三相四線回路の瞬時電力理論とその応用

正 員 赤 木 泰 文 (岡山大学)

正 員 小 笠 原 悟 司 (岡山大学)

非会員 Hyosung Kim (Cheonan Technical College)

The Theory of Instantaneous Power in Three-Phase Four-Wire Systems and its Applications

Hirofumi Akagi, Member, Satoshi Ogasawara, Member (Okayama University), and

Hyosung Kim, Non-Member (Cheonan Technical College)

This paper discusses “the p-q theory” and “the cross-vector theory” in three-phase four-wire systems, with the focus on similarity and difference between the two theories. They are perfectly identical if no zero-sequence voltage is included in a three-phase three-wire system. However, they are different in definition of the instantaneous active power and instantaneous reactive power in each phase if a zero-sequence voltage or current is included in a three-phase four-wire system. Based on both theory and computer simulation, this paper leads to the following conclusions: An instantaneous reactive-power compensator without energy storage components can fully compensate for the neutral current even in a three-phase four-wire system including a zero-sequence voltage or current, when a proposed control strategy based on the p-q theory is applied. However, the compensator cannot compensate for the neutral current fully, when a conventional control strategy based on the cross-vector theory is applied.

キーワード：三相四線回路，p-q 理論，クロスベクトル理論，瞬時無効電力補償装置

1. まえがき

1983年に発表した瞬時無効電力の一般化理論（以下、p-q理論と略す）は、三相電圧・電流の瞬時値のみから瞬時無効電力を一義的に定義し、かつその物理的意味を明快に説明して「瞬時無効電力」という工学的概念をはじめて定着させた⁽¹⁾。しかも電圧・電流波形に一切の制限がなく、零相を含むいかなる三相四線回路に対しても適用可能であることから、無効電力補償装置や電力用アクティブフィルタの基礎理論としてだけでなく、電気回路の基礎理論として国内外の研究者・技術者に広く認知されている。例えば文献(7)では、p-q理論について以下のように記述している。

“Their concept is very interesting for practical purposes, in particular to analyze the instantaneous compensation of reactive power without energy storage. . . . Akagi’s imaginary power concept hence exactly shows to what extent compensators without energy storage can be used to reduce line losses. This result is precisely the extremely interesting contribution realized by Akagi and his co-authors.”

1980年代前半から始まったパワートランジスタを用いたPWMインバータの実用化と1983年のp-q理論の発表を契機に、

- 多相回路への瞬時電力理論の展開と新理論の構築

- 電力システム・パワーエレクトロニクス機器への瞬時電力理論の応用

などの研究が、国内外のパワーエレクトロニクス研究者・技術者を中心に活発に進められている^{(2)~(18)}。

日本の配電系統は高压系・低压系ともに三相三線回路であるが、欧米の低压系統は三相四線回路を採用している。このため、三相四線回路の中性線電流や無効電力の補償を目的とした電力用アクティブフィルタの研究は、主として欧米において行われている。しかし、大容量単相100V電源を必要とする最近のインテリジェントビルや放送局などでは、自家用配電設備のコストダウンを優先し、日本においても低压配電系統には三相四線回路を採用することがある。文献(12)には、電力用アクティブフィルタ(300kVA)を放送局内の低压三相四線回路に設置し、中性線電流と高調波電流を抑制した実測結果が報告されている。

1994年に発表されたクロスベクトル理論^{(13)~(17)}は、三相四線回路に適用可能な瞬時電力理論であり、三相電圧・電流の瞬時値から各相の瞬時有効電力と瞬時無効電力を一義的に定義することができる。ところが、零相電圧と零相電流を含む三相四線回路では、p-q理論とクロスベクトル理論から定義される各相の瞬時有効電力と瞬時無効電力は一致しない。従って、PWMインバータを用いた無効電力補償装置や電力用アクティブフィルタの制御法にp-q理論とクロスベクトル理論を応用した場合には、これらの補償特性が異なることがある。

図1 三相四線回路

Fig. 1. Three-phase four-wire system.

本論文では、三相四線回路のp-q理論とクロスベクトル理論について、それらの類似点と相違点を理論的に考察する。さらに、瞬时无効電力補償装置にp-q理論とクロスベクトル理論を応用し、中性線電流の補償効果やエネルギー蓄積要素を必要としない制御法について検討する。

2. 三相四線回路の瞬時電力理論

図1は三相四線回路の基本構成図である。簡単化のために、図では配電線や中性線のインピーダンスを無視している。三相四線回路の送電端、中間点、受電端などの任意のノードにおける三相瞬時電圧と三相瞬時電流に注目すると、配電線や中性線にインピーダンスが存在する場合にも本論文の理論を適用できる。

零相電圧と零相電流を含む三相四線回路において、 a - b - c 座標上の三相電圧 e_a, e_b, e_c と三相電流 i_a, i_b, i_c を 0 - α - β 座標上の電圧・電流に変換する。

$$\begin{bmatrix} e_0 \\ e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

図1の中性線電流 i_n と式(2)の零相電流 i_0 は、次式の関係が成立する。

$$i_n = i_a + i_b + i_c \quad (3)$$

$$i_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_a + i_b + i_c) = \frac{1}{\sqrt{3}}i_n \quad (4)$$

中性線電流と零相電流を同一に取扱うこともあるが、本論文ではこれらを区別し、 a - b - c 座標系では中性線電流を、 0 - α - β 座標系では零相電流を使用する。

