銅損と鉄損を考慮した集中巻永久磁石モータの出力評価

正員 大西和夫 (日本サーボ)

Output Evaluation of Non-Lap Winding Permanent Magnet Motors
Based on Copper and Iron Losses

Kazuo Ohnishi (Japan Servo Co., Ltd.)

Abstract: In this paper, an evaluation factor of permanent magnet motors is enhanced by accounting effects of copper and iron losses as well. A new evaluation factor k_M is obtained by the product of an old motor constant k_{MC} and a modification factor k_a which is calculated from iron loss ratio.

Next, the evaluation method is applied to permanent magnet motors with non-lap concentric windings. The results show that an improvement by increase of magnetic flux is reduced under consideration of iron losses and the evaluation factor k_M is rapidly saturated over 0.7 tesla in air-gap magnetic induction.

キーワード：永久磁石モータ，出力トルク評価，非ラップ集中巻，鉄損，銅損（ permanent magnet motor, output torque evaluation, non-lap concentric winding, iron loss, copper loss ）

1. まえがき

近年，永久磁石材料と半導体技術の進歩とも相俟って，永久磁石モータが各分野に広く使用されている。この種の小形モータは，コストと応用上の要求もあって，大形モータとは異なった各種の構造が開発されており，最適な形に納まっているとはいいがたい。そこで，モータを使う立場でも，また作る立場でも各種のモータ構造の優劣を評価するための基準または指標が要求されている。

筆者は，先に永久磁石モータの出力トルクに関する評価指標の一般式を導いて各種構造の得失を論じ，特に小形機で多用されている非ラップ集中巻固定子を対象にしてトルクを最大にする諸元の決定法について検討した⁽¹⁾。ここでは，小形モータの損失の大半を占める銅損だけを取りあげて考察したが，高速または高周波で動作する場合には鉄損が大きくなり，その影響を無視できない。

そこで，今回銅損に加えて鉄損の影響を考慮した出力評価を試みた。なお，他の損失として機械損も考えられるが，これはモータ特性を左右する設計諸元とはあまり関係ないので，比較評価する立場からみると省略しても差し支えないと考えられる。鉄損は，鉄心材料や使用する条件によって大きく変化するので，これらを直接対象にして考察することも可能であるが，ここでは前論文の考え方を踏襲し，銅損のみを考慮した評価指標を鉄損の占める割合の変化によって修正する手法を採用した。この結果，一応所期の目的を達成することができたので，概要を報告する。なお，

具体的な計算による検討は，前回と同じ非ラップ集中巻構造の表面磁石形モータを対象にして行った。

2. モータ構造と基本式の誘導

〈2.1〉 発生トルク 永久磁石が主役になるモータとして，同期モータ，DCブラシ付モータ，DCブラシレスモータおよびステッピングモータなどが挙げられる。これらの機種は通電制御の方法によって機種が分かれるが，原理上すべて同期モータに属していると考えられるので，ここでは一般性を持たせるために図1に示すような同期モータについて考察を進めることにする。

また簡単のため，磁束は次式のように正弦波的にコイルに鎖交するものとする。

ここに， ϕ ：コイル鎖交磁束， p ：極対数， θ ：回転機械角である。

$$\phi = \Phi \cos p\theta \quad \dots\dots\dots (1)$$

発生トルクには，電流と磁石磁界によって発生するトルク（電磁トルク）のほかに，磁石のみによるコギングトルク

図1 永久磁石モータの基本構成
Fig. 1. Basic Structure of Permanent Magnet Motor

と電流のみによるレクタンストルクが存在するが、通常の表面磁石構造においては後の二つは比較的小さい。従って、ここではこれらを無視することにする。また各巻線には、角周波数 ω , 実効値 I_e の平衡3相交流が流れるとすると、最大発生トルク T_M は次式で表される。

$$T_M = k_T I_e \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$k_T = mn p \Phi / \sqrt{2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

