外乱にロバストな VS 型適応同定器を用いた MRAC

非会員 坂 本 勝 (愛媛大)

正 員 田 中 幹 也 (山口大)

非会員 清 水 顯 (愛媛大)

Robust MRAC to Disturbance using VS-type Adaptive Identifier

Masaru Sakamoto, Non-member (Ehime University), Kanya Tanaka, Member (Yamaguchi University),
Akira Shimizu, Non-member, (Ehime University)

It is well known that variable structure (VS) type model reference adaptive controls (MRAC) are robust for disturbances. However almost conventional design schemes of VS-MRAC may cause chattering phenomena because of switching-function used in control synthesis input. In this paper, we propose a new design scheme of MRAC which uses VS-type adaptive identifier. This design scheme can avoid occurrence of chattering phenomena. Furthermore, this design scheme is robust to disturbances.

キーワード：モデル規範形適応制御 (MRAC), 可変構造 (VS), ロバスト, チャタリング, 外乱

1. ま え が き

モデル規範形適応制御 (MRAC) は外乱やモデリング誤差の存在しない理想条件の下では, 内部信号の有界性と大域的漸近安定性が証明されることにより, 制御理論としてほぼ完成されたものになっている⁽¹⁾⁽²⁾。しかし, 理想条件の下で構成された MRAC は外乱やモデリング誤差に非常に弱いであり, それらが存在する場合には, 制御性能が低下するばかりではなく, ときには発散してしまうなど, 実際の動作条件, 環境条件の下ではロバスト性がかなり低いことが報告されている⁽³⁾⁽⁴⁾。実際のプラントにおいては, 外乱が無視できない場合が多く, 外乱にロバストな MRAC に関する研究が最近活発に行われるようになった^{(5)~(7)}。これらの構成法のうち, 多くのものは外乱の存在によってパラメータが発散することを防ぐために, パラメータ調整則として従来の積分則に不感帯を導入したり, σ 修正法を用いたものを使用している。このようなパラメータ調整則の修正に伴い, 構成法がかなり複雑になったり, 適用可能なプラントが制限されるといったことが起こるようになった。一方, 可変構造 (VS) 手法を MRAC に組み合わせた VS-MRAC が考案されるようになった^{(8)~(11)}。この構成法は外乱やモデリング誤差に対して非常にロバストであり, 外乱が加わる場合でも, 良好な制御性能を示すことが報告されている。しかし, 従来の VS-MRAC では, 制御入力に合成に不連続な切換信号を直接用いていたため, 制御入力にチャタリング現象を起し, 場合によっては, 制御系を不安定にするおそれがあること

が指摘されている。

本論文では, 線形時不変プラントを対象としたチャタリングの防止を考慮した外乱にロバストな MRAC の一構成法を提案する。本構成法では, 従来の直接法 MRAC に, VS 手法を組み合わせた適応同定器を用いた構成になっている。また, 制御入力に構成する可調整パラメータの調整則には, σ 修正法型積分則+比例則を用い, 同定モデル内に切り換え関数を導入しただけの比較的簡単な構造となっている。従って, 制御入力に合成に切換関数を用いていないため, 従来型 VS-MRAC のように制御入力にチャタリング現象が生じるといった問題は起こらない。また, 切換関数には従来の不連続なものは用いずに合成可能な連続な信号を用いている。根構成法の有用性は計算機シミュレーションによって検証している。

2. 問題の設定

適応制御の対象として, 次のような 1 入力 1 出力の連続時間プラントを考える。

$$A(s)y(t)=B(s)u(t)+C(s)v(t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} A(s) &= s^n + \sum_{i=1}^n a_i s^{n-i} \\ B(s) &= \sum_{i=0}^m b_i s^{m-i} \\ C(s) &= \sum_{i=0}^{n-1} c_{n-1-i} s^{n-1-i} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで $u(t)$ と $y(t)$ はプラントの入力と出力で $v(t)$ はプラントに加わる有界外乱とする。

このプラントに関して以下のような仮定が成り立つものとする。

- (A 1) 多項式 $A(s)$ と $B(s)$ は互いに既約である。
- (A 2) 次数は既知である。
- (A 3) 係数 a_i, b_i は未知の定数である。
- (A 4) 多項式 $B(s)$ は漸近安定である。
- (A 5) 一般性を失うことなく $b_0 > 0$ とする。また、 $b_0 > \theta^* > 0$ を満足する下限値 θ^* が既知とする。

