解析式と有限要素解析に基づく制御 PM LSM の 推進力と浮上力の二次元補間法

正 員 吉 田 欣 二 郎 (九州大)

学生員 吉 田 重 宏 (九州大)

正 員 高 見 弘 (九州大)

2-D Interpolation of Thrust and Lift Forces in Controlled-PM LSM, Based on Analytical Formulas and FEA

Kinjiro Yoshida, Member, Shigehiro Yoshida, Student Member,

Hiroshi Takami, Member (Kyushu University)

Thrust and lift forces in controlled-PM linear synchronous motor (LSM) can be analyzed exactly by using FEM, taking into account the effect of slots. Especially in the controlled-PM LSM Maglev vehicle, large slots are adopted to manufacture quite easily its long-stator guideway. But a vast CPU time is required for FEM simulations of the vehicle dynamics. A method for calculating the thrust and lift forces is presented here which can keep high accuracy of finite element analysis (FEA) and reduce extremely the CPU time. Two-dimensional interpolation of this method is derived on the basis of analytical formulas and FEA of the machine. It is shown from numerical example of 1/2-scale controlled-PM LSM Maglev vehicle that the method proposed here enables us to calculate the thrust and lift forces with the same accuracy as FEM.

キーワード：制御 PM LSM 磁気浮上車，二次元補間，解析式，有限要素解析，CPU タイム，浮上走行シミュレーション

1. まえがき

地上一次形制御 PM LSM の固定子鉄心には電機子巻線を収めるためのスロットがある。制御 PM LSM の推進力と浮上力を高精度に解析するには、スロットの影響を考慮する必要がある。地上一次形制御 PM LSM は、軌道に電機子を配置するため、一般に非常に長いものとなり、軌道の製作は、大変な労力とコストが必要となる。リニア軌道コストを低減するためには、軌道の製作を簡単化することが極めて重要である。ドイツの M-バーンや研究室の制御 PM LSM 磁気浮上モデル車では、予め波型に成形されたコイルを連続的にスロットにはめ込んでいくことにより、軌道の製作を簡単化している。その場合、スロットは大きくなり、ディテント力の推進力に及ぼす影響が非常に大きい。浮上走行シミュレーションを精度よく行うためには、ディテント力を考慮した解析が必要となる⁽¹⁾⁽²⁾。

有限要素法を用いれば、スロットの影響をそのまま数値解析することができる。しかし、計算回数の多い磁気浮上車のダイナミクスシミュレーションでは、運動方程式を解く際に必要な推進力や浮上力を計算する。その度毎に有限要素解析 (FEA) を行うため、CPU タイムとコストが莫大なものと

なる。解析精度を保持し、CPU タイムを大幅に短縮する工夫が必要である。

本論文では、理論解析式⁽³⁾に従い、有限要素解析した推進力と浮上力を、エアギャップ長と推進方向の位置のみの関数として近似した二次元補間法によって簡単に計算できる方法を提案する。この補間法に必要な係数は、予め有限要素解析によるオフラインで得られたデータを基に用意される。この係数の補間を含む解析式（ここでは、補間解析式と呼ぶ）による計算結果と有限要素法による結果を比較し、補間解析式の有効性を明らかにした。

2. 制御 PM LSM の理論解析

希土類、特にネオジウム系やサマリウム系の永久磁石は、極めて高い保磁力と単位エネルギー当りのコストが安いという際だった特質を持っており、電気機器への広範な応用が見出されつつある。PM の透磁率が、真空の透磁率 μ_0 にほぼ等しいという特質は、この問題を解析的に解くのに非常に重要である。

