効率重視の電流制御に向けた 突極形同期モータのベクトル信号による解析

正員 新中 新二 (神奈川大学)

A Vector-Signal-Based Analysis for Salient Synchronous Motors Oriented to Energy-Efficient Current Controls

Shinji Shinnaka, Member (Kanagawa University)

This paper consists of two main parts. The first part newly proposes a basically and commonly important mathematical model in new closed form for synchronous motors of salient pole characteristics, which indicates with clear physical meaning motor dynamics, torque generation relation and energy transfer relation in general frame. The second part extends the former model-based analytical results to the analysis of energy-efficient but desired-torque-producing current controls such as minimum current control, unity power factor current control and maximum power factor current control. New analytical methods for generating current command in real time based on torque command are given, which are essential for realizing these attractive energy-efficient control schemes. Interesting phenomena of interior states of motors occurring during the controls are also newly clarified. Analysis with clear physical meaning is carried out in general frame and most of the results are new.

キーワード：同期モータ、数学モデル、特性解析、効率、損失、電流制御

1. はじめに

サーボモータは、速応性、線形性、安定性、精度などで評価される高性能なトルク発生性能が要求される。こうした要求性能を満たすようなモータとして、誘導形及び同期形のACサーボモータが近年多用されている。サーボモータに高い性能を発揮させるには、少なくともこの駆動制御に必要な制御系を設計・構成せねばならず、この適切な設計・構成には制御対象たるモータの一般的特性はもとより、所望の制御遂行時にモータ内部が如何なる状態となるかと言った特性をも理解しておくことが望ましい⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。このためのモータ特性解析は、特性の物理的本質を明快に解き明かすような、あるいは、種々のベクトル制御系の設計に無碍なく利用できるような一般性に富むものが望ましい。

この要望に副う特性解析には、任意角速度で回転する一般座標系上で構築された数学モデルを対象にしたベクトル信号による解析が、簡潔で見通しの良い結果を与え都合がよい。誘導モータの主たる特性に関しては、既にこの種の解析が報告されている^{(1), (22)}。しかし、同期モータ、中でもトルク発生が電機子電流に対し一般には非線形となる突極形同期モータに関しては、論文、書籍等によればこれまで種々の解析が行われてはいるが^{(4)-(11), (13)-(20)}、回転子の永久磁石の主軸に同期した同期座標系（以下、本論文では第1種同期座標系と略記）に限定したスカラー的解析が中心で、上記のような趣旨でなされたベクトル信号による特性解析は、筆者の知る限りにおいてはほとんどないようである。例えば、最近のサーベイである平成8年度電学会産業応用部門全国大会シンポジウム（制御用電磁アクチュエータと駆動システム、——リラクタンストルクを有効利用し

た回転機の技術動向——）においても、所期のベクトルの特性解析あるいはこの紹介は見受けられない⁽⁶⁾。特定の同期座標系による場合、モータ内部状態としてのベクトル信号をスカラー的に平易に扱えるというメリットの代償に、元来のベクトル信号としての挙動の把握が困難になったり、解析結果の一般性が必ずしも保証されず、これが固定座標系や他の同期座標系（電機子鎖交磁束に位相差無く同期した第2種同期座標系もある⁽¹²⁾）に再解析なくして、あるいは誤りなく利用できないと言ったディメリットを負うことになる^{(5), (26)}。

サーボモータの基本性能が上述のようにトルク発生性能に集約されていることより、またモータが電気エネルギーの機械エネルギーへの変換機であることより理解されるように、所要のトルクを発生しながらエネルギー効率を追求するような電流制御は、同期モータの駆動にとって好ましいものである。このような電流制御としては、所要のトルクを発生しながら、銅損を最小とするような最小電流制御、無効電力をゼロとするような力率1制御、力率1の解のない状態で力率を最大とするような最大力率制御などが考えられる。突極形同期モータのための効率を重視した電流制御の解析に関しては、第1種同期座標系に限定したものが、電流成分の解軌道（あるいはこれと同等な電流成分の相互関係式）と共に報告されているに過ぎないようである^{(6), (10), (11)}。すなわち、応用に際し不可欠な、指令トルクに応じた具体的な指令電流の実時間生成法の開発⁽²³⁾⁻⁽²⁵⁾及び制御遂行時のモータ内部状態の解析に関してはほとんどなされていないようである。

本論文は、突極形同期モータを対象に、特性理解の要諦

は基本特性を物理的意味が明白な形で表現し得る数学モデルの構築とこれに立脚した解析にあるとの認識の下に、先ずこの種の新形式の数学モデルを解析を交えながら構築・提案し、次にこれを上記の効率を重視した電流制御へ応用・発展させるものである。突極形の同期モータの解析は、数学的には突極条件を除去することにより円筒形の同期モータの解析に帰着することが可能であり、提示の解析は、突極形、円筒形を含む同期モータの統一的解析に通じ、更には両形の特性の相違の本質も明解にできるものと期待される。また、副次的であるが、誘導モータなどの他の交流モータとの特性の類似・相違の明白化も期待される。

