板ガラスの溶融金属中への沈降における 電磁力による直立安定性

正員 伊賀元一 (旭硝子(株))
正員 佐藤安雄 (旭硝子(株))
正員 山田 一 (信州大学)

Stability against Tilt of a Glass Sheet Submerged into Molten Metal with Electromagnetic Force

Motoichi Iga, Member, Yasuo Sato, Member (Asahi Glass Co., LTD.),

Hajime Yamada, Member, (Shinshu University)

In one of the glass sheet tempering process in which a glass sheet is submerged into molten metal with electromagnetic force by Linear Induction Motor (LIM), it is necessary to keep the glass sheet vertical in the center of molten metal tank. Because a glass sheet warps unless its both sides are uniformly cooled.

This paper describes an idea of buoyant force center on a glass sheet in molten metal which is introduced to discuss its stability against tilt. If the buoyant force center of a glass sheet is higher than its gravity center, it is stable against tilt. Numerical simulation of electromagnetic fluid flow is performed to evaluate the buoyant force center. Its stable conditions obtained are the followings:

- (1) The shortest length of a glass sheet is $2\tau/3$ shorter than that of LIMs.
 - (2) The lowest limit of the gravity center of a glass sheet is $\tau/3$ higher than the center of LIMs.
- where τ is the pole pitch of LIMs.

キーワード：電磁力，リニア誘導モータ，溶融金属，見かけの密度，板ガラス，流れシミュレーション

Key words : electromagnetic force, linear induction motor, molten metal, apparent density, glass sheet, flow simulation

1. まえがき

リニア誘導モータ（以下LIMと略記する）の電磁力を用いて溶融金属（Bi-Pb-Sn合金：密度 $\rho = 9620[\text{kg/m}^3]$ ）の見掛けの密度をガラスの密度（ $\rho_G = 2200[\text{kg/m}^3]$ ）より小さくすることにより，板ガラスを溶融金属中に沈降させて強化するプロセスを開発されている⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾。

これまでに筆者らは板ガラスの溶融金属中への沈降の基本原理を明らかにし，実験によりその現象を確認した⁽⁵⁾。さらに，その基本特性である板ガラスの沈降特性を流れシミュレーションにより定量化すると共に，両側式LIMの不均一な電磁力分布によって発生する溶融金属の流れが沈降特性に及ぼす影響について調べてきた⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

板ガラスを強化する際に表裏を異なる速度で冷却すると反りを生じるので⁽⁸⁾，均一に冷却することが求められる。表裏を均一に冷却するためには，板ガラスを溶融金属中に沈降させるだけではなく，冷却能が表裏で同じになるように溶融金属中の板ガラスを槽中央に直立させる必要がある。

本論文では，溶融金属中に沈降している板ガラスが直立

するための条件を調べる目的で，板ガラスに作用する圧力分布を調べた。溶融金属中の圧力分布は流れの影響を受けるので，有限要素法による電磁流体の流れシミュレーションを実施し，板ガラスの直立安定条件を求めるために，以下の項目について考察している。

- (1) 板ガラスの直立安定条件の基本因子
- (2) 板ガラスの長さでLIMの長さとの関係
- (3) 溶融金属中における板ガラスの深さ

2. 電磁力による溶融金属中の板ガラスの沈降

<2.1> 板ガラス沈降の動作原理 溶融金属中の板ガラスには重力と溶融金属の圧力が作用しており，板ガラス沈降の動作原理について述べる前に溶融金属中の圧力について説明する。図1に示すように，任意の点Pにおける圧力 $p[\text{Pa}]$ は，点Pより上の溶融金属に作用する重力と釣り合う。

$$p = \int_{-h_p}^0 \rho g dz = \rho g h_p [\text{Pa}] \dots\dots\dots (1)$$

図1 電磁力作用下における熔融金属中の圧力

Fig. 1 Static pressure in molten metal with electromagnetic force.