なお、 k_T :トルク定数、 m :相数、 n :相巻線数である。

〈2.2〉鉄損を考慮した場合の評価指標 前の論文⁽¹⁾ではトルクに比例する評価指標として次に示すモータコンスタントを導いた。

$$k_{MC} = \frac{T_M}{\sqrt{W_C}} = \frac{k_T}{\sqrt{m R_1}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

なお、この場合は銅損しか考慮していないため、前論文の記号 k_M の代わりに k_{MC} を用いて区別した。

この導出は本論文の考え方のベースになるため、以下にその骨子を示す。銅損 W_C は次式で表される。

$$W_C = m R_1 I_e^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

また、1相分の抵抗 R_1 はスロットの総断面積を S_T 、占積率 f_s 、単位コイルの平均長 l_1 、導体の固有抵抗 ρ として、

$$R_1 = \frac{2 m n^2 \rho l_1}{f_s S_T} \quad \dots\dots\dots (6)$$

上記 k_T 、 R_1 を(4)式に代入することによって、トルクの評価指標であるモータコンスタントを求めることができる。

$$k_{MC} = \frac{p \Phi}{2} \sqrt{\frac{f_s S_T}{\rho l_1}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

そこで本論文の主題に移る。銅損に加えて鉄損を考慮に入れると、全損失は銅損 W_C と鉄損 W_I の和になる。

$$W = W_C + W_I \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここでは、銅損 W_C の代わりに全損失 W を用いて(4)式を拡張して、次式で新しい評価指標 k_M を定義する。

$$k_M = \frac{T}{\sqrt{W}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

なお、 T は負荷に供給する出力トルクである。

(9)式を書き換えると

$$T = k_M \sqrt{W} \quad \dots\dots\dots (10)$$

となり、放熱条件が等しく許容損失が一定とみなされる同一構造の場合には、許容トルクは評価指標 k_M に比例する。

〈2.3〉鉄損の処理法 次に、問題の鉄損を表すモデル式について考察する。鉄損は、通常ヒステリシス損と渦電流損に分けて次式のように表される⁽²⁾。

$$W_I = (k_H f_1 B_1^a + k_E f_1^2 B_1^2) V_I \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 a 、 k_H 、 k_E は定数、 B_1 、 f_1 は鉄心中の磁束の密度と周波数、 V_I は鉄心の重量である。 a の値は、従来1.6も

用いられるが、実用範囲の比較的大きい磁束密度では、2.0が適当と言われるので⁽³⁾、ここでは後者を採用する。この他、鉄損は回転磁界や機械的歪みの影響を受けるが、ここでは計算を簡単にするために大筋をはずれない形にとどめ、次式で計算できるものと仮定する。

$$W_I = k_I B_1^2 \omega_I^b V_I \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 k_I 、 b は鉄心材料によって定まる定数である。この式は、(11)式のヒステリシス損と渦電流損を併合した形になっているので、 b は1.0と2.0の間の数値である。角周波数 ω_I は、モータの回転角速度を ω として次式で与えられる。

$$\omega_I = p \omega \quad \dots\dots\dots (13)$$

同期モータにおいては、鉄損は主としてモータの回転に伴う磁束の変化によって生じるので、発生したトルクが鉄損のエネルギーと外部負荷の駆動との両方に消費されると考えることができる。すなわち、全発生トルク T_M は負荷トルク T と鉄損トルク T_I の和になる。

$$T_M = T + T_I \quad \dots\dots\dots (14)$$

鉄損に対応するトルク T_I は次式で求められる。

$$T_I = W_I / \omega = k_I B_1^2 p^b \omega^{b-1} V_I \quad \dots\dots\dots (15)$$