本論文は、以下のように構成されている。つぎの第2章では、ベクトル信号による簡明な解析に有用な数学的準備を行う。第3章では、同期モータの数学モデルを、回路方程式、トルク発生式、エネルギー伝達式の3基本式を用いて、一般座標系上でしかも新たな形式で構築・提案する。提示のモデル形式は、電機子鎖交磁束とこの電磁誘導法則を陽にかつ簡潔に表現した新形式となっている。当然のことながら構築モデルの妥当性に関する解析も行う。また数学モデル利用に際し有用と思われるモータ内部信号と有効・無効電力の関係も解析する。これら解析はモータ挙動の理解、ベクトル制御法の構築などの基本であり欠くことができない⁽¹³⁾。一般座標系による解析は、本論文で例示するように、モータ内部状態の理解に特別な威力を発揮する。また、これは、従来に捕らわれないオリエンテイトすべき磁束の選択（例えば、電機子鎖交磁束⁽¹²⁾）及びオリエンテーション法の構築（例えば、センサレス時の間接的オリエンテーション法）に自由度を与え、多様な可能性あるベクトル制御法の考案にも好都合である。

第4章では、以上の共通性に富むモデルレベルの基礎解析の成果を踏まえて、所要のトルクを発生しながらエネルギー効率を重視する上述の3種の制御のための新規な解析と、更に制御目的の実時間遂行のための電流指令の実際的な決定法を新たに提示する。提示の解析によれば、制御遂行時のモータ内部状態の様子を（例えば最小電流制御においては、電流ベクトルと磁束ベクトルの関係、リラクタンスエネルギーとマグネットエネルギーの関係、力率と直接関係した無効電力の状態などを）把握することができる。

なお、本論文では、一般性のある解析の提示に加えて、この特別解として既報の解を簡明に導出することがあることを断っておく。この目的は、提示の解析結果の正当性の検証と、従来成果のより深い理解を可能とするためである。

2. 解析のための準備

解析を簡明に遂行するため、予め若干の数学的準備を行っておく。先ず、数種の直交行列を以下のように定義する。

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$Q(\theta) = \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

この直交行列に関しては、以下の興味深い性質が成立する。

$$Q^2(\theta) = I \quad (6)$$

$$sQ(\theta) = 2(s\theta)JQ(\theta) \quad (7)$$

$$K = Q(0) \quad (8)$$

$$Q(\theta) = R(\theta)KR(-\theta) = R(2\theta)K = KR(-2\theta) \quad (9)$$

$$R(\theta_1)Q(\theta_2) = Q(\theta_2)R(-\theta_1) \quad (10)$$

$$JQ(\theta) = -Q(\theta)J = R(\theta)JKR(-\theta) \quad (11)$$

$$JK = -KJ = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\left[\alpha I + \begin{bmatrix} \beta & -\gamma \\ \gamma & \beta \end{bmatrix} Q(\theta) \right]^{-1} = \frac{\alpha I - \begin{bmatrix} \beta & -\gamma \\ \gamma & \beta \end{bmatrix} Q(\theta)}{\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2} \quad (13)$$

ただし、上記における s は微分演算子 $s = d/dt$ であり、 α, β, γ は任意スカラーを意味している。

3. 数学モデルと基礎解析

3相同期モータの挙動理解の基本となる数学モデルを構築する。一般に、数学モデルは、モータ内部の電磁気的なダイナミクスを表現した回路方程式（あるいは、状態方程式）、トルク発生との関係を表現したトルク発生式、入力電力の内部蓄積エネルギー、軸出力機械エネルギー等への変換関係を表現したエネルギー伝達式の整合性ある3基本式から構成される。ここでは、これを一般座標系上で、しかも電機子鎖交磁束とこの電磁誘導法則を陽にかつ簡潔に表現した新規な形式で与える。また、エネルギー伝達の解析に關係して、モータの挙動理解に有用な有効電力と無効電力の關係も明らかにする。

上記の遂行に際し、以下の仮定を設ける。

- (a) 永久磁石自体による磁束は、正弦波である。
- (b) 電流、磁束の高調波成分は無視できる。
- (c) 磁気回路の飽和特性などの非線形特性は無視できる。
- (d) 鉄損の影響は無視できる。

直交座標系としては、図1のような任意の瞬時角速度 ω で回転している一般座標系を考える（主軸を d 軸、副軸を q 軸とする）。このときの角速度 ω の正負の關係は、 d 軸から q 軸への回転を正とする。また、3相同期モータの回転子は電気角速度 ω_{2n} で回転し、 $N-S$ 極が構成する主軸と一般座標系的主軸である d 軸に対しある瞬時では相対的に角度 θ を形成しているものとする。座標軸及び回転子の角