三相四線回路の瞬時実電力 p は、各相の瞬時電力の和として定義されている。

$$\begin{aligned} p &= e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c \\ &= e_0 i_0 + e_\alpha i_\alpha + e_\beta i_\beta \quad (5) \end{aligned}$$

〈2・1〉 p-q理論 p-q理論では、三相四線回路の電気量として、零相瞬時実電力 p_0 、 α - β 相瞬時実電力 $p_{\alpha\beta}$ 、 α - β 相瞬時虚電力 $q_{\alpha\beta}$ を次式で定義する。

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ p_{\alpha\beta} \\ q_{\alpha\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_0 & 0 & 0 \\ 0 & e_\alpha & e_\beta \\ 0 & -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (6)$$

三相四線回路の電源を電圧源とし、 e_0, e_α, e_β を既知とすると、上式は三次元電流ベクトル空間 $[i_0 \ i_\alpha \ i_\beta]^T$ から三次元電力ベクトル空間 $[p_0 \ p_{\alpha\beta} \ q_{\alpha\beta}]^T$ への写像と考えることができる。一般に、このような写像行列は無数に存在するが、物理的意味が明快で、かつ工学的に有用な写像行列は極めて少ない。式(6)の写像行列は文献(1)ではじめて定義されたものである。

式(6)の逆行列は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{e_0 e_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} e_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & e_0 e_\alpha & -e_0 e_\beta \\ 0 & e_0 e_\beta & e_0 e_\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_0 \\ p_{\alpha\beta} \\ q_{\alpha\beta} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$e_{\alpha\beta}^2 = e_\alpha^2 + e_\beta^2$$

各相の瞬時電流は、式(7)から以下のように計算できる。

$$i_0 = \frac{1}{e_0} p_0 \left(= \frac{1}{e_0} e_0 i_0 = i_0 \right) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} i_\alpha &= \frac{1}{e_{\alpha\beta}^2} e_\alpha p_{\alpha\beta} + \frac{1}{e_{\alpha\beta}^2} (-e_\beta q_{\alpha\beta}) \\ &\equiv i_{\alpha p} + i_{\alpha q} \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_\beta &= \frac{1}{e_{\alpha\beta}^2} e_\beta p_{\alpha\beta} + \frac{1}{e_{\alpha\beta}^2} e_\alpha q_{\alpha\beta} \\ &\equiv i_{\beta p} + i_{\beta q} \quad (10) \end{aligned}$$

i_0 : 零相瞬時電流(零相瞬時有効電流)

$i_{\alpha p}$: α 相瞬時有効電流

$i_{\beta p}$: β 相瞬時有効電流

$i_{\alpha q}$: α 相瞬時無効電流

$i_{\beta q}$: β 相瞬時無効電流

$e_0 = 0$ の場合には、式(6)の逆行列を計算することはできないので、式(6)から式(7)~(10)の導出では $e_0 \neq 0$ と仮定している。しかし、 $e_0 \neq 0$ と仮定して誘導した式(9)の i_α と式(10)の i_β は e_0 を含まない。これは、三相四線回路のp-q理論では「零相回路は α - β 相とは独立した単相回路」と考えているためであり、零相回路には瞬时无効電流は存在しない。このような考え方がp-q理論の大きな特徴でもあり、三相四線回路にp-q理論を適用する場合には $e_0 \neq 0$ と仮定して理論を展開し、最終的に誘導した式や最終結果に $e_0 = 0$ を代入すればよい。p-q理論では零相回路と α - β 相が分離されているので、特に計算が複雑になることはない。

式(8)～式(10)で定義した各相の瞬時有効電流と瞬時無効電流を用いて、各相の瞬時有効電力と瞬時無効電力を定義すると、以下の重要な関係式が成立する。

$$\begin{aligned} e_0 i_0 + e_\alpha i_{\alpha p} + e_\beta i_{\beta p} \\ = e_0 i_0 + e_\alpha \left(\frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} e_\alpha p_{\alpha\beta} \right) + e_\beta \left(\frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} e_\beta p_{\alpha\beta} \right) \\ = p_0 + p_{\alpha p} + p_{\beta p} = p \cdots \cdots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_\alpha i_{\alpha q} + e_\beta i_{\beta q} \\ = e_\alpha \left(\frac{-1}{e_{0\alpha\beta}^2} e_\beta q_{\alpha\beta} \right) + e_\beta \left(\frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} e_\alpha q_{\alpha\beta} \right) \\ = p_{\alpha q} + p_{\beta q} = 0 \cdots \cdots (12) \end{aligned}$$

$p_0 = e_0 i_0$: 零相瞬時実電力 (零相瞬時有効電力)
 $p_{\alpha p} = e_\alpha i_{\alpha p}$: α 相瞬時有効電力
 $p_{\beta p} = e_\beta i_{\beta p}$: β 相瞬時有効電力
 $p_{\alpha q} = e_\alpha i_{\alpha q}$: α 相瞬時無効電力
 $p_{\beta q} = e_\beta i_{\beta q}$: β 相瞬時無効電力

p-q 理論では「零相回路は α - β 相とは独立した単相回路」と考えているので、各相の瞬時有効電力と瞬時無効電力には、以下のような特徴がある。

- 零相回路には瞬時無効電力は存在しない。
- α 相と β 相の瞬時有効電力は、 α 相と β 相の瞬時電圧と α - β 相瞬時実電力 $p_{\alpha\beta}$ とから一義的に定義できる。
- α 相と β 相の瞬時無効電力は、 α 相と β 相の瞬時電圧と α - β 相瞬時虚電力 $q_{\alpha\beta}$ とから一義的に定義できる。