電流は、これをトルク定数で割って計算すればよい。

$$I_e = T_M / k_T \quad \dots\dots\dots (16)$$

以上の関係式から T と W を計算して(9)式に入れることによって、評価指標 k_M を求めることができる。

3. 鉄損を考慮した場合の評価指標の計算

〈3.1〉鉄損モデル定数 鉄損を(12)式で近似する場合、定数 k_I 、 b を決定しなければならない。モータに使用可能な無方向性珪素鋼板数種類(厚さ0.35, 0.5mm)についてメーカの鉄損曲線資料より計算した結果、 b は1.36～1.53の間であった。そこで、平均的な値として $b = 1.45$ を採用した。 k_I は鉄板のグレードに比例して大きく変化するので、ここでは相対的な値として処理することにする。

〈3.2〉鉄損算入の方法 計算では特定材料の定数を使用することも可能であるが、一般性を保つ意味から、基準条件において特定の割合になるように設定した鉄損を持つ材料を使用するものとして評価指標 k_M を求めることにする。

まず、基準条件における鉄損 W_I が全損失に占める割合を α とする。

$$W_I = \alpha W \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここでは、全損失 W が許容される一定値という前提のもとに議論を進めているので、許容される銅損は次式となる。

$$W_C = (1 - \alpha) W = \frac{1 - \alpha}{\alpha} W_I \quad \dots\dots\dots (18)$$

また、鉄損トルク T_I の出力トルク T に対する割合を β とする。なお、この β は後で(29)式により決定される。

$$T_l = \beta T \quad \dots\dots\dots (19)$$

次に、(5)式に上記関係式を入れると、次式が成立する。

$$(1-\alpha)W = mR_l \left(\frac{T+\beta T}{k_T} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (20)$$

これより T を解くと、次式が導かれる。

$$T = k_{MC} \frac{\sqrt{1-\alpha}}{1+\beta} \sqrt{W} \quad \dots\dots\dots (21)$$

(10)式と比較して、評価指標 k_M は次のようになる。

$$k_M = k_a k_{MC} \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$k_a = \frac{\sqrt{1-\alpha}}{1+\beta} \quad \dots\dots\dots (23)$$

これより、評価指標 k_M は、鉄損を考慮しない場合の k_{MC} に係数 k_a を乗ずればよいというシンプルな関係式となる。

ここで、 α は W が一定のため(12)式で計算した鉄損値の変化の割合になる。いま、対象とする鉄損の基準鉄損 W_0 に対する比を γ とすると、 α は次式のようになる。

$$\alpha = \gamma \alpha_0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\gamma = \frac{W_l}{W_0} = \frac{T_l \omega}{T_{l0} \omega_0} \quad \dots\dots\dots (25)$$

添字 0 は、基準状態における値を意味する。一方 β は、(19)式から以下のようにして計算式が誘導される。

$$T = k_a k_{MC} \sqrt{W} \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$T_l = \gamma \frac{\omega_0}{\omega} T_{l0} = \gamma \frac{\omega_0}{\omega} \beta_0 k_{a0} k_{MC0} \sqrt{W} \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\beta = \frac{T_l}{T} = \frac{\gamma \omega_0 k_{a0} k_{MC0}}{\omega k_a k_{MC}} \beta_0 = \frac{\lambda}{k_a} \beta_0 \quad \dots\dots\dots (28)$$

これに(23)式を入れ、 β について解くと次式が得られる。

$$\beta = \frac{\lambda \beta_0}{\sqrt{1-\alpha} - \lambda \beta_0} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\lambda = \frac{\gamma \omega_0 k_{a0} k_{MC0}}{\omega k_{MC}} \quad \dots\dots\dots (30)$$

なお、効率 η は α と β を用いて次式のように表される。

$$\eta = \frac{\omega T}{\omega T + \omega T_l + W_c} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad \dots\dots\dots (31)$$

4. 非ラップ集中巻永久磁石モータへの適用

小形モータ設計の実際には、外形寸法が与えられてその中で最大の出力を得る構造を見いだすことが重要である。ここでは、小形ブラシレスモータに適する非ラップ集中巻構造について、磁石性能に対する依存度の大きい空隙磁束密度を基準にして鉄心構造と出力評価指標との関係を計算し、最適設計問題へのアプローチを試みる。