本章では、制御 PM LSM の理論解析による推進力と浮上力の基本特性について述べる。

<2・1> 制御 PM LSM と理論解析モデル 図 1 (a) は

(b) PM 単位長当たりの合成 MMF の空間分布

図 1 地上一次形制御 PM LSM

Fig. 1. Long-stator type controlled-PM LSM

典型的な平形配置PMとPM磁束制御用コイルを持つ地上一次形制御PM LSMの断面図を示す。理論解析モデルはy方向に無限に長く、PMはz方向に一様に磁化されているとする。PMはx方向（進行方向）に周期的に異極配置され、制御コイルはPMの起磁力を直接加減制御するようにPMに直接巻きつけた簡単な構造である。制御コイル電流による起磁力の空間分布は台形波状分布になるのでPM起磁力分布にこれを加えると、z方向単位長さ当たりの合成起磁力分布は図1(b)のようになる。一次側固定子鉄心スロットに収められた三相、全節、単層巻線はx方向に同期速度 v_x で進行する移動磁界を発生する。図2(a)は制御コイルとPMの等価電流密度を重ね合わせた等価層領域を含む6層解析モデルである。スロットの影響はカーター係数で補正し、固定子巻線は固定子表面のCurrent Sheetで置き換える。図2(b)はPMの等価電流密度と固定子等価表面電流密度の基本波成分を移動座標 x' において示したものである。2つの波形の位相差 x_0 は制御PM LSMの動作点を示すものであり、機械的負荷角と呼ぶことにする。

<2・2> 推進力と浮上力 図2(a)の6層解析モデルに関する多層境界値問題は、伝達行列理論によって比較的簡単に、解析的に解くことができる⁽³⁾。制御PM LSMの推進力 F_x と浮上力 F_z は以下のように求められる。

F_x は、

$$F_x(\delta, I_1, I_2, x_0) = \mu_0 J_1 (J_{M1} + J_{C1}) pb\tau \sin \frac{\pi}{\tau} x_0 \\ \times \frac{\sinh \frac{\pi}{\tau} \frac{h_M}{2} \cosh \frac{\pi}{\tau} \left(\frac{h_M}{2} + h_{My} \right) \cosh \frac{\pi}{\tau} h_{Sy}}{\sinh \frac{\pi}{\tau} (\delta_e + h_M + h_{My} + h_{Sy})} \\ = K_1(\delta, H_c) I_1 \sin \frac{\pi}{\tau} x_0 + K_2(\delta) I_1 I_2 \sin \frac{\pi}{\tau} x_0 \quad \cdots (1)$$

ただし、

(a) 6層解析モデル

(b) 制御 PM の等価電流密度と固定子表面電流の基本波成分

図 2 制御 PM LSM の二次元解析モデル

Fig. 2. Two-dimensional model for analysis of controlled-PM LSM

$$\delta_r = k_r \delta$$

また、 F_z は、次の3種類の電磁力よりなる。

$$F_z(\delta, I_1, I_2, x_0) = F_{zM}(\delta, I_2) + F_{zS}(\delta, I_1) + F_{zMS}(\delta, I_1, I_2, x_0) \quad \cdots (2)$$

(1) 制御PMが固定子鉄心を吸引する力 F_{zM} は、

$$F_{zM}(\delta, I_2) = \sum_{n=1,3,\dots} \mu_0 (J_{Mn} + J_{Cn})^2 pb\tau \\ \times \frac{\sinh^2 k_n \frac{h_M}{2} \cosh^2 k_n \left(\frac{h_M}{2} + h_{My} \right)}{\sinh^2 k_n (\delta_e + h_M + h_{My} + h_{Sy})} \\ = K_3(\delta, H_c) + K_4(\delta, H_c) I_2 + K_5(\delta) I_2^2 \quad \cdots (3)$$

(2) 移動磁界がPMヨークを吸引する力 F_{zS} は、

$$F_{zS}(\delta, I_1) = \frac{1}{4} \mu_0 J_1^2 pb\tau \\ \times \frac{\cosh^2 \frac{\pi}{\tau} h_{Sy}}{\sinh^2 \frac{\pi}{\tau} (\delta_e + h_M + h_{My} + h_{Sy})} \\ = K_6(\delta) I_1^2 \quad \cdots (4)$$

(3) 制御PMと移動磁界間の相互作用力 F_{zMS} は、

$$F_{zMS}(\delta, I_1, I_2, x_0) = \mu_0 J_1 (J_{M1} + J_{C1}) pb\tau \cos \frac{\pi}{\tau} x_0 \\ \times \sinh \frac{\pi}{\tau} \frac{h_M}{2} \cosh \frac{\pi}{\tau} \left(\frac{h_M}{2} + h_{My} \right) \cosh \frac{\pi}{\tau} h_{Sy} \\ \times \frac{\cosh \frac{\pi}{\tau} (\delta_e + h_M + h_{My} + h_{Sy})}{\sinh^2 \frac{\pi}{\tau} (\delta_e + h_M + h_{My} + h_{Sy})} \\ = K_7(\delta) I_1 I_2 \cos \frac{\pi}{\tau} x_0 + K_8(\delta, H_c) I_1 \cos \frac{\pi}{\tau} x_0 \quad \cdots (5)$$