〈2・2〉 クロスベクトル理論 文献(13)～(17)のクロスベクトル理論では、三相四線回路の電気量として瞬時実電力 p と瞬時虚電力 q_0, q_α, q_β を次式で定義している。

$$\begin{bmatrix} p \\ q_0 \\ q_\alpha \\ q_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_0 & e_\alpha & e_\beta \\ 0 & -e_\beta & e_\alpha \\ e_\beta & 0 & -e_0 \\ -e_\alpha & e_0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \cdots \cdots (13)$$

式(13)の q_0, q_α, q_β から、以下の関係式を得る。

$$\begin{aligned} e_0 q_0 &= -e_0 e_\beta i_\alpha + e_0 e_\alpha i_\beta \\ e_\alpha q_\alpha &= e_\alpha e_\beta i_0 - e_0 e_\alpha i_\beta \\ e_\beta q_\beta &= -e_\alpha e_\beta i_0 + e_0 e_\beta i_\alpha \end{aligned}$$

右辺の和は0となるので、次式が成立する。

$$e_0 \cdot q_0 + e_\alpha \cdot q_\alpha + e_\beta \cdot q_\beta = 0 \cdots \cdots (14)$$

式(13)の写像行列のランクは3であり、式(14)からも明らかのように q_0, q_α, q_β の独立変数は2個である。従って、

p-q 理論と同様にクロスベクトル理論における電力空間の独立変数は3個となるが、両理論の写像行列は異なる。式(13)の逆変換は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} e_0 & 0 & e_\beta & -e_\alpha \\ e_\alpha & -e_\beta & 0 & e_0 \\ e_\beta & e_\alpha & -e_0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q_0 \\ q_\alpha \\ q_\beta \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$e_{0\alpha\beta}^2 = e_0^2 + e_\alpha^2 + e_\beta^2$$

各相の瞬時有効電流と瞬時無効電流は、以下のように計算できる。

$$\begin{aligned} i_0 &= \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} e_0 p + \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} (e_\beta q_\alpha - e_\alpha q_\beta) \\ &\equiv i_{0p} + i_{0q} \cdots \cdots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_\alpha &= \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} e_\alpha p + \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} (e_0 q_\beta - e_\beta q_0) \\ &\equiv i_{\alpha p} + i_{\alpha q} \cdots \cdots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_\beta &= \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} e_\beta p + \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} (e_\alpha q_0 - e_0 q_\alpha) \\ &\equiv i_{\beta p} + i_{\beta q} \cdots \cdots (18) \end{aligned}$$

i_{0p} : 零相瞬時有効電流
 i_{0q} : 零相瞬時無効電流

式(16)～(18)は、 α 相と β 相の瞬時電流だけでなく零相の瞬時電流についても瞬時有効電流と瞬時無効電流に分離できることを意味し、次式の関係が成立する。

$$\begin{aligned} e_0 i_{0p} + e_\alpha i_{\alpha p} + e_\beta i_{\beta p} \\ = e_0 \left(\frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} e_0 p \right) + e_\alpha \left(\frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} e_\alpha p \right) + e_\beta \left(\frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} e_\beta p \right) \\ = p_{0p} + p_{\alpha p} + p_{\beta p} = p \cdots \cdots (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_0 i_{0q} + e_\alpha i_{\alpha q} + e_\beta i_{\beta q} \\ = e_0 \left\{ \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} (e_\beta q_\alpha - e_\alpha q_\beta) \right\} + e_\alpha \left\{ \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} (e_0 q_\beta - e_\beta q_0) \right\} \\ + e_\beta \left\{ \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} (e_\alpha q_0 - e_0 q_\alpha) \right\} \\ = p_{0q} + p_{\alpha q} + p_{\beta q} = 0 \cdots \cdots (20) \end{aligned}$$

零相の瞬時有効・無効電力を以下のように定義する。

$$\begin{aligned} p_{0p} &= e_0 i_{0p} : \text{零相瞬時有効電力} \\ p_{0q} &= e_0 i_{0q} : \text{零相瞬時無効電力} \end{aligned}$$

留意点としては、p-q 理論では式(9)の i_α と式(10)の i_β に e_0 を含まないが、クロスベクトル理論では式(17)の i_α と式(18)の i_β に e_0 を含むことである。

3. 両理論の類似点と相違点

〈3・1〉 $e_0 \neq 0, i_0 \neq 0$ の場合 図2は、p-q 理論を適用した場合のパワーフローを示したものであり、従

零相電圧を含まない三相三線回路では、p-q理論の写像行列とクロスベクトル理論の写像行列は完全に一致する。

〈3・3〉 $e_0 = 0, i_0 \neq 0$ の場合 $e_0 = 0$ であるので $p_0 = p_{0p} = p_{0q} = 0$ が成立し、図2と図3のパワーフローは完全に一致する。さらに、式(21)~(22)に $e_0 = 0$ を代入すると、式(25)が成立する。換言すれば、p-q理論の式(9)の $i_{\alpha p}$ と $i_{\alpha q}$ は、クロスベクトル理論の式(17)の $i_{\alpha p}$ と $i_{\alpha q}$ にそれぞれ一致する。 β 相の瞬時電流についても同様の関係が成立する。