規範モデルとしては次のようなものを考える。

$$A_M(s)y_M(t) = B_M(s)r(t) \quad (3)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} A_M(s) &= s^n + \sum_{i=1}^n a_{Mi} s^{n-i} \\ B_M(s) &= \sum_{i=0}^m b_{Mi} s^{m-i} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで $r(t)$ は有界な規範入力で、 $y_M(t)$ は規範モデルの出力、 $A_M(s)$ は漸近安定多項式とする。

ここで考える問題は有界外乱の存在下で(1)式のプラントの出力 $y(t)$ が(2)式の規範モデルの出力 $y_M(t)$ に安定に追従するような MRAC を構成することである。

3. MRAC の構成

まず、次のような漸近安定多項式を導入する。

$$\left. \begin{aligned} P(s) &= s^{d-1} + \sum_{i=1}^{d-1} p_i s^{d-1-i}; \quad d = n - m \\ F(s) &= s^{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} f_i s^{n-1-i} \\ H(s) &= (s + \lambda)P(s); \quad \lambda > 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

このとき、(1)式の $A(s)$ に対して、次の関係を満足する多項式 $R(s), S(s)$ が一意に存在する。

$$F(s)H(s) = A(s)R(s) + S(s) \quad (6)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} R(s) &= s^{d-1} + \sum_{i=1}^{d-1} r_i s^{d-1-i} \\ S(s) &= \sum_{i=0}^{n-1} s_i s^{n-1-i} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(6)式の両辺に $y(t)$ をかけ(1)式を用いると、

$$y(t) = \frac{1}{H(s)} \theta \xi(t) + \frac{R(s)C(s)}{F(s)H(s)} v(t) \quad (8)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \xi(t) &= [\xi_1(t), \dots, \xi_{2n}(t)]^T \\ \xi_1(t) &= u(t), \quad \xi_{n+1}(t) = y(t) \\ \xi_i(t) &= \frac{s^{n-i}}{F(s)} u(t), \quad \xi_{n+i}(t) = \frac{s^{n-i}}{F(s)} y(t); \quad i = 2 \sim n \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$\theta = [\theta_1, \dots, \theta_{2n}]^T$; $\xi(t)$ に対応した未知パラメータベクトル

制御入力(8)式の外乱項を無視し、 $y(t)$ を $y_M(t)$ で、未知パラメータベクトル θ を可変パラメータベクトル $\hat{\theta}(t) = [\hat{\theta}_1(t), \dots, \hat{\theta}_{2n}(t)]^T$ で置き換えて、次のように合成するものとする。

$$\hat{\theta}^T(t) \xi(t) = y_{MH}(t) (= H(s)y_M(t)) \quad (10)$$

これを变形して

$$u(t) = \frac{y_{MH}(t) - \sum_{i=2}^{2n} \hat{\theta}_i(t) \xi_i(t)}{\hat{\theta}_1(t)} \quad (11)$$

ただし、

$$\hat{\theta}_1(t) = \begin{cases} \hat{\theta}_1(t); & \hat{\theta}_1(t) > \theta^* \\ \theta^*; & \hat{\theta}_1(t) \leq \theta^* \end{cases}$$

本構成法では上式のように、 $\hat{\theta}_1(t)$ がゼロとならないように、 $\hat{\theta}_1(t)$ のとり得る値に下限を設け、ゼロ割り防止の対策を施している〔文献(12)p. 719〕。次に可変パラメータ $\hat{\theta}(t)$ の調整法について述べる。まず(8)式を变形することにより、次式のようなプラントの別表現が得られる。

$$y(t) = \frac{1}{s + \lambda} (\theta^T \xi(t) + \omega(t)) \quad (12)$$

ただし、

$$\xi(t) = \xi(t)/P(s), \quad \omega(t) = \frac{R(s)C(s)}{F(s)P(s)} v(t) \quad (13)$$

これに対応して同定モデルを次のように構成する。

$$\hat{y}(t) = \frac{1}{s + \lambda} (\hat{\theta}^T(t) \xi(t) + f(t)) \quad (14)$$