ただし、(1) ~ (5) 式に関する諸記号は次の通りであるが、 $J_1, J_{Mn}, J_{Cn}, h_{My}, h_{Sy}$ は文献(3)を参照。 $K_1 \sim K_8$: () 内のパラメータに関係する係数、 k_{w1} : 巻線係数、 q : 毎極毎相のスロット数、 τ : ポールピッチ、 N_1 : スロット当りの巻数、

p : 極数, b : PM の幅, l_M : PM の長さ,
 h_M : PM の高さ, h_{My} : PM ヨークの高さ,
 h_{sy} : 固定子ヨークの高さ, H_c : PM の保磁力,
 k_c : カッター係数, δ : エアギャップ長,
 x_0 : 機械的負荷角, I_2 : PM 制御電流,
 N_2 : 制御コイルの極当りの巻数,
 I_1 : 一次電流の実効値

3. 磁気浮上車と有限要素解析

<3・1> 理論解析モデルと磁気浮上車用制御 PM LSM

図3は1/2スケール制御 PM LSM 磁気浮上モデル車とその軌道の外観を示す。台車の下部の4隅には、それぞれ10極構成の制御 PM (CPM) が配置されている。制御 PM は、マグネットヨークとその上部に取り付けられた NdFeB の PM に制御コイルを直巻した構造 (図4) となっている。

理論解析モデルは実際の磁気浮上車に採用されている制御 PM LSM と比較して、以下の相違がある。

- (1) 理論解析モデルは完全に周期的であるのに対し、磁気浮上車搭載制御 PM LSM では有限の10極構成であり、端効果の影響を無視している。
- (2) 磁気浮上車搭載制御 PM LSM では、理論解析モデルで

図3 制御 PM LSM 車両と軌道の外観図

Fig. 3. Configuration of controlled-PM LSM vehicle and guideway

図4 要素分割図

Fig. 4. Discretization of controlled-PM LSM for one pole

は存在しない突極形マグネットヨークの上にPMが配置されており、PM ヨークの形状が異なる。

(3) スロットが磁界に及ぼす影響を理論解析モデルでは、カッター係数によってエアギャップ長を補正している。

<3・2> 有限要素解析 以上の3つの問題は、理論的に解析することが極めて困難である。従って、これらの問題へのアプローチには、有限要素法による数値解析が有効である。図4に制御PMの1極分に対する要素分割図を示す。固定子スロットおよび制御PMは、周期的に配置されているので、10極のうち両端の2極分による端効果は無視できるほど小さく、有限要素解析は1極分についてのみ行えば十分である。

4. 推進力と浮上力の二次元補間法

第3章で述べたように、理論解析モデルと磁気浮上車用制御 PM LSM モデルとの差異から生じる問題を解決するには有限要素解析が有効である。しかし、磁気浮上車の浮上推進に関するダイナミクスシミュレーションを行う場合、有限要素解析ではCPUタイムとコストが莫大になる。そこで、有限要素解析に基づいて推進力と浮上力を、エアギャップ長、推進方向の位置の関数として近似した二次元補間を用いることにより推進力と浮上力を計算する。

<4・1> 補間解析式 磁気浮上モデル車の推進力と浮上力をエアギャップ長、推進方向の位置 x の関数にするために、推進力、浮上力 F を<2・2>節で述べた理論解析に従って、以下のように変形させた。

(1) 推進力 F_{xT} :

$$F_{xT}(\delta, I_1, I_2, x, x_0) = F_x(\delta, I_1, I_2, x, x_0) + F_{xd}(\delta, I_2, x) \cdots \cdots (6)$$

(1-a) 基本波推進力 F_x :

$$F_x(\delta, I_1, I_2, x, x_0) = F_{x1}(\delta, I_1, x, x_0) + F_{x2}(\delta, I_1, I_2, x, x_0) \quad (7)$$