零相電流 i_0 について両理論の解釈は異なるが、「 i_0 の補償にはエネルギー蓄積要素を必要としない」という両理論の結論は一致する。p-q理論では、 $e_0 \neq 0$ の場合には零相回路は瞬時有効電力 ($p_0 = e_0 i_0$) を形成するので、 i_0 を「瞬時有効電流」と考えている。 $e_0 = 0$ の場合には零相回路の瞬時有効電力は零となり、「 i_0 の補償にはエネルギー蓄積要素を必要としない」という結論を容易に得る。しかし、 $e_0 = 0$ かつ $i_0 \neq 0$ の場合は一種の特異点であり、零相回路は瞬時有効電力を形成しない。従って、 $e_0 = 0$ の場合は i_0 を「瞬時有効電流」と考えるのは不自然であり、単に「瞬時電流」と考えている。

これに対してクロスベクトル理論*では、 i_0 を i_{0p} と i_{0q} に分離し、式(16)から $e_0 = 0$ の場合には $i_{0p} = 0$ となるので $i_0 = i_{0q}$ が成立する。従って、クロスベクトル理論では「 $e_0 = 0$ の場合の零相電流 i_0 は瞬時無効電流となり、 i_0 の補償にはエネルギー蓄積要素を必要としない」という結論を容易に得る。これは、当然のことながらp-q理論の結論と一致する。

〈3・4〉 $e_0 \neq 0, i_0 = 0$ の場合 p-q理論では、式(6)の p_0 は零になるが、 $p_{\alpha\beta}$ と $q_{\alpha\beta}$ は式(25)から得られる $p_{\alpha\beta}$ と $q_{\alpha\beta}$ に一致する。これは、p-q理論では「零相回路を他の相とは独立した単相回路」として取り扱っているからである。クロスベクトル理論†では、 p と q_0 だけでなく、 q_α と q_β についても e_0 と i_α, i_β から定義することができる。その結果、 $i_0 = 0$ であるが、式(16)から $i_{0p} \neq 0$ となり、次式が成立する。

$$i_0 = i_{0p} + i_{0q} = 0$$

$$i_{0p} = \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} e_0 (e_\alpha i_\alpha + e_\beta i_\beta) = -i_{0q}$$

零相電圧・零相電流を含む三相四線回路では、クロスベクトル理論を適用することによって i_0 を i_{0p} と i_{0q} に分離し、これらを独立に制御することは可能である。これに対して零相電圧を含む三相三線回路 ($i_0 = 0$) では、 i_{0p} と i_{0q} は単独では流れることができず、これらの電流を実際に補償・制御することもできないので、 i_0 を i_{0p} と i_{0q} に分離することは工学的には意味はない。

* $i_0 \neq 0$ であるので、 $q_\alpha = e_\beta \cdot i_0 \neq 0, q_\beta = -e_\alpha \cdot i_0 \neq 0$ となり、 $e_\alpha \cdot q_\alpha + e_\beta \cdot q_\beta = 0$ が成立する。この関係式と $e_0 = 0$ から、式(14)は q_0 に無関係に成立する。

† $e_0 \neq 0$ であるので、 $q_\alpha = -e_0 \cdot i_\beta \neq 0, q_\beta = e_0 \cdot i_\alpha \neq 0$ となる。これらの関係式と $q_0 = e_\alpha \cdot i_\beta - e_\beta \cdot i_\alpha$ から、式(14)が成立する。

図4 0-α-β座標系での補償システム

Fig. 4. Compensating system on the 0-α-β coordinates.

4. 瞬時無効電力補償装置への応用

三相四線回路の中性線電流・瞬時無効電流を補償するための電力変換装置（以下、補償装置と略す）にp-q理論とクロスベクトル理論を応用し、補償電流の制御法について検討する。図4は、0-α-β座標系での補償システムの基本構成である。

〈4・1〉 従来の制御法 零相電流のみを補償しようとする場合、零相電流を直接検出して打ち消すように補償電流を制御するのが最も簡単な制御法である。この場合の0-α-β座標上での補償電流 $i_{C0}, i_{C\alpha}, i_{C\beta}$ は次式で与えられる。

$$i_{C0} = i_{L0} \dots\dots\dots(26)$$

$$i_{C\alpha} = 0 \dots\dots\dots(27)$$

$$i_{C\beta} = 0 \dots\dots\dots(28)$$

このような従来の制御法では、 $e_0 = 0$ の場合には $p_{C0} (= e_0 i_{C0}) = 0$ となり、補償装置にエネルギー蓄積要素を必要としない。しかし、 $e_0 \neq 0$ の場合には $p_{C0} \neq 0$ となり、補償装置に p_{C0} が流入・流出する。このことは、補償装置にエネルギー蓄積要素を必要とすることを意味している。逆に、 $e_0 \neq 0$ の場合に $p_{C0} = 0$ の条件を付加すると、 $i_{C0} = 0$ となり、零相電流を補償することができない。

