非冗長マニピュレータにおける逆キネマティクス的高速数値解法の提案

学生員 高橋 太郎 (横浜国立大学)

正員 河村 篤男 (横浜国立大学)

High speed numerical solution to inverse kinematics for non-redundant manipulators

Taro Takahashi, Student-member, Atsuo Kawamura, Member (Yokohama National University)

キーワード：マニピュレータ、逆キネマティクス、オンライン制御

1. はじめに

先端座標の指令値から関節角度の指令値を求める逆キネマティクスの解法として、ニュートンラプソン法が知られている。この手法では次数が高いと計算量が多くなりオンライン制御に用いることが難しいので、オフラインで計算されることが多い。また、例えば人間型ロボットが危険を感知し、可能な限り高速に動きたい時などのように、その計算機的能力内で可能な限り高速に指令値を求める必要がある場合もある。

このような状況をふまえて、ニュートンラプソン法においてヤコビ行列のある成分を0に置き換えることによって、演算量を減らすことができる新しい解法を提案する。(1)

2. 提案する手法

関節角速度 $\dot{\theta}$ と先端速度 $\dot{x}$ の関係は、次の式(1)によって表され、このヤコビ行列 J を用いて、先端の目標位置座標を x_{ref} を実現する関節角度 θ は、式(2)のニュートンラプソン法の繰り返し演算により求めることができる。(2)(3)

$$\dot{x} = J \dot{\theta} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\theta_{i+1} = \theta_i + J^{-1}(x_{ref} - x_i) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、提案する手法ではヤコビ行列 J の代わりに、 J の成分を一部0に置き換えた変形ヤコビ行列 J_{mod} を用いて、ニュートンラプソン法と同様の方法で解を求める。この J_{mod} は、ニュートンラプソン法の演算において必要になる逆行列 J_{mod}^{-1} が少ない演算量で求まるように、各行各列において一つの成分のみ残し、それ以外の成分を全て0に置き換えた行列を用いる。このような行列を用いることによって、もとの逆行列 J^{-1} と J_{mod}^{-1} には多少の誤差を生じるが、逆行列が非常に簡単に求められ演算量が大幅に少なくなる。そこで、 J_{mod}^{-1} の誤差について考える。 J_{mod} を用いて現在の関節角速度から求めた先端速度 $\dot{x}_{mod}$ と、本来の J を用いて求めた先端速度 $\dot{x}$ との誤差ベクトルを ϵ と置くと次式が導かれる。

$$\begin{aligned} \epsilon &= \dot{x}_{mod} - \dot{x} \\ &= (J_{mod} - J) \dot{\theta} \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

この、 $\|\epsilon\|$ がなるべく小さくなるように、 J_{mod} の成分を0に置き換えるように工夫する。仮に J の ij 成分をそのまま

にして ij 成分以外を0にする時の誤差の評価式を次式で定義する。

$$\Delta\|\epsilon\|_{ij}^2 \triangleq \left(\sum_{k=1, k \neq j}^n j_{ik} \dot{\theta}_k \right)^2 - \left(\sum_{k=1}^n j_{ik} \dot{\theta}_k \right)^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

これを $i, j = 1, 2, \dots, n$ についてそれぞれ求めておき、各行各列1成分のみ残すという条件のもとで $\min_{i,j} \{\Delta\|\epsilon\|_{ij}\}$ を満たす成分から優先して残すという作業を行なう。実際の計算量については、同じ項が何回か出てくるのでその分はまとめて計算することにより十分少なくなる。

図1 提案する手法

Fig. 1. The new method

ところで、実際には $\Delta \|e\|_{ij}$ の小さい成分から置き換えても収束する解が求まらない場合があり得る。そのため、図1のアルゴリズムのように収束しない場合は組合せを変更していく。まず、優先順位の低かった（最後に置き換えた）成分をもとに戻し、各行各列1成分のみ残すという条件の中で別の成分を選ぶ。さらに収束しない場合は、同様に順次優先順位の低い成分から変更していく。なお、収束しているかしていないかは、十分小さな正の値 λ を用いた次の条件式で判別するものとする。

$$\|x_{ref} - x_i\| \leq \lambda \quad \dots\dots\dots (5)$$

図2 3軸マニピュレータ

Fig. 2. Manipulator with 3 D.O.F.s

図3 計算結果

Fig. 3. The result of calculation

3. 計算例

マニピュレータとして図2のような $l_2 = 0.4[m]$, $l_3 = 0.3[m]$ の3軸マニピュレータを想定し、目標軌道 x_{ref} は平面 $y = 0.3[m]$ 上に半径 $0.05[m]$ 、中心 $(x, y, z) = (0.0, 0.3, 0.5)$ の円を描くように設定した。このとき、スタートは $(x, y, z) = (0.05, 0.30, 0.5)$ として y 軸正の方向から見て、時計回りに $5[sec]$ で1周させた。この際、ニュートンラプソン法の刻み幅は $h = 0.01[sec]$ とし、 $\lambda = 0.001[m]$ 、繰り返し回数は各時刻で1回とした。図1に従って求めた J_{mod} を用いて実際にニュートンラプソン法の演算を行なった結果を図3に示す。これを見ると、発散せずに目標軌道を実現する関節角度が求まっていることが分かる。