ここに h_p : 点Pの深さ[m], g : 重力加速度[m/s²]

式(1)を z に関して微分すると、密度 ρ と圧力 p の関係について次式が得られる。

$$\rho = -\frac{1}{g} \frac{\partial p}{\partial z} \quad [\text{kg/m}^3] \quad (2)$$

熔融金属に電磁力が作用している場合は、単位体積当たりの電磁力の z 方向成分 f [N/m³] を重力から差し引くことにより、式(1)は電磁力が作用している場にも拡張できる。

$$p = \int_{-h_p}^0 (\rho g - f) dz = \int_{-h_p}^0 \rho_a g dz \quad [\text{Pa}] \quad (3)$$

ここに、 ρ_a [kg/m³] は見掛けの密度であり、式(2)に基づいて次式により定義する。

$$\rho_a \equiv -\frac{1}{g} \frac{\partial p}{\partial z} = \rho - \frac{f}{g} \quad [\text{kg/m}^3] \quad (4)$$

(a) 板ガラスが浮いている時 (b) 板ガラスが沈んでいる時

図2 熔融金属中の板ガラスに作用する力

Fig. 2 Force acting on a glass sheet in molten metal.

図2に熔融金属中の板ガラスに作用する力を示した。熔融金属のようにガラスより密度が高い液体に板ガラスを入れると、図2(a)に示すように板ガラスはその一部が熔融金属中に沈んだ状態で静止する。この時、板ガラスの単位幅当たりの重量 $W_0 = \rho_0 g l t$ [N/m] (l [m]: 長さ, t [m]: 厚さ), と板ガラスの下端に作用する圧力 p_b [Pa] による単位幅当たりの浮力 F_b [N/m] が釣り合う。

$$W_0 = F_b = p_b t \quad [\text{N/m}] \quad (5)$$

しかし、図1(b)に示すように板ガラスが熔融金属中に沈んでいる時は下端だけでなく上端にも圧力を受けるので、板ガラスに作用する浮力 F_b は次式で表される。

$$F_b = (p_b - p_t) t \quad [\text{N/m}] \quad (6)$$

ここに、 p_t : 板ガラス上端における圧力[Pa]

式(3)を式(6)に代入すると、電磁力が作用している熔融金属中の板ガラスの単位幅当たりに作用する浮力が求められる。

$$F_b = t \int_{-h_b}^{-h_t} \rho_a g dz = \bar{\rho}_a g l t \quad [\text{N/m}] \quad (7)$$

ここに $\bar{\rho}_a$ [kg/m³] は、板ガラスが押しつけた熔融金属の見掛けの密度の平均値である。

$$\bar{\rho}_a = \frac{1}{l} \int_{-h_b}^{-h_t} \rho_a dz \quad [\text{kg/m}^3] \quad (8)$$

このように、板ガラスに作用する浮力は見掛けの密度を用いて計算した液体の見掛けの重量と一致しており、電磁力による熔融金属中の板ガラスの沈降は見掛けの密度を用いて説明できる。

<2.2> 電磁力による板ガラスの沈降装置 電磁力を用いて熔融金属中に板ガラスを沈降する装置の概略図を図3に示した。板ガラスの左右両端部を除けば現象は2次元的であると考えられるので、本論文では簡単のため2次元断面 ($x-z$ 平面) について考える。対向する両側式 L I M にはさまれる槽内の熔融金属には、L I M により発生する移動磁界 (進行方向は上向き) とこの移動磁界により発生する誘導電流によって、上向きの電磁力 f [N/m³] が生ずる。L I M による磁界が鉄心の飽和磁界の範囲内で使われていると仮定すると、誘導電流密度も移動磁束密度も L I M の入力電流 I_0 [A] に比例するので、L I M による電磁力 f は入力電流の二乗に比例する。

$$f = c_f(x, z) I_0^2 \quad [\text{N/m}^3] \quad (9)$$

電磁力分布は、L I M のギャップや2次導体である熔融金属の占有領域により変化するが、ここでは係数 $c_f(x, z)$ [N/m³A²] を用いて表す。

図3 電磁力による板ガラスの溶融金属中への沈降

Fig. 3 A glass sheet submerged into molten metal with electromagnetic force.