上式の $f(t)$ は外乱の影響を抑制するために導入した補助信号で次のように合成される。

$$f(t) = \begin{cases} \alpha \operatorname{sgn}(\epsilon(t)); & |\epsilon(t)| > \epsilon^* \\ -\frac{\alpha}{\epsilon^*} \epsilon(t); & |\epsilon(t)| \leq \epsilon^* \end{cases} \quad (15)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \epsilon^* &> 0 \\ \epsilon(t) &= y(t) - \hat{y}(t); \text{ 同定誤差} \end{aligned} \quad (16)$$

また(13)式より $\omega(t)$ は有界であることから、切換信号に用いる α の大きさを

$$\alpha \geq \sup_{0 \leq \tau < \infty} |\omega(\tau)| \quad (17)$$

という関係を満足するよう設定する。ここで(13)、(15)式および(16)式より

$$\epsilon(t) = \frac{1}{s + \lambda} \{ \varphi^T(t) \xi(t) - f(t) + \omega(t) \} \quad (18)$$

ただし、

$$\varphi(t) = \theta - \hat{\theta}(t); \text{ パラメータ誤差} \quad (19)$$

$\hat{\theta}(t)$ を調整するパラメータ調整則として、次の積分・比例則を用いる。ここで外乱が存在するときにはパラメータの発散を防ぐために、積分則には σ 修正法を用いる。

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}_I(t) + \hat{\theta}_P(t) \quad (\varphi(t) = \varphi_I(t) + \varphi_P(t)) \quad (20 \cdot a)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{\theta}_I(t) &= \Gamma_S(t) \epsilon(t) - \sigma \hat{\theta}_I(t) \\ (\dot{\varphi}_I(t) &= -\Gamma_S^T(t) \epsilon(t) - \sigma \varphi_I(t) + \sigma \theta) \end{aligned} \right\} \quad (20 \cdot b)$$

$$\hat{\theta}_P(t) = \Delta \zeta(t) \epsilon(t) \quad (\varphi_P(t) = -\Delta \zeta(t) \epsilon(t)) \quad (20 \cdot c)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Gamma^T > 0, \quad \Delta = \Delta^T > 0, \\ \lambda &\geq \sigma > 0 \end{aligned}$$

以上がここで提案する VS 型適応同定器を用いた直接法

MRAC の一般成法である。従来の VS-MRAC では、切換関数は制御入力 of 合成式に直接含まれていたため、制御入力 that チャタリング現象を起すという問題が生じていた。本構成法では、(14)式 of 同定モデル内に補助信号 $f(t)$ を導入し、制御入力 of 合成に切換関数を用いていないため、制御入力が激しく振動するといった問題が解決されている。また $f(t)$ には、従来のような切換関数に代わり、(15)式 of ような連続関数を用いてあり、外乱やモデリング誤差が存在しないときには、パラメータ調整則として通常の積分+比例則を用いることにより出力誤差 $e(t) = y(t) - y_M(t)$ of $e(t) \rightarrow 0$ を保証している。〔付録(1)参照〕。

本構成法は(14)式からわかるように従来の直接法による構成法 of 同定モデル内に補助信号 $f(t)$ を付加しただけの簡単な構造をしており、従来型 of 構成法をそのまま of 形で活用できるという点も特徴である。

4. ロバスト性の検討

ここでは、本構成法 of 有界外乱に対するロバスト性を検討する。本構成法において次 of ような定理が成り立つ。

〔定理 1〕

外乱 $\omega(t)$ が有界で

$$\alpha \geq \sup_{0 < \tau < \infty} |\omega(\tau)|$$

とするとき、同定誤差 $\varepsilon(t)$ は $t \rightarrow \infty$ で

$$|\varepsilon(t)| \leq \sqrt{V_\infty} \quad (21)$$

である。ただし、

$$V_\infty = \frac{\chi_{\max}}{\chi_{\min}} \left\{ \chi_{\min} \|\theta\|^2 + \frac{2\chi_{\min}}{\sigma\chi_{\max}} \alpha \varepsilon^* \right\} \quad (22)$$

$$\lambda > \sigma > 0$$

$\chi_{\max}, \chi_{\min}; \Gamma^{-1}$ の最大、最小固有値

(証明)

次 of ような正定二次関数を考える。

$$V(t) = \frac{1}{2} (\varepsilon^2(t) + \varphi^T(t) \Gamma^{-1} \varphi(t)) \quad (23)$$

また(18), (20)式より

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) = & -\lambda \varepsilon(t) + \varphi^T(t) \zeta(t) + \varphi^T(t) \xi(t) \\ & + \omega(t) - f(t) \end{aligned} \quad (24)$$