〈4・2〉 p-q理論を適用した制御法 以下では、 $e_0 \neq 0$ の場合にも補償装置にエネルギー蓄積要素を必要としない制御法を検討する。 $e_0 \neq 0$ と仮定してp-q理論を適用すると、補償電流は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} i_{C0} \\ i_{C\alpha} \\ i_{C\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{e_0 e_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} e_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & e_0 e_\alpha & -e_0 e_\beta \\ 0 & e_0 e_\beta & e_0 e_\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{C0} \\ p_{C\alpha\beta} \\ q_{C\alpha\beta} \end{bmatrix} \quad (29)$$

p-q理論では、三相四線回路の瞬時実電力 p に関しては零相瞬時実電力 p_0 とα-β相瞬時実電力 $p_{\alpha\beta}$ という2個の独立変数を定義しているため、 p_0 と $p_{\alpha\beta}$ に自由度が存在する。 $p_{C0} \neq 0$ の場合は、以下のような制約条件を課すことによって、補償装置に流入・流出する瞬時実

電力 p_C を常に零にすることができる。

$$p_C = p_{C0} + p_{C\alpha\beta} = 0 \quad \dots\dots\dots (30)$$

$q_{C\alpha\beta}$ については「負荷の瞬時虚電力 $q_{L\alpha\beta}$ を補償する」という補償条件を与えると、次式が得られる。

$$q_{C\alpha\beta} = q_{L\alpha\beta} \quad \dots\dots\dots (31)$$

式 (30) と式 (31) の補償条件から次式の関係を得る。

$$p_{C0} = p_{L0} = e_0 i_{L0} \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$p_{C\alpha\beta} = -p_{L0} = -e_0 i_{L0} \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$q_{C\alpha\beta} = e_\alpha i_{L\beta} - e_\beta i_{L\alpha} \quad \dots\dots\dots (34)$$

式 (32)~(34) を式 (29) に代入すると、 0 - α - β 座標上での補償電流を決定できる。

$$i_{C0} = i_{L0} \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$i_{C\alpha} = \frac{1}{e_{\alpha\beta}^2} \{-e_0 e_\alpha i_{L0} + e_\beta^2 i_{L\alpha} - e_\alpha e_\beta i_{L\beta}\} \quad \dots\dots (36)$$

$$i_{C\beta} = \frac{1}{e_{\alpha\beta}^2} \{-e_0 e_\beta i_{L0} - e_\alpha e_\beta i_{L\alpha} + e_\alpha^2 i_{L\beta}\} \quad \dots\dots (37)$$

p - q 理論を適用した制御法では $i_{C0} = i_{L0}$ となるので、零相電流を完全に補償することができる。しかも $p_C = 0$ が成立する。瞬時虚電力 $q_{C\alpha\beta}$ は、電源と補償装置とのエネルギー伝送に寄与しない瞬時電力（瞬时无効電力）の大きさを決定する電気量であるので、 $q_{C\alpha\beta} \neq 0$ であっても $p_C = 0$ が成立する限り、補償装置にはエネルギー蓄積要素を必要としない。しかし、(4.1) の従来の制御法では $p_{C\alpha\beta} = 0$ であるので、 $p_C = p_{C0} \neq 0$ となり、補償装置にはエネルギー蓄積要素を必要とする。

なお、式 (29) から式 (35)~(37) の導出には $e_0 \neq 0$ を仮定しているが、 $e_0 = 0$ の場合の補償電流を得るには式 (36)~(37) に $e_0 = 0$ を代入すればよい。

〈4.3〉 クロスベクトル理論を適用した制御法 クロスベクトル理論を適用すると、式 (15) から補償電流は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} i_{C0} \\ i_{C\alpha} \\ i_{C\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} e_0 & 0 & e_\beta & -e_\alpha \\ e_\alpha & -e_\beta & 0 & e_0 \\ e_\beta & e_\alpha & -e_0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_C \\ q_{C0} \\ q_{C\alpha} \\ q_{C\beta} \end{bmatrix} \quad (38)$$

クロスベクトル理論では、瞬時実電力については p_C しか定義していないので「補償装置にエネルギー蓄積要素を必要としない」という制約条件を課すと、次式が成立しなければならない。

$$p_C = 0 \quad \dots\dots\dots (39)$$

瞬時虚電力については、2 個の独立した瞬時虚電力を定義しているので、 q_{C0} 、 $q_{C\alpha}$ 、 $q_{C\beta}$ には自由度が存在する。しかし、例えば $q_{C0} = q_{C\alpha} = q_{C\beta} = 0$ という制約条件は、補償装置を設置しない場合に相当するので意味

図5 シミュレーションモデル

Fig. 5. Simulation model.

はない。そこで以下では、文献 (17) に発表されている制御法を採用する。これは、式 (39) の制約条件を考慮し、さらに「負荷の瞬時虚電力 q_{L0} 、 $q_{L\alpha}$ 、 $q_{L\beta}$ を補償する」という補償条件を与えた場合の制御法である。

$$p_C = 0 \quad \dots\dots\dots (40)$$

$$q_{C0} = q_{L0} \quad \dots\dots\dots (41)$$

$$q_{C\alpha} = q_{L\alpha} \quad \dots\dots\dots (42)$$

$$q_{C\beta} = q_{L\beta} \quad \dots\dots\dots (43)$$

式 (40)~(43) を式 (38) に代入すると、 0 - α - β 座標上での補償電流は次式で与えられる。

$$i_{C0} = \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} \{(e_\alpha^2 + e_\beta^2) i_{L0} - e_0 e_\alpha i_{L\alpha} - e_0 e_\beta i_{L\beta}\} \quad \dots (44)$$

$$i_{C\alpha} = \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} \{-e_0 e_\alpha i_{L0} + (e_0^2 + e_\beta^2) i_{L\alpha} - e_\alpha e_\beta i_{L\beta}\} \quad (45)$$

$$i_{C\beta} = \frac{1}{e_{0\alpha\beta}^2} \{-e_0 e_\beta i_{L0} - e_\alpha e_\beta i_{L\alpha} + (e_0^2 + e_\alpha^2) i_{L\beta}\} \quad (46)$$