4. 計算コストの比較

表1に通常の Gauss-Jordan 法を用いて連立一次方程式の解を求めた場合と、提案する手法で求めた場合の計算コストを、ヤコビ行列が n 行 n 列の場合について示す。今回の計算例で用いた3軸マニピュレータの場合では $n = 3$ となる。

なお、収束する組合せが見つかる回数によって計算回数は異なる。そこで、全ての姿勢について計算を試み、収束する組合せが選ばれる確率を求めた。設定した姿勢は関節角度 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ それぞれについて、 $-\pi[rad]$ から $\pi[rad]$ まで $\frac{\pi}{50}[rad]$ 刻みで 100^3 通りの姿勢を設定した。またそれらの姿勢のそれぞれについて、目標軌道として xyz の各軸の正、及び負の方向に直線軌道を設定し、速度 $0.01[m/sec]$ で $0.1[sec]$ 動かした。なお、刻み幅は $h = 0.01[sec]$ 、 $\lambda = 0.001[m]$ 、繰り返し回数は1回とし、特異点を除外するために可操作度 $\det J \geq 10^{-10}$ の姿勢に限定した。

これらの確率から計算コストの期待値を求め表1に示した。提案する手法のほうが計算コストの面で有利であり、演算量は n が大きくなると $\frac{1}{100}$ 程度になることが分かる。

なお、 J_{mod} で0に置き換えるべき成分はマニピュレータの姿勢に依存しているので通常で動く場合には連続した何回かは同じ成分を選択するだけでよい。よって、これらの演算回数をさらに減らすこともできる。

	+	×	÷
Gauss- Jordan 法	$\frac{n(n-1)(n+1)}{2}$	$\frac{n(n-1)(n+1)}{2}$	$\frac{n(n+1)}{2}$
提案する手法 (()内は確率)			
1回目で収束 (0.923)	$3n^2 + n$	$2n^2 + 3n + 2$	$n + 1$
2回目で収束 (0.045)	$3n^2 + 3n$	$2n^2 + 4n + 4$	$2n + 2$
3回目で収束 (0.021)	$3n^2 + 5n$	$2n^2 + 5n + 6$	$3n + 3$
4回目で収束 (0.002)	$3n^2 + 7n$	$2n^2 + 6n + 8$	$4n + 4$
収束せずニュートンラプソン法 (0.010)	$\frac{n(n-1)(n+1)}{2} + 3n^2 + 7n$	$\frac{n(n-1)(n+1)}{2} + 2n^2 + 6n + 8$	$\frac{n(n+1)}{2} + 4n + 4$
提案する手法の演算回数の期待値	$0.005n^3 + 3.00n^2 + 1.24n$	$0.005n^3 + 2.00n^2 + 3.12n + 2.25$	$0.005n^2 + 1.13n + 1.12$

表1 計算コストの比較(確率は $n = 3$ 、 $\lambda = 0.001$ の場合)

Table 1. The calculation costs

5. まとめ

ニュートンラプソン法を行なうに当たって、ヤコビ行列の一部を0に置き換えることにより、少ない演算量で解を求めることができることを示した。表1に示したように提案する手法がうまく機能しない場合の可能性は非常に低く、たとえその場合でも従来の手法で求まる。ただし、オンライン制御に用いる際には(1)節約できた時間を他の計算に有効利用するが、提案する手法がうまく機能しない場合を想定してサンプル時間を決めておくか、または、(2)収束しない場合は1サンプル前の関節角度を使うなどの工夫が必要である。(平成10年5月18日受付、平成10年8月10日再受付)

文 献

- (1) 高橋, 河村: 「非冗長マニピュレータにおける逆キネマティクス的高速数値解法」, 平成10年電気学会全国大会講演論文集, No.639
- (2) 今野, 山下: 「非線形計画法」, 日科技連, 1978.
- (3) John J. Craig: 「ロボティクス」, 共立出版株式会社, 1991.

高橋太郎(学生員) 1973年9月10日生。現在、横浜国立大学大学院工学研究科博士課程前期在学中。

河村篤男(正員) 電学論誌D, 平成9年117巻6月号, P.732 参照