずる電磁誘導であることを示し、各項の事象が同時的でなくて、時系列的に生じます。したがって各項の事象が事象系列的(event series)に起こります。事象系列の順に従って求解をして行きます。これを事象系列法と名付けました。数学的にも新しい考であると考えます。その結果はテストのオシロとよく合うことは図6, 図7が示します。

(2) 解の形を予想することが悪いことのように書かれていますが、これは方程式を解き始める最初によく行われます。予想と解が合えばよいのですが、実数の解を仮定して出発しながらSVの解が得られることが多い。始めからSVの形を仮定するほうがすっきりします。そうすればSV法で回路理論が統一されます。

質問中のブリッジ回路につき特性根が等根になる場合のことですが、もっと多重な根の場合についても補解としてSVの特解と組み合わせて差し支えないことが文献(1)のp. 767に説明してあります。

質問中にラプラス変換などが持ち出されていますが、本論文とは関係のないことです。SVとラプラス変換とは結び付きがよくてすっきりした解法になります。しかしラプラス変換などを持ち出す必要はなく、回路理論などでばらばらの理論を結び合わせるために、それを持ち出すのは理論の不備の現れです。

むすび

同期機のSV法の求解には少なからず近似的な扱が含まれています。しかしd, q軸理論のように理論とテストの比較検証のできていない状態に比べると、大きな進歩です。ご理解とご支援をお願いします。

文 献

- (1) 山村 昌:「電気回路のスパイラルベクトル理論」, 電学誌, 113, 767 (平5-10)
- (2) S. Yamamura: "SV theory of synchronous machine, Analysis of single phase grounding and short circuit between phases", *Proc. of Japan Academy*, 73, Ser. B, No. 6 (1997)