(23)式 of 時間微分をとり、(20), (24)式を用いると

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -\lambda \varepsilon^2(t) - \varphi^T(t) \Delta^{-1} \varphi(t) - f(t) \varepsilon(t) \\ & + \omega(t) \varepsilon(t) - \sigma \varphi^T(t) \Gamma^{-1} \varphi(t) + \sigma \theta^T \Gamma^{-1} \varphi(t) \end{aligned} \quad (25)$$

このとき、任意 of 微小な r および $r_0 (r > r_0 > 0)$ に対して V_∞ of 第 2 項に次 of ように

$$V_0 = \frac{\chi_{\max}}{\chi_{\min}(\Gamma^{-1})} \left\{ \chi_{\min}(\Gamma^{-1}) \|\theta\|^2 + \frac{2\chi_{\min}}{\sigma\chi_{\max}} (\alpha \varepsilon^* + r_0) \right\} \quad (26)$$

$$V_r = \frac{\chi_{\max}}{\chi_{\min}} \left\{ \chi_{\min} \|\theta\|^2 + \frac{2\chi_{\min}}{\sigma\chi_{\max}} (\alpha \varepsilon^* + r_r) \right\} \quad (27)$$

このとき、 $V(t) \geq V_0$ of 成立する領域を M^c とすれば、 M^c では $\dot{V}(t) < -r_0$ が成り立つ〔付録(2)参照〕。また

$V(t) \geq V_r$ of 成り立つ領域を M^r とすれば、 M^r では $V(t) \geq V_r > V_0$ である。よって、Lyapunov of 終局的有界性より $t \rightarrow \infty$ で $V(t) \leq V_r$ となる〔文献(13)p.103 補題 1, 補題 2〕。 r は任意であったので、 $r=0$ として $t \rightarrow \infty$ で $V(t) \leq V_\infty$ となる。ゆえに

$$\varepsilon^2(t) + \chi_{\min} \|\varphi_i(t)\|^2 \leq V(t) \leq V_\infty \quad (28)$$

よって

$$\varepsilon^2(t) \leq V_\infty \quad (29)$$

これより、(21)式が成り立つ。また、(28)式より、 $\varphi_i(t)$ of 有界性もいえる。

(証明終)

〔定理 1〕より $\varepsilon(t), \varphi_i(t)$ of 有界性がいえると、次 of 定理が成り立つ。

〔定理 2〕

第 3 章で示した MRAC of 系内 of 全信号 of 有界性がいえる。

(証明)

制御則(20)式より

$$\tilde{\theta}^T(t) \xi(t) - P(s)(s+\lambda)y_M(t) = 0 \quad (30)$$

両辺に $P^{-1}(s)$ を掛け、これを変形すると

$$\begin{aligned} \theta^T \zeta(t) - [P^{-1}(s) \varphi_i(t) P(s)] P^{-1}(s) \xi(t) \\ - P^{-1}(s) \varphi^T(t) \xi(t) - (s+\lambda)y_M(t) = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

上式に文献(14) of Lemma 6 of 修正を用いると

$$\begin{aligned} \theta^T \zeta(t) - \varphi^T(t) \xi(t) + O(\sup_{\tau \leq t} \|\xi(\tau)\|) \\ - P^{-1}(s) \varphi^T(t) \xi(t) - (s+\lambda)y_M(t) = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

更に、文献(14) of Lemma 2 of 修正を用いて

$$\begin{aligned} \theta^T \zeta(t) - \varphi^T(s) \xi(t) + O(\sup_{\tau \leq t} \|\xi(\tau)\|) \\ + O(\sup_{\tau \leq t} \|\xi(\tau)\|) - (s+\lambda)y_M(t) = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

ここで上式 of 両辺に $(s+\lambda)^{-1}$ をかけ、(18), (20)式を用いて

$$\begin{aligned} y(t) - \varepsilon(t) - \frac{1}{s+\lambda} f(t) + \frac{1}{s+\lambda} \omega(t) + O(\sup_{\tau \leq t} \|\xi(\tau)\|) \\ + \frac{1}{s+\lambda} \varphi^T(t) \xi(t) - y_M(t) = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

ここで文献(14) of Lemma 2 of 修正より

$$\begin{aligned} \frac{1}{s+\lambda} \varphi^T(t) \xi(t) = \frac{1}{s+\lambda} \varphi^T(t) \frac{1}{P(s)} \xi(t) \\ = O(\sup_{\tau \leq t} \|\xi(\tau)\|) \end{aligned} \quad (35)$$