式 (36)~(37) と式 (44)~(46) に $e_0 = 0$ を代入すると、それぞれの対応する式は完全に一致する。従って、 $e_0 = 0$ の場合にはクロスベクトル理論を適用した制御法と p - q 理論を適用した制御法は i_{L0} とは無関係に同一となり、補償特性も一致することがわかる。しかし、 $e_0 \neq 0$ の場合には両理論の制御法は異なり、補償特性も一致しない。特に、クロスベクトル理論を適用した制御法 (式 (44)~(46)) では $i_{C0} \neq i_{L0}$ となるので、零相電流を完全に補償できない。

5. シミュレーション結果と検討

以下では、理想化した条件でのシミュレーション結果を比較・検討することによって、 p - q 理論とクロスベクトル理論の類似点と相違点を明確にする。

〈5.1〉 シミュレーション条件 図5にシミュレーションモデル、表1にシミュレーション条件を示す。ここで、三相電源電圧は

表1 シミュレーション条件

Table 1. Simulation conditions.

条件	A	B	C	D	E
対応波形	図6	図7	図8	図9	図10
E_a [V]	115	115	115	115	115
E_b [V]	115	115	115	115	115
E_c [V]	92	115	92	115	92
制御方法	(4.1) 従来	(4.2) p-q	(4.3) クロスベクトル		

表2 各相の補償電流に含まれる3次, 5次高調波成分 (基本波成分に対する比 [%])

Table 2. The 3rd and 5th harmonic components of the compensating current in each phase; the ratio with respect to each fundamental component [%].

条件		A	B	C	D	E
対応波形		図6	図7	図8	図9	図10
i_{Ca}	3次	0	4.8	4.3	4.8	11.3
	5次	0	0	0.3	0	0.7
i_{Cb}	3次	0	5.9	4.3	5.9	13.8
	5次	0	0	0.3	0	0.9
i_{Cc}	3次	0	5.5	3.7	5.5	12.7
	5次	0	0	0.3	0	0.9

$$e_a = \sqrt{2} E_a \sin(\omega t)$$

$$e_b = \sqrt{2} E_b \sin(\omega t - 2\pi/3)$$

$$e_c = \sqrt{2} E_c \sin(\omega t + 2\pi/3)$$

とし, 各相の電圧実効値を表1に示した。従って, 表1のA, C, Eは零相電圧を含む不平衡正弦波電源であるが, 比較のためにB, Dは三相平衡正弦波電源とした。三相不平衡負荷はR-L回路とし, 各定数は以下のように設定した。

$$R_a = 1.06 \, \Omega, \quad R_b = R_c = 1.32 \, \Omega$$

$$L_a = 3.36 \, \text{mH}, \quad L_b = L_c = 4.20 \, \text{mH}$$

補償装置は理想的な電力変換器を想定し, シミュレーションでは図5に示すような電流源と仮定した。

表2は, シミュレーション条件A~Eにおける補償電流に含まれる高調波電流を基本波電流に対する比 [%] で示したものである。図6~10はシミュレーション波形を示し, 表2のA~Eに対応する。

〈5・2〉 従来の制御法 図6では, 負荷側の中性線電流 i_{Ln} を直接検出して補償しているので, 電源側の中性線電流 i_{Sn} を完全に補償できる。しかも電源電流 i_s には高調波成分を含まない。しかし, p_C には電源周

図6 条件Aでのシミュレーション波形

Fig. 6. Simulated waveforms in condition A.

波数の2倍の電力変動が生じ, 補償装置にはエネルギー蓄積要素を必要とする。さらに図6では, p_C には正の直流成分を含み, 補償装置から有効電力が常に流出することを意味している。実際の電圧形PWMインバータを用いた補償装置では, 直流コンデンサ電圧が減少し, 電流制御が不能となるので, 直流コンデンサ電圧の平均値 (直流成分) を検出してフィードバックし, 平均値を一定に制御する必要がある⁽²⁾。

〈5・3〉 p-q理論 図7と図8は, p-q理論を適用した場合のシミュレーション波形である。図7の $e_0 = 0$ の場合には, 零相回路の瞬時電力 $p_{C0} = e_0 \cdot i_{L0} = 0$ である。さらに, 補償装置の起動後も $p_C = 0$ であるので, 補償装置にはエネルギー蓄積要素を必要としない。し

図7 条件Bでのシミュレーション結果
Fig. 7. Simulated waveforms in condition B.