LIMによる移動磁界はLIMから離れるほど弱まるので、電磁力は槽の中央で弱く壁際ほどLIMに近いので強い。式(3)から明らかなように電磁力の強い槽の壁近くでは中央付近に比べて圧力が低くなるが、同時にこの電磁力分布により槽の壁近くでは上昇流が、反対に中央付近では下降流が発生するのでこの圧力差は緩和され均一化する。また、ガラス壁に作用する流れのせん断力は浮力に比べて無視できるほど小さいことが、流れのシミュレーションにより明らかになっている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

流れにより同じ深さの圧力が完全に均一化されると仮定すると、見掛けの密度に関する近似式が得られる。

$$\bar{\rho}_a \approx \rho - \frac{\bar{c}_f(z)}{g} I_0^2 \text{ [kg/m}^3\text{]} \quad (10)$$

ここに、 $\bar{c}_f(z)$ ： $c_f(x, z)$ の水平方向平均値[N/m³A²]

3. 板ガラスの直立安定性と浮力中心

<3.1> 電磁力による溶融金属の流れシミュレーション
溶融金属中の板ガラスが直立するメカニズムを調べ

る目的で、電磁力による溶融金属の流れシミュレーションを行い、圧力分布を求めた。

電磁流体の流れシミュレーションは、有限要素法を用いて図4に示す解析モデルについて行った。電磁場はベクトルポテンシャル法、流れ場は $k-\epsilon$ 法を用いて定式化し、両者を連立して計算した⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁹⁾。詳細な定式化及び境界条件等は参考文献⁽⁶⁾にあるのでここでは割愛した。解析に用いた溶融金属の物性とLIMの仕様を表1に示した。極対数が1のLIMの端部の磁界を補正するため、図4に示す位相でコイルは巻かれている。また、LIM間のギャップは110mm、浴槽の厚さは30mmである。板ガラスの厚さ t は5mm、長さ l はLIMのポールピッチ $\tau=156$ mmに対し $l=2\tau$ の場合について計算を行った。計算時間は、Power Macintosh 6100/66で電磁場(要素数：約10000)が約20分、流れ場(要素数：約2000)が約40分である。

図5に解析の結果求められた板ガラスに沿った電磁力の z 方向成分分布、見掛けの密度分布、圧力分布、誘導電流分布を示した。見掛けの密度分布は定義式(7)にしたがい圧力分布より求めたが、電磁力分布を裏返した分布になっ

表1 溶融金属の物性とLIMの仕様
Table 1 Physical properties of molten metal and Specifications of Linear Induction Motor

	項目	記号	数値 [単位]
溶融金属	密度	ρ	9620 [kg/m ³]
	導電率	σ	1.016 [MS/m]
LIM	周波数	f_L	50 [Hz]
	鉄心長	l_L	500 [mm]
	鉄心厚さ	t_L	100 [mm]
	ポールピッチ	τ	156 [mm]

図4 電磁流体シミュレーションの解析モデル

Fig. 4 Analysis model of electromagnetic fluid flow.

図5 板ガラスに沿った電磁力の z 方向成分分布(a), 見掛けの密度分布(b), 圧力分布(c), 誘導電流密度(d)
Fig. 5 Distribution of electromagnetic force (a), apparent density (b), pressure (c) and density of eddy current along a glass sheet.

ている。LIMの形状が上下対称であるにもかかわらず、LIMによる電磁力が上下非対称で最大値をとる点がLIMの中心から約50mm上方にずれている。これは、誘導電流の最大値をとる点が磁界の進行方向に約80mmシフトしていることに起因しており、極対数が1のLIMの特徴と考えられる。

図6にLIM入力電流と平均見掛けの密度の関係を示した。平均見掛けの密度は入力電流に対し2次関数的に小さくなっており、見掛けの密度に関する近似式(10)の妥当性が示された。

<3.2> 板ガラスの浮力中心 溶融金属中の板ガラスの直立安定性を調べる目的で、図7に示すように板ガラスが微小角 $\Delta\theta$ [rad]傾いたときの復元力について考える。点Pにおいて板ガラスに作用する力は流れの影響を無視すると

図6 LIMの入力電流と浮力中心 (板ガラスの重心がLIMの中心)
Fig. 6 Supplied current to LIM and the buoyant force center (The gravity center is lied at the center of LIM).