上式を(34)式に用いて

$$\begin{aligned} y(t) + O(\sup_{\tau \leq t} \|\xi(\tau)\|) = \varepsilon(t) + y_M(t) + \frac{1}{s+\lambda} f(t) \\ - \frac{1}{s+\lambda} \omega(t) \end{aligned} \quad (36)$$

文献(1) of Lemma 5 より

$$\xi(t) = O(\sup_{\tau \leq t} \|y(\tau)\|) \quad (37)$$

これより

$$y(t) + O[\sup_{\tau \leq t} |y(\tau)|] = \varepsilon(t) + y_M(t) + \frac{1}{s+\lambda} f(t) - \frac{1}{s+\lambda} \omega(t) \dots\dots\dots (38)$$

右辺の項はすべて有界であるので左辺も有界である。よって $y(t)$ は有界であることがわかる。また仮定(A 4)より、 $B(s)$ は漸近安定多項式であるので $u(t)$ は有界である。このとき、 $F(s), P(s)$ は漸近安定多項式であるので、(9)、(13)式より信号 $\xi(t), \zeta(t)$ の有界性もいえる

(証明終)

5. シミュレーション結果

本論文で提案した構成法の有用性を確認するために行った計算機シミュレーション実験の結果について述べる。

まず、プラントとしては文献(15)よりディーゼルジェネレータの駆動サーボを想定した次のようなものを用いた。

$$A(s)y(t) = B(s)u(t) + C(s)v(t)$$

ただし、

$$A(s) = s^2 + 18.1s + 356$$

$$B(s) = 356$$

(プラント、規範モデルの出力)

図 1 従来型 VS-MRAC のシミュレーション結果
Fig. 1. Simulation results of conventional VS-MRAC.

(制御入力)

図 2 従来型 VS-MRAC シミュレーション結果
Fig. 2. Simulation results of Conventional VS-MRAC.

$$C(s) = s + 1$$

ここで $v(t)$ は外乱であり、 $v(t) = 18 \sin(2.5t)$ というものを使用した。また、規範モデルとしては

$$A_M(s)y_M(t) = B_M(s)r(t)$$

ただし、

$$A_M(s) = s^2 + 12s + 36$$

$$B_M(s) = 36$$

なるもので、規範入力 $r(t)$ として振幅 ± 1 、周期 5π の方形波を用いた。更に各パラメータとしては

$$\lambda = 34.0, f = 34.0, p = 34.0, \alpha = 21.0$$

$$\Gamma_I = 740I, \Delta_P = 20I, I; \text{単位行列}$$

$$\varepsilon^* = 0.01, \sigma = 0.001, \theta^* = 0.001$$

$$\hat{\theta}_i(0) = 0.0; i=2 \sim 4, \hat{\theta}_1(0) = 0.01$$

なるものを採用した。ここでは比較対象となる従来型 VS-MRAC として、文献(8)の構成法を考え、ここで示した VS 型適応同定器を用いた MRAC を対比する形でシミュレーション実験を行った。なお、これ以降は文献(8)の構成法を従来型構成法、今回示した構成法を改善型構成法と呼ぶことにする。

(プラント、規範モデルの出力)

図 3 改善型 MRAC のシミュレーション結果
Fig. 3. Simulation results of improved MRAC.

(制御入力)

図 4 改善型 MRAC のシミュレーション結果
Fig. 4. Simulation results of improved MRAC.

図1はVS-MRACの従来型構成法のプラントの出力 $y(t)$ と規範モデルの出力 $y_M(t)$ を比較して示したものである。また、図2は従来型構成法の制御入力 $u(t)$ を示したものである。従来型構成法においては、外乱が存在する場合にも制御目的は達成されているが、制御入力が激しく振動し、チャタリングを生じる可能性があることがわかる。図3は今回提案した改善型構成法のプラントの出力 $y(t)$ と規範モデルの出力 $y_M(t)$ を比較して示したものである。また図4は、その場合の制御入力 $u(t)$ を示したものである。図3より改善型構成法においては、外乱が存在するにもかかわらず安定に制御がなされており、改善型構成法が外乱に対するロバスト性を有していることがわかる。また図4より改善型構成法では、制御入力内に切換信号を用いずにVS型適応同定器を用いることにより、従来型構成法において問題であった制御入力でのチャタリングの発生が回避されていることがわかる。