かし、シミュレーション波形からも明からように、補償電流 i_{Ca} , i_{Cb} , i_{Cc} には3次高調波電流を含む非正弦波となっている。この理由は以下のとおりである。図7の $q_{C\alpha\beta}$ には直流成分 $\bar{q}_{C\alpha\beta}$ と電源周波数の2倍の交流成分 $\tilde{q}_{C\alpha\beta}$ が含まれている。補償装置は $q_{C\alpha\beta}$ に起因する瞬時無効電力を完全に補償しているので、 $\tilde{q}_{C\alpha\beta}$ も補償している。式(29)に $p_{C0} = p_{C\alpha\beta} = 0$, $q_{C\alpha\beta} = \bar{q}_{C\alpha\beta}$ を代入すると、補償電流 i_{Ca} , i_{Cb} には3次高調波電流を含むことがわかる。従って、ローパスフィルタを用いて $q_{C\alpha\beta}$ を $\bar{q}_{C\alpha\beta}$ と $\tilde{q}_{C\alpha\beta}$ に分離し、 $\tilde{q}_{C\alpha\beta}$ のみを補償するようすると、補償電流と電源電流は完全な正弦波となる。

図8の $e_0 \neq 0$ の場合においても補償装置の起動後は $i_{Sn} = 0$ となり、電源側の中性線電流を完全に補償でき

図8 条件Cでのシミュレーション結果
Fig. 8. Simulated waveforms in condition C.

る。しかも $p_C = 0$ となる。これは、 p_{C0} を打ち消すように $p_{C\alpha\beta}$ を制御した結果であり、補償装置にはエネルギー蓄積要素を必要としない。しかし、図7では電源電流と補償電流は基本波電流と3次高調波電流しか含まないが、図8では3次高調波電流に加えて5次などの奇数次高調波電流を含む。この理由は、式(36)と式(37)の右辺の分母 $e_{\alpha\beta}^2$ が、図7の ($E_a = E_b = E_c$) の場合には一定の直流成分のみであるが、図8の ($E_a = E_b \neq E_c$) の場合には電源周波数の2倍の交流成分を含むためである。

〈5・4〉 クロススペクトル理論 図9と図10は、クロススペクトル理論を適用した場合のシミュレーション波形である。図9は $e_0 = 0$ の場合である。〈4・3〉節で述べたように、p-q理論の図7とクロススペクトル理論の図9

図9 条件Dでのシミュレーション結果

Fig. 9. Simulated waveforms in condition D.

図10 条件Eでのシミュレーション結果

Fig. 10. Simulated waveforms in condition E.

は、シミュレーション波形が完全に一致している。図10の $e_0 \neq 0$ の場合には、補償装置の起動後も $i_{Sn} \neq 0$ となり、中性線電流を完全に補償できない。残留する中性線電流は i_{Sn} は、式(16)の右辺第1項の i_{0p} に相当する。

p-q理論とクロスベクトル理論は写像行列が異なるだけであるので、 $e_0 \neq 0$ の場合においても同一の補償特性を得ることができる。そこで、クロスベクトル理論を適用した式(40)~(43)の制御法を以下のように修正する。

$$p_C = 0 \quad \dots\dots\dots (47)$$

$$q_{C0} = q_{L0} \quad \dots\dots\dots (48)$$

$$i_{C0} = i_{L0} \quad \dots\dots\dots (49)$$

式(42)と式(43)の補償条件を式(49)に変更したため、補償装置の瞬時虚電力 q_{C0} , $q_{C\alpha}$, $q_{C\beta}$ については、式(14)からの制約条件

$$e_0 \cdot q_{C0} + e_\alpha \cdot q_{C\alpha} + e_\beta \cdot q_{C\beta} = 0 \quad \dots\dots\dots (50)$$

を満足する必要がある。式(38)と式(47)~(50)から補償電流 i_{C0} , $i_{C\alpha}$, $i_{C\beta}$ を導出すると、これらは式(35)~(37)に完全に一致し、図8と同一のシミュレーション波形が得られる。このように、p-q理論とクロスベクトル理論には本質的な差異はない。

6. むすび

三相四線回路のp-q理論とクロスベクトル理論は、写像行列が異なるだけで、どちらが「正しい」か、どちらが「間違っている」というのではなく、どちらも三相四線回路に適用できる瞬時電力理論である。両理論は零相回路の取り扱いに特徴があり、目的・用途に応じて使い分ける必要がある。クロスベクトル理論では「各相をすべて対等」と考えているので、 $a-b-c$ 座標系での応用に適している。これに対して、p-q理論では「零相は $\alpha-\beta$ 相とは独立した単相回路」と考えているので、 $0-\alpha-\beta$ 座標系での応用に適している。しかし、零相電圧を含まない三相四線回路($e_0 = 0, i_0 \neq 0$)では、零相電流 i_0 については両理論の解釈が異なるが、 α 相と β 相の瞬時有効・無効電流、瞬時有効・無効電力については両理論は完全に一致する。筆者らの考えでは、零相電圧を含まない三相三線回路の瞬時電力理論においては、物理的意味が明快で、かつ工学的に有用な写像行列は式(25)しか存在しない。しかし、三相四線回路の瞬時電力理論においては、式(6)と式(13)以外の写像行列も考えられる⁽¹⁸⁾。このような新しい写像行列については、紙面の都合で稿を改めて報告する。

最後に、本研究のシミュレーションに協力いただいた岡山大学大学院修士課程橋元理君に感謝します。(平成10年11月30日受付, 平成11年5月6日再受付)