図2に代表的な非ラップ集中巻永久磁石モータの構造を示す。ここでは、文献(1)と同じ(a)の構造を対象にして、寸法変更に伴う評価指標の変化を前章の手法で計算する。

図3は、鉄心歯磁束密度をパラメータにして空隙磁束密度と回転子外径を変化させ、 k_M の最大値とそれに対応する諸元を求めるプログラムの概略構成である。銅損評価による k_{MC} の計算と、それに鉄損を考慮して求めた修正係数 k_a を乗じて評価指標 k_M を計算している。

(a) Inner Magnet Type (b) Outer Magnet Type

図2 非ラップ集中巻多相巻線

Fig. 2. Non-Lap Concentrated Polyphase Windings

図3 k_M の計算手順 (PAD)

Fig. 3. Calculation Procedure of k_M (PAD)

<4.1> 寸法変化に対する k_{MC} の計算 対象とする非ラップ集中巻永久磁石モータの寸法記号を図4に示す。簡単のため、次の関係式が成立するものと仮定する。

$$l_y = k_y t, \quad l_b = k_b t \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$B_y = B_t / k_y, \quad B_b = B_t / k_b \quad \dots\dots\dots (33)$$

また極チップ部分は、図の破線で示すように厚さが l_p からスリット中央部で0となるような三角形とし、磁束密度は歯中央部と同じ B_t 一定であると仮定する。

図4 非ラップ巻線モータのパラメータ
Fig. 4. Parameters of Non-Lap Winding Motor

さらに、計算に当たって以下の項目を仮定する。

- (1) 鉄心歯部の最大磁束密度を任意の値 B_i に固定する。
- (2) 空隙磁束密度は、電気角度で正弦波状に分布する。

$$B_g = B_{gm} \cos(p\theta) \quad \dots\dots\dots (34)$$

- (3) 鉄心の歯に入る磁束は、スリットを含めた角度 $2\beta_s$ と積厚 L の間の空隙磁束密度の積分値とする。

$$\begin{aligned} \Phi &= 2L \int_0^{\beta_s} B_{gm} \cos(p\theta) r_g d\theta \quad \dots\dots\dots (35) \\ &= 2L r_g B_{gm} \sin(p\beta_s) / p \end{aligned}$$

仮定 (1) によって次式が成立する。

$$t = \frac{\Phi}{2LB_i} \quad \dots\dots\dots (36)$$

巻線スロットの総断面積は、図で r_U と r_L で囲まれたリング帯から歯部 ($2tl$) を差し引いた面積であるとする。

$$S_T = \pi(r_U^2 - r_L^2) - 2tl_n_s \quad \dots\dots\dots (37)$$

Φ と S_T を (7) 式に代入して k_{MC} を計算することができる。

<4.2> 鉄損を考慮した k_a の計算 前章で述べたように、ここではある任意の基準条件において α と β を設定し、寸法変更によるそれらの変化から修正係数を計算する方法を採用する。

図5に計算手順を示す。()内は関係式の番号である。ここでは、全許容損失を一定とし、かつ磁性材料内の最大磁束密度をパラメータとして寸法を決めているので、鉄損の比が磁性材料の重量の比となり、このように比較的簡単な手順になる。重量は、歯 V_i とチップ V_p およびヨーク部 V_y に分けて次式で計算される。 δ は鉄心材料の密度である。

$$V_i = 2tl_i L n_s \delta \quad \dots\dots\dots (38)$$

$$V_p = \left\{ \left[(r_g + l_g) \pi / n_s - t \right] + 2t \right\} l_p L n_s \delta \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$V_y = \pi(r_o^2 - r_U^2) L \delta \quad \dots\dots\dots (40)$$

図5 k_a の計算手順 (PAD)
Fig. 5. Calculation Procedure of k_a (PAD)