ただし、

$$F_{x1}(\delta, I_1, x, x_0) = K_{xM}(\delta, x) I_1 \sin \frac{\pi}{\tau} x_0 \cdots \cdots (8)$$

$$F_{x2}(\delta, I_1, I_2, x, x_0) = K_{xc}(\delta, x) I_1 I_2 \sin \frac{\pi}{\tau} x_0 \cdots \cdots (9)$$

(1-b) デイテント力 F_{xd} : デイテント力は、PM だけに 関する項と制御電流 I_2 だけに 関する項に分離される。

$$F_{xd}(\delta, I_2, x) = F_{xd1}(\delta, x) + F_{xd2}(\delta, I_2, x) \cdots \cdots (10)$$

ただし、

$$F_{xd2}(\delta, I_2, x) = K_{xDM}(\delta, x) I_2 + K_{xDC}(\delta, x) I_2^2 \cdots \cdots (11)$$

従って、(6) ~ (11) 式より、

$$F_{xT}(\delta, I_1, I_2, x, x_0) = \{K_{xM}(\delta, x) + K_{xc}(\delta, x) I_2\} I_1 \sin \frac{\pi}{\tau} x_0 + F_{xd1}(\delta, x) + \{K_{xDM}(\delta, x) + K_{xDC}(\delta, x) I_2\} I_2 \cdots \cdots (12)$$

(2) 浮上力 F_z :

$$F_z(\delta, I_1, I_2, x, x_0) = F_{zM}(\delta, I_2, x) + F_{zS}(\delta, I_1, x) + F_{zMS}(\delta, I_1, I_2, x, x_0) \cdots \cdots (13)$$

(2-a) F_{zM} : $F_{zM}(\delta, I_2, x) = F_{zM1}(\delta, x) + F_{zM2}(\delta, I_2, x)$ (14)

ただし、

$$F_{zM2}(\delta, I_2, x) = K_{zDM}(\delta, x) I_2 + K_{zDC}(\delta, x) I_2^2 \cdots \cdots (15)$$

$$(2-b) \quad F_{zS}: F_{zS}(\delta, I_1, x) = K_{zS}(\delta, x) I_1^2 \quad \dots \quad (16)$$

$$(2-c) \quad F_{zMS}: F_{zMS}(\delta, I_1, I_2, x, x_0) = K(\delta, I_2, x) I_1 \cos \frac{\pi}{\tau} x_0 \quad \dots \quad (17)$$

ただし,

$$K(\delta, I_2, x) = K_{zC}(\delta, x) I_2 + K_{zM}(\delta, x) \quad \dots \quad (18)$$

従って,

$$\begin{aligned} F_z(\delta, I_1, I_2, x, x_0) &= F_{zM1}(\delta, x) + K_{zS}(\delta, x) I_1^2 \\ &+ \{K_{zDM}(\delta, x) + K_{zDC}(\delta, x) I_2\} I_1 \\ &+ \{K_{zCM}(\delta, x) + K_{zC}(\delta, x) I_2\} I_1 \cos \frac{\pi}{\tau} x_0 \quad \dots \quad (19) \end{aligned}$$

<4・2> F_{xT} , F_z に関する係数および F_{xD1} , F_{zM1}

(1) 推進力 F_{xT} に関する係数 K_{xM} , K_{xDC} , K_{xC} , K_{xDM} および F_{xD1}
推進力 F_{xT} に関する係数およびディテント力 F_{xD1} は, 制御 PM の与えられた位置 (δ, x) に対して次のような条件付き F_{xT} の有限要素法計算から求められる。

$$K_{xM}(\delta, x) = F_{xT}(I_1 = 1, I_2 = 0, x_0 = \tau/2) - F_{xD1} \quad \dots \quad (20)$$

$$K_{xDC}(\delta, x) = F_{xT}(I_1 = 0, I_2 = 1, H_c = 0) \quad \dots \quad (21)$$

$$K_{xC}(\delta, x) = F_{xT}(I_1 = 1, I_2 = 1, H_c = 0, x_0 = \tau/2) - K_{xDC} \quad \dots \quad (22)$$

$$K_{xDM}(\delta, x) = F_{xT}(I_1 = 0, I_2 = 1) - F_{xD1} - K_{xDC} \quad \dots \quad (23)$$