図7 $\Delta\theta$ 傾いたとき板ガラスに作用する復元力
Fig. 7 Force on a glass sheet with tilt angle $\Delta\theta$.

表裏の圧力差 Δp [Pa] である。流れにより同じ深さの圧力は均一化されるので、圧力 p はレベル z のみによって変化すると仮定できる。したがって、板ガラス表裏のレベル差を Δz [mm] とすると圧力差 Δp は次式で表される。

$$\Delta p = p\left(z - \frac{1}{2}\Delta z\right) - p\left(z + \frac{1}{2}\Delta z\right) = -\frac{\partial p}{\partial z}\Delta z \text{ [Pa]} \quad (11)$$

板ガラスが原点 O を中心に $\Delta\theta$ 傾いた時、任意の点 P における表裏のレベル差は $\Delta z = t \sin \Delta\theta \approx t \Delta\theta$ となる。見掛けの密度に関する定義式(4)を式(11)に代入すると板ガラスが $\Delta\theta$ 傾いたときの表裏の圧力差が得られる。

$$\Delta p = \rho_a g t \Delta\theta \text{ [Pa]} \quad \dots\dots\dots (12)$$

傾いた板ガラスは偶力により復元するので、この圧力差を用いて板ガラスの重心 z_0 回りの偶力 T_0 を求める。

$$T_0 = \int_{z_0 - \frac{1}{2}t}^{z_0 + \frac{1}{2}t} \Delta p z' dz' \text{ [Nm/m]} \quad \dots\dots\dots (13)$$

板ガラスの厚さは長さに比べて短いので、板ガラスの上下端に作用する偶力は表裏面に作用する偶力に比べて十分に小さいと考えられ無視している。

板ガラスに作用する偶力を復元力 F_R [N/m] とその作用点としての浮力中心 z_B [m] にわけて表す。復元力 F_R は板ガラス面に作用している力の合計であり、次式で求められる。

$$F_R = \int_{z_0 - \frac{1}{2}t}^{z_0 + \frac{1}{2}t} \Delta p dz' = F_B \Delta\theta \text{ [N/m]} \quad \dots\dots\dots (14)$$

復元力 F_R は板ガラスが排除した液体金属の見掛けの重量、すなわち浮力 F_B と傾けた角度 $\Delta\theta$ に比例する。復元力の作用点である浮力中心は、次式によって定義する。

$$z_B = \frac{T_0}{F_R} \text{ [m]} \quad \dots\dots\dots (15)$$

図8 直立安定性と浮力中心の関係

Fig. 8 Stability against tilt and the buoyant force center.

図8に板ガラスの直立安定性と浮力中心の関係を図示した。浮力中心が重心よりも上に位置するとき板ガラスは直立する方向に回転する力を受け復元する。反対に、浮力中心が重心よりも下に位置するときは、傾きを助長する方向に偶力が作用するので板ガラスはさらに傾く。このように、板ガラスが微小角傾いたときの復元力を評価した結果、浮力中心と重心の相対位置から板ガラスの直立安定性を判定できることが分かった。

4. 板ガラスの直立安定条件

<4.1> 直立安定性と浮力中心 図6に板ガラスの重心がLIMの中心に位置しているときのLIMの入力電流と平均見掛けの密度、浮力中心、重心周りの偶力の関係を示した。板ガラスの浮力中心の位置は、LIMの入力電流が増すにしたがい重心の位置から単調に下降する。すなわち、浮力中心は入力電流の値によらず重心より下にある。したがって、板ガラスの重心がLIMの中心に位置しているとき板ガラスは直立不安定である。このことは、板ガラス重心周りの偶力が入力電流の値によらず常に負であることから明らかである。

図9に、板ガラスの上端が溶融金属表面に接していると

図9 LIM入力電流と浮力中心
(板ガラスの上端が溶融金属表面)

Fig. 9 Supplied current to LIM and the buoyant force center
(The top of a glass sheet is lied at the molten metal surface).