5. 評価指標の計算結果

以上の手法を、文献 (1) と同じ寸法の構造に適用して計算を試みる。鉄損は、材料・構造等の条件によって大幅に変化するので、ここでは表1の基準状態において k_f を求めこの値を固定して (12) 式で求める。表1では、現実のモータに則して $\alpha = 0.3$, $\beta = 0.1$ とした。このとき、効率率は (31) 式より 75% となり、この寸法のモータでは妥当な値を示している。また、 $k_a = 0.76$ になるので、この場合の発生し得るトルクは鉄損を考慮しない場合の 76% に低下することになる。

以下に、鉄損を無視した場合と考慮した場合を対比させながら、永久磁石モータの設計において選択すべき各種パラメータの関係を調べることにする。

<5.1> 鉄損の有無による評価指標の変化 外径 80 mm、鉄心積厚 40 mm の永久磁石モータについて、鉄損を考慮した場合と無視した場合の計算結果を図6～図8に示す。鉄心歯の磁束密度を 1.4 T として、空隙磁束密度と磁石外径を変化させた場合の計算結果を、それぞれ磁石外径 40 mm と空隙磁束密度 0.5 T の断面で示している。

図6では、空隙磁束密度を一定にして回転子磁石の外径を変化させた場合の評価指標の他に、巻線スロットの総断面積 S_T とコイル磁束 Φ の値をあわせて示した。ロータ外径の増加とともに、 S_T が減少し Φ が増加するので、評価指標には最大点が存在する。図6より、鉄損を考慮した場合の評価指標 k_M は、当然ながら無視した場合の指標 k_{MC} より小さくなるが、それらが最大になる磁石外径はほぼ一致し、

表1 鉄損算定の基準条件

Table 1. Standard Condition for Iron Loss Estimation

項	値	項	値	項目	値
目	4	目	6.5	$2r_2^*$	40
$2p$	6	$2t^*$	1.2	f_s	0.3
n_s	80	k_y^*	0.7	α	0.3
$2r_o^*$	40	k_p^*	1.4	β	0.1

(* 単位: mm)

図6 r_2 に対する Φ , S_T , k_M の変化
Fig. 6. Variation of Φ , S_T , k_M with r_2

図7 B_{gm} に対する Φ , S_T , k_M の変化
Fig. 7. Variation of Φ , S_T , k_M with B_{gm}

鉄心外径の約2分の1になっている。

図7は、磁石外径を上記の最大値40 mmにして空隙磁束密度（実際問題としては磁石の磁束密度）を変化させた場合である。鉄損を考慮した場合の評価指標は、鉄損を考慮しない場合の B_{gm} (0.9 T) よりも小さい B_{gm} (0.7 T) で最大になっている。高磁束密度では鉄損が増加するので、当然の結果であるが、数値的に捉えられる点が本評価法の利点である。

図8は、空隙磁束密度に対して得られる最大の評価指標とそれに対応する磁石外径と鉄心歯幅を示した。鉄損を無視した場合にも空隙磁束密度とともに評価指標が飽和する傾向がみられるが、鉄損を考慮した場合はさらに顕著になり、このケースでは B_{gm} が0.7 Tを越すとほとんど評価指標の増加がなくなり、したがって出力増加も望めない状況である。これは、鉄損の小さい鉄心材料の採用によって緩和されると思われるが、設計上注目すべき点と思われる。

図9に、この場合の鉄損の割合 α と修正係数 k_a の変化の様子を示した。 B_{gm} の増加に伴って、鉄心の体積が増加するので、鉄損が増加して k_a もほぼ直線的に減少する。また k_a の低下によって発生トルクも減少するため、 B_{gm} の大きいところでは β の増加が加速する様子が見られる。