以上のシミュレーション結果より、本論文で提案した構成法の有用性が確認された。

6. 結 言

ここでは従来型の直接法MRACの同定モデルに切換信号を導入したのみの簡単な構成をもつ、VS型適応同定器を用いた直接法MRACの一構成法を示した。また、本構成法に関して、有界外乱が加わる系に対する場合でも、外乱の存在によって出力誤差はゼロに収束はしないが、その安定性および制御系内の全信号が有界であることを証明した。また、同定誤差はある値以下に収束することも示した。

今後は、本構成法の実在系への応用などを考えていきたい。

(平成9年3月6日受付)

文 献

- (1) K. S. Narendra, Y. H. Lin, & L. S. Valavani: "Stable Adaptive Controller Design-Part II", *Proof of Stability, IEEE Trans.*, AC-25-3, 440~448 (1980)
- (2) A. S. Morse: "Global Stability of Parameter adaptive Control Systems", *ibid.*, 433~439 (1980)
- (3) B. B. Peterson & K. S. Narendra: "Bounded Error Adaptive Control", *IEEE Trans.*, AC-27-6, 1161~1168 (1982)
- (4) C. E. Rohrs, L. Valavani, M. Athans & G. Stein: "Robustness of Continuous-Time Adaptive Control Algorithms in the Presence of Unmodeled Dynamics", *IEEE Trans.*, AC-30-9, 881~889 (1985)
- (5) G. Kreisselmeier & K. S. Narendra: "Stable Model Reference Adaptive Control In the presence of Bounded Disturbances", *IEEE Trans. Auto. Cont.*, AC-27, No. 6, 1169~1175 (1982)
- (6) 鈴木・鈴木:「外乱に対してロバストな直接法MRACSの一構成法」, 計測自動制御学会論文集, 28, No. 10, 1209~1215 (平4)
- (7) 大屋・小林:「外乱を有する系に対するロバスト適応制御」, 同上, 28, No. 9, 1061~1070 (平4)
- (8) 川崎義則・井上 昭・岩井善太・園田秀二・徳丸英勝:「リレー要素を用いるモデル規範型適応制御系」, 同上, 23, No. 1, 27~34 (昭62)
- (9) L. Hsu: "Variable Structure Model Reference Adaptive Control (VS-MRACS) using Only Input and Output Measurements: The General Case", *IEEE Trans. Auto. Cont.*, AC-35, No. 11, 1238~1243 (1990)
- (10) 佐々木・早川・藤井:「分布系の有限次元VS-MRAC」, 計測自動制御学会論文集, 28, No. 2, 228~236 (平4)

- (11) 田中・清水:「モデリング誤差にロバストなVSS型MRACS」, システム制御情報学会論文集, 6, No. 1, 64~70 (平5)
- (12) 計測自動制御学会: 自動制御ハンドブック (基礎編) 第3章, (昭62) オーム社
- (13) J. ラサール・S. レフシェッツ (山本訳): リヤプノフの方法による安定性理論, 第4章, (昭50) 産業図書
- (14) 井上 昭・川崎義則・岩井善太・得丸英勝:「リレー方式の外乱ロバストなモデル規範型適応制御系の一設計法」, 第7回適応制御シンポジウム予稿集, 57~60 (昭62)
- (15) S. F. Graebe & Anders L. B. Ahlen: "Dynamic Transfer Among alternative Controllers and Its Relation to Antiwindup Controller Design", *IEEE Trans. Cont. Sys. Tech.*, 4, No. 1, 92~99 (1996)

付 録

(1) 外乱が存在しない場合の $e(t) \rightarrow 0$ の証明

外乱を考慮しないことから、(18)式において $\omega(t)=0$ とすると、

$$\dot{e}(t) = \frac{1}{s+\lambda} \{ \varphi^T(t) \zeta(t) - f(t) + \omega(t) \} \quad \cdots \cdots (A \cdot 1)$$