きの平均見掛けの密度，浮力中心，重心周りの偶力を示した。板ガラスの重心がLIM中心にあるときは反対に，浮力中心の位置はLIMの入力電流が増すにしたがって板ガラスの重心の位置から単調に上昇しており，浮力中心は入力電流の値によらず重心より上にあるので，板ガラスは直立安定である。

このように，浮力中心の位置はLIMの入力電流の大きさによって上下するが，重心との相対的な上下関係は変わらないと思われる。見掛けの密度に関する近似式(10)を用いて，浮力中心の計算式(15)を変形すると以下ようになる。

$$z_B = z_o - I_o^2 \int_{z_o - \frac{l}{2}}^{z_o + \frac{l}{2}} \bar{c}_f(z) z dz \quad [\text{m}] \quad \dots\dots\dots (16)$$

浮力中心と重心との相対的な上下関係 $z_B - z_o$ の符号はLIMの入力電流 I_o を変化させても変わらず， $I_o = 0$ のとき浮力中心は重心と一致する。すなわち，板ガラスの直立安定条件はLIMの入力電流の大きさにはよらず，板ガラスの位置によって決まることが明らかになった。

<4.2> 直立安定条件 浮力中心という概念を用いると板ガラスの直立安定性を容易に判別できるが，上述したように浮力中心の位置はLIMの入力電流の大きさで変化する。そこで，板ガラスに作用する重力と浮力が釣り合うLIMの入力電流値における浮力中心を釣り合い浮力中心と呼び，板ガラスの直立安定性を示す指標として用いる。

図10に，板ガラスの位置を変化させたときの釣り合い浮力中心の位置を示した。板ガラスの重心が48mmより上にあるときは釣り合い浮力中心は重心より上にあり直立安定であるが，これよりも下にあるときは釣り合い浮力中心が重心より下になり直立不安定である。この安定と不安定の境における板ガラスの位置を直立安定限界高さと呼ぶことにする。すなわち，板ガラスの重心が直立安定限界高さより上にあれば板ガラスは安定的に直立する。

図11に板ガラスの長さに対する直立安定限界高さの変化を示した。板ガラスが長くなると直立安定限界高さは僅かに下がるが，直立安定限界高さは板ガラスの長さによらず約50mmで一定である。この位置は，LIMによる電磁力の z 方向成分が最大になる位置と対応しており，LIMの中心より $\tau/3$ 磁界の移動方向すなわち上方にずれている。すなわち，板ガラスの重心がこの点よりも上に位置しているときは，見掛けの密度が大きい領域が板ガラスの上側を占めており，上側で浮力をより強く受けるので板ガラスは安定して直立できる。

しかし，板ガラスの沈降深さはLIMの入力電流に対してヒステリシスの挙動を示し，板ガラスの上端が熔融金属中に隠れると同時にさらに深い位置まで沈降する。このままでは板ガラスを直立安定限界高さより高く保つことができないので，板ガラスの沈み込み過ぎを防止するストッ

図10 板ガラスの重心の位置と釣り合い浮力中心
Fig. 10 The buoyant force center of a glass sheet and its gravity center.

図11 板ガラスの長さ と 直立安定限界
Fig. 11 Length of a glass sheet and its lowest level in stable.

図12 直立安定限界高さにある板ガラス
Fig. 12 Stable limit of a glass sheet in molten metal.

パーを設置する必要がある。

図12に板ガラスの重心が直立安定限界高さにあり且つ板ガラスが完全に熔融金属中に沈み込んでいる状態を示した。この安定限界におけるLIMと板ガラスの位置関係から、板ガラスの直立安定条件を求める。まず、LIMの長さ l_L に対する板ガラスの長さの条件は次式で表される。

$$l \leq l_L - \frac{2}{3}\tau \text{ [m]} \dots\dots\dots (17)$$

板ガラスの長さが式(17)の限界値より長い場合、板ガラスの重心は直立安定限界高さより下になるので不安定である。また、沈降防止ストッパーの位置 z_s に関しては以下の条件が得られる。