〈5.2〉 歯磁束密度変化と評価指標 同一鉄心材料を想定して、鉄心歯の磁束密度をパラメータにした場合の図8に相当する評価指標の計算値を図10に示す。図には、比較のため図8の値も再掲した。いずれの場合も、空隙磁束密度が0.7 T以上になると評価指標の増大が難しいことが分かる。また、歯磁束密度が1.8 Tのように大きくなると、評価指標が0.8 Tをピークに低下するので逆効果である。これらの数値は材料や構造にも依存するが、鉄損の割合が大きい場合には十分注意を要する問題である。

〈5.3〉 磁極数の影響 図4では磁極数4としたが、このモータは図2(a)のように8極でも動作する。そこで、8極の場合について同じ計算を行った結果が図11である。図では、空隙磁束密度0.7 Tあたりが最大になり、それ以

図8 非ラップ巻線モータの最適設計
Fig. 8. Optimum Design of Non-Lap Winding Motor

図9 鉄損比率と修正係数
Fig. 9. Iron Loss Ratio and Modification Factor

上では磁束増加は逆効果になっている。同一回転数では周波数が2倍になり、鉄損増加をもたらすためと考えられる。

図10 歯磁束密度を変更した場合の評価
Fig. 10. Evaluation on Teeth Flux Density change

〈5.4〉 回転速度の影響 ロータ外径を 40mm 一定として回転速度比を 0.5 から 2.0 まで変化して図 7 に相当する計算から、 k_M の最大値とそのときの B_{gm} を読んで、その変化を描くと図 12 のようになる。速度が高くなるほど k_M が減少し、それを得るために B_{gm} を減少させる必要のあることがわかる。

以上の計算結果において最適な空隙磁束密度が 0.7 T 程度と低めになるのは、鉄心の磁気飽和の存在と高磁束密度での鉄損増加が最大の原因であると考えることができる。

6. まとめ

主要な小形モータの母体である永久磁石同期モータについて、先に導いた銅損のみを考慮したトルク評価指標の考え方を拡張し、鉄損の影響を考慮できる新しい評価指標を導出した。これは、銅損のみで計算した指標 k_{MC} に鉄損分の修正係数 k_d を計算して乗ずるという比較的シンプルな形になる。

つぎに、この新評価指標の計算法を以前の方法と対比させながら、小形ブラシレスモータに多用されている非ラップ集中巻線形構造を対象にして適用を試みた。

計算の結果、鉄損を無視した場合に比べて、磁束量および磁束密度を上げることによる評価指標（すなわち出力トルク）向上の効果が低減されることがわかった。またこの結果、永久磁石材料については、集中巻構造の場合空隙磁束密度で 0.7 T 程度までの性能で十分であると思われる。

今後は、さらに細かい検討を進め、モータの省エネルギー化のため基礎技術を整備して行きたい。

(平成 10 年 6 月 15 日受付, 平成 10 年 10 月 29 日再受付)

文 献

- (1) 大西：「永久磁石モータのトルク評価と最適構造の検討」, 電学論 D, 115-D, 930 ~ 935 (1995-7)

図11 磁極数 2 倍 ($2p=8$) 時の最適設計
Fig. 11. Optimum Design on Doubled Pole-Number

図12 速度に対する k_M , B_{gm} の変化
Fig. 12. Variation of k_M , B_{gm} with Speed Change

- (2) リヒター (一木他訳)：「電気機械原論」, コロナ社, (1977)
- (3) 開道, 脇坂：「無方向性電磁鋼板の鉄損に及ぼす素材要因の影響」, 電学論 A, 117-A, 685 ~ 690 (1997-7)
- (4) 大西：「銅損と鉄損を考慮した集中巻永久磁石モータの出力評価」, 電気学会回轉機研究会資料, RM97-153 (1997)

大西 和夫

(正員) 58 年 3 月京都大学工学部電気工学科卒業。同年 (株) 日立製作所入社。日立研究所および本社等で回轉機とパワーエレクトロニクス関係の研究開発担当。1985 年に日本サーボ (株) に移り、現在同社常務取締役研究所長。小形モータおよび同応用製品の開発を担当。