文 献

- (1) 赤木, 金澤, 藤田, 難波江:「瞬時無効電力の一般化理論とその応用」電学論B, 103巻7号, p.483-490, 1983.
- (2) 赤木, 阿藤, 難波江:「直列多重電圧形PWM変換器を用いた電力用能動フィルタの補償特性」電学論B, 106巻7号, p.563-570, 1986.
- (3) I. Takahashi, "Analysis of Instantaneous Current and Power using Space Switching Functions," *Proceeding of IEEE PESC*, pp. 42-49, 1988.
- (4) T. Furuhashi, S. Okuma and Y. Uchiyama, "A Study on the Theory of Instantaneous Reactive Power," *IEEE Trans. Ind. Elect.*, vol. 37, no. 1, pp. 86-90, 1990.
- (5) A. Ferrero and G. Superti-Furga "A New Approach to the Definition of Power Components in Three-Phase Systems under Nonsinusoidal Conditions," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 40, no. 3, pp. 568-577, June 1991.
- (6) L. Rossetto and P. Tenti, "Using AC-Fed PWM Converters as Instantaneous Reactive Power Compensators," *IEEE Trans. Power Elect.*, vol. 7, no. 1, pp. 224-229, Jan. 1992.
- (7) J. L. Willems, "A New Interpretation of the Akagi-Nabae Power Components for Nonsinusoidal Three-phase Situations," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 41, no. 4, pp. 523-527, Aug. 1992.
- (8) M. Depenbrock, D.A. Marshall and J. D. van Wyk, "Formulating Requirements for a Universally Applicable Power Theory as Control Algorithm in Power Compensators," *European Transactions on Power Engineering (ETPE)*, vol. 4, no. 6, pp. 445-455, Nov/Dec. 1994.
- (9) M. Aredes and E. H. Watanabe, "New Control Algorithms for Series and Shunt Three-Phase Four-Wire Active Power Filters," *IEEE PES Winter Meeting*, 95 WM240-2 PWRD, 1995.
- (10) P. Salmerón and J. C. Montano, "Instantaneous Power Components in Polyphase Systems under Nonsinusoidal Conditions," *IEE Proc.-Sci. Meas. Technol.*, vol. 143, no. 2, pp. 151-155, March 1996.
- (11) 石原, 森, 中川, 西島羽:「三相四線式アクティブフィルタの開発」電気学会半導体電力変換研究会, SPC-96-128, 1996.
- (12) 吉田, 中川, 北村, 岩谷:「負荷で発生する高調波・無効電力から電源の品質を守る多機能高調波抑制装置(アクティブフィルタ)」明電時報, 通巻262号, no. 5, pp. 13-17, 1998.
- (13) 戸賀澤, 村瀬, 中野, 難波江:「クロスベクトル理論による無効電力補償」電学論D, 114巻3号, p. 340-341, 1994.
- (14) 村瀬, 戸賀澤, 中野, 難波江:「中性線電流分離合成法による無効電力補償」電学論D, 114巻7/8号, p.800-801, 1994.
- (15) A. Nabae, H. Nakano and S. Togasawa, "An Instantaneous Distortion Current Compensator Without Any Coordinate Transformation," *Proceeding of IEEE International Power Electronics Conference-Yokohama*, pp.1651-1655, 1995.
- (16) A. Nabae, L. Cao and T. Tanaka, "A Universal Theory of Instantaneous Active-Reactive Current and Power Including Zero-Sequence Component," *Proceeding of 7th International Conference on Harmonics and Quality of Power*, pp. 90-95, Oct. 1996.
- (17) F. Z. Peng and J. S. Lai, "Generalized Instantaneous Reactive Power for Three-Phase Power Systems," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 45, no. 1, pp. 293-297, Feb. 1996.
- (18) H. Kim and H. Akagi, "The Instantaneous Power Theory Based on Mapping Matrix in Three-Phase Four-Wire Systems," *Proceeding of IEEE/IEEJ Power Conversion Conference-Nagaoka*, pp. 361-367, 1997.

赤木 泰文 (正員) 1951年8月19日生。79年3月東京工業大学大学院博士課程電気工学専攻修了, 工学博士。同年4月長岡技術科学大学工学部電気系助手, 84年10月同助教授。91年8月岡山大学工学部電気電子工学科教授。パワーエレクトロニクスの研究に従事。85年, 91年, 97年電気学会論文賞。91年IEEE IAS Society Prize Paper Award。99年IEEE PELS Transactions Prize Paper Award。IEEE IAS Committee Prize Paper Awardsを7回受賞。96年IEEE Fellow。98年Distinguished Lecturer of IEEE IAS and PELS。

小笠原 悟司 (正員) 1958年7月27日生。83年3月長岡技術科学大学大学院電気電子システム工学専攻修士課程修了。同年4月同大学工学部電気系助手, 92年8月岡山大学工学部電気電子工学科助手, 93年4月同助教授, 現在に至る。工学博士。パワーエレクトロニクスの研究に従事。96年, 97年IEEE IAS Committee Prize Paper Awards。99年IEEE PELS Transactions Prize Paper Award。IEEE

Senior Member.

Hyosung Kim (Non-Member) He was born in Seoul, Korea on Oct. 20, 1958. He received the B.S. and M.S. degrees from Seoul National University in 1981 and 1983, and the Ph.D degree from Chungbuk National University in 1995, respectively, all in electrical engineering. He is currently an Associate Professor in the department of control and measurement in Cheonan Technical College, Cheonan, Korea. He was a visiting researcher at Okayama University from February of 1996 to March of 1997. His research interest includes static power conversion.