また、(20)式において $\sigma=0$ とおくと

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}_I(t) + \hat{\theta}_P(t) \quad \{ \varphi(t) = \varphi_I(t) + \varphi_P(t) \} \quad \cdots \cdots (A \cdot 2 a)$$

$$\hat{\theta}_I(t) = \Gamma_S(t) \varepsilon(t) \quad \{ \dot{\varphi}_I(t) = -\Gamma \zeta(t) \varepsilon(t) \} \quad \cdots \cdots (A \cdot 2 b)$$

$$\hat{\theta}_P(t) = \Delta \zeta(t) \varepsilon(t) \quad \{ \varphi_P(t) = -\Delta \zeta(t) \varepsilon(t) \} \quad \cdots \cdots (A \cdot 2 c)$$

よって、(A・1)、(A・2)式より

$$\dot{e}(t) = -\{ \lambda + \zeta^T(t) \Gamma^{-1} \zeta(t) \} \varepsilon(t) + \varphi_I^T(t) \zeta(t) - f(t) \quad \cdots \cdots (A \cdot c)$$

ここで次の正定二次関数を考える。

$$V(t) = \frac{1}{2} \{ \varepsilon^2(t) + \varphi_I^T(t) \Gamma^{-1} \varphi_I(t) \} \quad \cdots \cdots (A \cdot 4)$$

上式の時間微分を取り、(A・2)、(A・3)式を用いると

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\{ \lambda + \zeta^T(t) \Delta \zeta(t) \} \varepsilon^2(t) - f(t) \varepsilon(t) \\ &\leq -\{ \lambda + \zeta^T(t) \Delta \zeta(t) \} \varepsilon^2(t) \end{aligned} \quad \cdots \cdots (A \cdot 5)$$

なる関数が求められる。従って、 $V(t)$ は単調非増加関数となり、 $\varepsilon(0)$ 、 $\varphi_I(0)$ が有界ならば、 $\varepsilon(t)$ 、 $\varphi_I(t)$ の有界性がいえる。このとき、(8)式より次の式が得られる。

$$y(t) = \frac{1}{H(s)} \{ \hat{\theta}^T(t) \xi(t) + \varphi_I^T(t) \xi(t) + \varphi_P^T(t) \xi(t) \} \quad \cdots \cdots (A \cdot 6)$$

また、(A・5)より、

$$\begin{aligned} V(\infty) - V(0) &= \int_0^\infty \dot{V}(t) dt \\ &\leq - \int_0^\infty \lambda \varepsilon^2(t) dt - \int_0^\infty \zeta^T(t) \Delta \zeta(t) \varepsilon^2(t) dt \end{aligned} \quad \cdots \cdots (A \cdot 7)$$

なる関係が成り立ち、 $\varepsilon(t)$ および $\zeta(t)\varepsilon(t)$ は二乗可積分となる。このとき、文献(1)とほぼ同様にして次の関係が導かれる。

$$y(t) + o\left(\sup_{\tau \leq t} |y(\tau)|\right) = y_M(t) + \varepsilon(t) + \frac{1}{s+\lambda} f(t) \quad \cdots \cdots (A \cdot 8)$$

$\varepsilon(t)$ が有界なので、(15)式より上式の右辺第3項もまた有界である。従って、 $y(t)$ の有界性がいえる。このとき文献(1)の定義より、 $t \rightarrow \infty$ で $o(\sup_{r \geq t} |y(r)|) \rightarrow 0$ が成り立つ。また、仮定(A・4)より $B(s)$ は漸近安定多項式であるので $u(t)$ は有界である。またこのとき、多項式 $F(s)$, $H(s)$ の漸近安定であるから、(9), (13)式より $\xi(t)$, $\zeta(t)$ の有界性も成り立つ。このとき(A・3)式より $\dot{\varepsilon}(t)$ も有界であることがいえる。よって $t \rightarrow \infty$ で $\varepsilon(t) \rightarrow 0$ がいえる。また(15)式より $f(t)$ は $\varepsilon(t)=0$ で連続であることから $f(t) \rightarrow 0$ も成り立つ。以上の結果より()式から $t \rightarrow \infty$ で $y(t) \rightarrow y_M(t)$ が成り立つことがいえる。

(証明終)

(2) $\dot{V}(t) < -r_0$ の証明

まず、

$$V_1 = \chi_{\min} \|\theta\|^2 + \frac{2\chi_{\min}}{\sigma\chi_{\max}} (\alpha\varepsilon^* + r_0) \quad \text{.....(A・9)}$$

とおくと、 $V(t) \geq V_0$ より次の関係がいえる。

$$\varepsilon^2(t) + \varphi_I^T(t) \Gamma^{-1} \varphi_I(t) \geq \frac{\chi_{\max}}{\chi_{\min}} V_1 \quad \text{.....(A・10)}$$