$$F_{xD1}(\delta, x) = F_{xT}(I_1 = 0, I_2 = 0) \quad \dots \quad (24)$$

(2) 浮上力 F_z に関する係数 K_{zDC} , K_{zDM} , K_{zS} , K_{zM} , K_{zC} および F_{zM1}

浮上力 F_z に関する係数および浮上力 F_{zM1} は制御 PM の与えられた位置 (δ, x) に対して, 次のような条件付き F_z の有限要素法計算から求められる。

$$K_{zDC}(\delta, x) = F_z(I_1 = 0, I_2 = 1, H_c = 0) \quad \dots \quad (25)$$

$$K_{zDM}(\delta, x) = F_z(I_1 = 0, I_2 = 1) - F_{zM1} - K_{zDC} \quad \dots \quad (26)$$

$$K_{zS}(\delta, x) = F_z(I_1 = 1, I_2 = 0, H_c = 0, x_0 = \tau/2) \quad \dots \quad (27)$$

$$K_{zM}(\delta, x) = F_z(I_1 = 1, I_2 = 0, x_0 = 0) - F_{zM1} - K_{zS} \quad \dots \quad (28)$$

$$\begin{aligned} K_{zC}(\delta, x) &= F_z(I_1 = 1, I_2 = 1, H_c = 0, x_0 = 0) \\ &- K_{zDC} - K_{zM} \quad \dots \quad (29) \end{aligned}$$

$$F_{zM1}(\delta, x) = F_z(I_1 = 0, I_2 = 0) \quad \dots \quad (30)$$

図5と図6は, (20) ~ (30) 式に従って, 制御 PM の与えられた位置 (δ, x) における値をオフラインで求めたものである。

<4・3> 補間解析式による二次元補間 まず, 有限要素法で数値解析された (20) ~ (30) 式の値を基に, 二次元準エルミート補間を行うことにより任意の δ と x に対する (20) ~ (30) 式の係数の値を求める。その値を (12) と (19) 式の補間解析式に代入することによって, 推進力と浮上力を数値計算することができる。二次元準エルミート補間は, 格子点 (δ_i, x_j) , $i = 1, 2, \dots, n_x$, $j = 1, 2, \dots, n_y$ ($\delta_1 < \delta_2 < \dots < \delta_{n_x}$, $x_1 < x_2 < \dots < x_{n_y}$) に対して, 関数値 $f_{ij} = f(\delta_i, x_j)$ が与えられたとき, 点 (δ, x) における補間値を, 双三次の区分的二次元準エルミート補間式で求めることにより行われる。

5. 補間解析式による計算結果

<5・1> 有限要素解析による F_{xT} , F_z に関する係数および F_{xD1} , F_{zM1} 制御 PM LSM 磁気浮上車を例にとり, 制御 PM LSM の推進力と浮上力の補間解析式による計算を行った。図5と図6のように, 制御 PM は固定子のティースを強く吸引するため, その吸引力の x 成分 F_{xD} (ディテント力) と z 成分 F_z ($x_0 = \tau/2$) が制御 PM の移動と共に変化し, ス

図5 有限要素法で求めた PM のみによるディテント力 F_{xD1} と推進力 F_{xT} に関する係数 (・: 数値計算値)

Fig. 5. Detent force F_{xD1} only due to PM and coefficients of thrust force F_{xT} , calculated by FEM (・: FEA results)

図6 有限要素法で求めたPMのみによる浮上力 $F_{z,M1}$ と浮上力 F_z に関する係数（・：数値計算値）
Fig. 6. Lift force $F_{z,M1}$ only due to PM and coefficients of lift force F_z , calculated by FEM（・：FEA results）

ロットピッチ (20mm) の周期で振動する。推進力と浮上力は推進方向に対して 20mm の周期を持つので、計算は 0～20mm の範囲で行えば十分である。また、エアギャップ方向は、 $\delta=4\sim14\text{mm}$ の変化範囲で考えた。

＜5・2＞ 推進力と浮上力の計算結果 補間解析式および図4の要素分割図を用いた有限要素解析による推進力と浮上力の計算結果をそれぞれ図7、図8に示す。補間解析式による結果は、 $x=0.5\text{mm}$ ごとに計算させた値を直接実線で結び、また有限要素解析によるものは○印で示す。これらの図より、補間解析式による推進力と浮上力の計算結果は、 I_1 、 I_2 、 δ の広い変化範囲で、有限要素解析の結果と非常によく一致する（大きい所で、約0.8%の誤差）。