$$z_s \geq \frac{1}{3}\tau - \frac{l}{2} \text{ [m]} \dots\dots\dots (18)$$

したがって、板ガラスの長さによって沈降防止ストッパー位置の下限値は変化する。

5. あとがき

電磁流体の流れシミュレーションを行い、熔融金属中の板ガラスが直立する条件を調べ、以下の結論が得られた。

- (1) 板ガラスの直立安定条件は、LIMの入力電流 I_0 の大きさに関係なく($I_0=0$ を除く)、板ガラスとLIMとの相対的位置関係で決まる。
- (2) 熔融金属中に安定して直立できる板ガラスの長さ l は、極対数が1のLIMの場合LIMの長さ l_L よりも $2\tau/3$ 以上短い。すなわち、以下の条件が必要となる。

$$l \leq l_L - \frac{2}{3}\tau$$

- (3) 極対数が1のLIMの場合、板ガラスを直立させるためには沈降防止ストッパーが必要であり、その位置 z_s の下限値は板ガラスの長さによって変化する。以下の条件がある。

$$z_s \geq \frac{1}{3}\tau - \frac{l}{2}$$

熔融スズはガラスを成形・強化するような高温(700~1100℃)において化学的に安定であるという理由から、板ガラスの製造プロセスに広く活用されている。しかし、熔融スズのように低粘性で高温の液体を制御してガラスを成形することは難しく、非接触で力を作用できるLIMを用いると熔融スズの利用範囲を広げられる。今後も、LIMを活用することによりガラスの製造プロセスの革新が図られるべきであろう。

(平成9年1月24日受付, 平成9年4月30日再受付)

参考文献

- (1) 佐藤 安雄:「ガラス製品の強化方法および装置」, 特許公開, No.昭58-52931 (1983)
- (2) 佐藤 安雄:「ガラスの加熱方法およびその装置」, 特許公開, No.昭59-152231 (1984)
- (3) 佐藤 安雄・伊賀 元一・山田 一:「両側式LIMを用いた熔融錫比重制御の特性」, 電気学会リニアドライブ研資, No.LD-92-20, 61-70(1993)
- (4) 佐藤 安雄・伊賀 元一・山田 一:「最新リニアドライブの研究・技術動向:(S2-4)リニア誘導モータの硝子製造への応用」, 電気関係学会東海連大, S20-S21(1993)
- (5) 伊賀 元一・佐藤 安雄・山田 一:「リニア誘導モータによる熔融金属中の板ガラスの浮沈制御」, 電学論D, 115, 233-239(1992-12)
- (6) 伊賀 元一・佐藤 安雄・山田 一:「リニア誘導モータによる熔融金属中の板ガラスの浮沈制御と流れの影響」, 電気学会リニアドライブ研資, No.LD-94-72, 15-23(1994-10)
- (7) M. Iga, Y. Sato and H. Yamada: "Effects of Molten Metal Flow on Glass Sheet Sinkage System Lightening Effective Density of Molten Metal with Linear Induction Motors", The First Industrial Symposium on Linear Drive for Industry Applicatios(LDIA'95),191-194,1975.
- (8) D.R.Uhlmann, N.J.Kreidl: "Glass: Science and Technology, Vol.5, Elasticity and Strength", Academic Press,146,1980.
- (9) 大崎 博之:「自由表面のある熔融金属の電磁攪拌に関する数値シミュレーション」, 電気学会リニアドライブ研資, No.LD-93-28, 1-10(1993)

伊賀 元一 (正員) 1957年1月生。1981年3月慶応義塾大学大学院工学研究科機械工学専攻修士課程修了。同年4月旭硝子(株)入社。1985年より2年間Virginia工科大学Engineering Science and Mechanics 科に留学。現在中央研究所共通基盤センターGL主席研究員。ガラスの成形・加工プロセスに関する研究開発に従事。

佐藤 安雄 (正員) 1947年6月生。1972年3月信州大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年4月旭硝子(株)入社。中央研究所を経て、現在船橋工場管球硝子部長。工学博士。ガラス・プロセスへの電磁力応用の研究を進めながら、TVブラウン管用ガラスバルブの製造に従事。

山田 一 (正員) 1933年4月生。1959年東京工業大学大学院修士課程修了。同年信州大学工学部電気工学科勤務。現在同教授。工学博士。電磁力の解析に興味を持ち、リニアモータの理論と応用、電磁型人工心臓の開発及び電磁センサの研究を楽しんでいる。広島大学医学部教授(併任)。