上式の両辺に $\sigma > 0$ をかけて、

$$\sigma\varepsilon^2(t) + \sigma\varphi_I^T(t) \Gamma^{-1} \varphi_I(t) \geq \sigma \frac{\chi_{\max}}{\chi_{\min}} V_1 \quad \text{.....(A・11)}$$

ここで $\lambda \geq \sigma > 0$ であるので、上式に(26)式を用いて

$$\begin{aligned} \lambda\varepsilon^2(t) + \sigma\varphi_I^T(t) \Gamma^{-1} \varphi_I(t) &\geq \sigma \frac{\chi_{\max}}{\chi_{\min}} V_1 \\ &= \sigma\chi_{\max} \|\theta\|^2 + 2(\alpha\varepsilon^* + r_0) \quad \text{.....(A・12)} \end{aligned}$$

また、

$$\sigma\theta^T \Gamma^{-1} \theta \leq \sigma\chi_{\max} \|\theta\|^2 \quad \text{.....(A・13)}$$

一方、次の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} &-\lambda\varepsilon^2(t) - \sigma\varphi_I(t) \Gamma^{-1} \varphi_I(t) + \sigma\theta^T \Gamma^{-1} \varphi_I(t) \\ &= -\frac{1}{2}\lambda\varepsilon^2(t) - \frac{1}{2}\{\lambda\varepsilon^2(t) + \sigma\varphi_I^T(t) \Gamma^{-1} \varphi_I(t)\} \\ &\quad - \frac{1}{2}\sigma(\varphi_I(t) - \theta)^T \Gamma^{-1} (\varphi_I(t) - \theta) - \frac{1}{2}\sigma\theta^T \Gamma^{-1} \theta \\ &\quad \text{.....(A・14)} \end{aligned}$$

上式に(A・12), (A・13)式を用いると

$$\begin{aligned} &-\lambda\varepsilon^2(t) - \sigma\varphi_I(t) \Gamma^{-1} \varphi_I(t) + \sigma\theta^T \Gamma^{-1} \varphi_I(t) \\ &< -\frac{1}{2}\lambda\varepsilon^2(t) - \frac{1}{2}\sigma\chi_{\max} \|\theta\|^2 - \alpha\varepsilon^* - r_0 \\ &\quad + \frac{1}{2}\sigma\chi_{\max} \|\theta\|^2 \quad \text{.....(A・15)} \end{aligned}$$

一方、(15), (17)式より次の関係も成り立つ。

$$-f(t)\varepsilon(t) + \omega(t)\varepsilon(t) \leq \alpha\varepsilon^* \quad \text{.....(A・16)}$$

がいえる。(A・9), (A・10)式を(25)式に用いて、

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &< -\frac{1}{2}\lambda\varepsilon^2(t) - \frac{1}{2}\sigma\chi_{\max} \|\theta\|^2 - \alpha\varepsilon^* - r_0 \\ &\quad + \frac{1}{2}\sigma\chi_{\max} \|\theta\|^2 + \alpha\varepsilon^* < -r_0 \quad \text{.....(A・17)} \end{aligned}$$

となる。

(証明終)

坂本 勝 (非会員) 1971年9月13日生。97年3月愛媛大学大学院理工学研究科機械工学専攻修了。同年4月同大学院工学研究科博士後期課程生産工学専攻入学、現在に至る。適応制御の応用研究に従事。計測自動制御学会、日本機械学会会員。

田中 幹也 (正員) 1952年7月28日生。82年3月防衛大学校理工学研究科卒業。同校研究員を経て、90年広島電機大学工学部助教授(電子工学科)。92年愛媛大学工学部助教授(機械工学科)。98年山口大学工学部教授(電気電子工学科)、現在に至る。工学博士。適応制御を中心とした制御理論およびその応用研究に従事。計測自動制御学会、システム制御情報学会、電子情報通信学会、日本機械学会、日本人間工学会、IEEE 会員。

清水 顯 (非会員) 1939年11月14日生。67年広島大学大学院修士課程修了。67年岡山大学工学部助手、69年同講師、75年同助教授。86年愛媛大学工学部教授(機械工学科)、現在に至る。工学博士。流体制御機器内流れの数値解析、空気圧サーボ系などの機械制御の高機能化に関する研究に従事。計測自動制御学会、日本機械学会会員。