また、車両が停止している場合、すなわち制御PMが定位位置から動かない場合、浮上力はエアギャップ長 δ と制御電流 I_2 の2つのパラメータに依存する。この時のエアギャップ長 δ に対する浮上力を補間解析式を用いて行った計算結果が図9に示されている。これは、エアギャップ長 δ について0.1mm毎に計算させたものを実線で結んでいる。この図より、浮上開始時の浮上力の計算も補間解析式により有効に行われることが判った。その結果、任意の δ 、 I_2 に対する浮上力 F_z を有限要素解析を行うことなく厳密に求めることができたようになった。

6. むすび

提案した制御PM LSMの推進力と浮上力の補間解析式の有効性が1/2スケール制御PM LSM磁気浮上列車の数値

例によって確認された。これにより、1回オフラインで有限要素解析を行い記憶させておけば、運動方程式を解く毎に有限要素解析を行うことなく、二次元の補間で任意のエアギャップ長、推進方向の位置に対する推進力と浮上力を厳密に求めることができるようになった。有限要素法による数値解析に比べて、推進力と浮上力のCPUタイムは1/3500となり飛躍的に短縮された。

この補間解析式を用いた制御PM LSM磁気浮上車の浮上開始・停止、及び浮上推進時のダイナミクスシミュレーションについては改めて発表する予定である。

（平成8年6月4日受付、平成8年11月6日再受付）

文 献

- (1) K. Yoshida, H. Takami, S. Ogusa & D. Yokota: "FEM Dynamics Simulation of Controlled-PM LSM Maglev Vehicle", (Electric and Magnetic Fields, Ed. by Nicolet & Belmans) Plenum Press, pp. 327～330 (1995)
- (2) 吉田・高見・横田・西谷・園田:「制御PM LSM磁気浮上モデル車の軌道追従制御 一車重軽減モード走行におけるFEMシミュレーションと実験一」, 電学論D, 115, pp. 240～248 (平7-3)
- (3) K. Yoshida & H. Weh: "Theory of a controlled-PM Linear Synchronous Motor", Proc. of 10th Inter. Conf. on Maglev'88, pp. 259～268 (1988)
- (4) 吉田・高見・吉田(重):「解析式と有限要素解析に基づく1/2スケール制御PM LSM磁気浮上車の推進力と浮上力の二次元補間」, 平8電気学会大会, No. 1112

図 7 $x_0 = \tau/2$ において補間解析式で求めた推進力 F_{xT} の計算結果 (○:有限要素法による結果)

Fig. 7. Simulated results of F_{xT} at $x_0 = \tau/2$ by analytical formula with 2D-interpolation (○: FEA results)

図 8 $x_0 = \tau/2$ において補間解析式で求めた浮上力 F_z の計算結果 (○:有限要素法による結果)

Fig. 8. Simulated results of F_z at $x_0 = \tau/2$ by analytical formula with 2D-interpolation (○: FEA results)

図 9 $x = 0$ において制御電流をパラメータとする浮上力のギャップ依存性

Fig. 9. Dependence of lift force at $x = 0$ on airgap length with a parameter of control current

吉田 欣二郎 (正員) 1943年12月27日生。1971年3月九州大学大学院工学研究科博士課程修了。1987年9月九州大学工学部教授, 1996年4月同大学大学院システム情報科学研究科教授, 現在に至る。主として, 新しいリニアモータ Maglev システムの基礎理論, とその産業応用に関する研究開発に従事。工博。

吉田 重宏 (学生員) 1973年2月11日生。1995年3月九州大学工学部電気工学科卒業。同年4月同大学大学院システム情報科学研究科修士課程入学, 現在に至る。磁気浮上車の浮上開始シミュレーションに関する研究に従事。

高見 弘 (正員) 1960年9月21日生。1985年3月九州大学大学院工学研究科修士課程修了。同年4月山口大学工学部電気工学科助手。1993年3月九州大学工学部電気工学科助手, 現在に至る。主としてリニアモータのシミュレーションと実験による研究開発に従事。計測自動制御学会会員。工博。