図1 任意角速度 ω で回転する直交ベクトル基底
Fig. 1 Orthonormal vector basis of arbitrary angular velocity ω

速度は、共に固定子からみた絶対的な角速度である。したがって、これらの間には次の関係が成立する。

$$s\theta = \omega_{2n} - \omega \quad (14)$$

< 3. 1 > 回路方程式(第1基本式)

数学モデルの第1基本式としての回路方程式は、前期仮定の下では、任意角速度をもつ一般座標系をベクトル基底とするならば、電機子鎖交磁束とこの電磁誘導法則を陽にかつ簡潔に表現した次の新規な形式で構築することができる。

$$v = R i + [sI + \omega J] \phi \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_i + \phi_m \\ &= [L_a I + L_b Q(\theta)] i + \phi_m \end{aligned} \quad (16)$$

$$\phi_m = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} ; \Phi = \text{const} \quad (17)$$

ここに、 v, i, ϕ は上記基底上で定義されたモータの内部状態を示す 2×1 のベクトルであり、それぞれ電機子電圧、電機子電流、電機子鎖交磁束を意味している。また、 R は電機子巻線抵抗である。

交流モータは一般に固定子は同一であり回転子によって特色づけられる。換言するならば、数学モデル的には、(15)式における電機子鎖交磁束 ϕ の構成こそが交流モータとしての同期モータを特色づけ、すなわち本質を示すものとなっている。(16)式が示すように、これは電機子電流による鎖交磁束 ϕ_i と回転子に装着された永久磁石による鎖交磁束 ϕ_m とにより構成されている。更に ϕ_i は、2種の電機子インダクタンス L_a, L_b を通じて発生されており、後者による磁束は空間依存特性を有している。本論文では、この空間依存性を $Q(\theta)$ を用いて表現している。なお、 $L_b \neq 0$ による空間依存特性は磁気抵抗の非一様性に起因して生じた突極特性そのものである。従って、(15)~(17)式を始め以下の諸関係式は、 $L_b = 0$ とする場合には円筒形モータの関係式となる。

数学モデルの第1基本式として(15)~(17)式に提示した新形式の回路方程式は、藍原らの提示の回路方程式とも⁽⁵⁾、竹下らの提示による γ 回路方程式とも⁽²⁷⁾ 異なっている。(15)~(17)式の第一段の正当性を、この詳細な導出に代

わって、第1種同期座標系上及び固定座標系上の従来の回路方程式が(15)~(17)式の特別な場合として簡単に得られることにより示す。

(a) 第1種同期座標系上の回路方程式

本同期座標系では、明らかに次の関係が成立する。

$$\theta = 0, \quad \omega = \omega_{2n} \quad (18)$$

$$\phi_m = \begin{bmatrix} \Phi \\ 0 \end{bmatrix} ; \Phi = \text{const} \quad (19)$$

上の関係を(15)~(17)式に用いると、次の周知の回路方程式が得られる^{(5)~(11), (27)}。

$$\begin{aligned} v &= R i + [sI + \omega_{2n} J] \left[[L_a I + L_b K] i + \begin{bmatrix} \Phi \\ 0 \end{bmatrix} \right] \\ &= \begin{bmatrix} R + sL_d & -\omega_{2n} L_q \\ \omega_{2n} L_d & R + sL_q \end{bmatrix} i + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{2n} \Phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

ただし、

$$\begin{bmatrix} L_d \\ L_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_a \\ L_b \end{bmatrix} \quad (21)$$

(b) 固定座標系上の回路方程式

一般座標系の回転速度 ω をゼロに選定する場合を考える。

この場合には、次の関係が成立する。

$$\omega = 0, \quad s\theta = \omega_{2n} \quad (22)$$

上の関係を(15)~(17)式に使い、(7)式の関係に注意すると、大谷らが回転子のマグネットの初期位置推定に関連して導出した回路方程式と同等の次式が得られる⁽²¹⁾。

$$\begin{aligned} v &= [RI + 2\omega_{2n} L_b J Q(\theta)] i \\ &\quad + [L_a I + L_b Q(\theta)] s i + \omega_{2n} \Phi \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

以上の検証より、(15)~(17)式に提示した新形式の回路方程式は一応の正当性を有していることが理解される。

< 3. 2 > トルク発生式(第2基本式)

サーボモータの基本性能の一つは、トルク制御性能にある。数学モデルを構成する第2基本式としてのトルク発生式は、すなわち同期モータの回転子に発生するトルク関係式は、極対数を N_p とすると、フレミングの左手則を表現した次式で与えることができる。

$$\tau = N_p i^T J \phi \quad (24)$$

上式に(16)式で定義した電機子鎖交磁束を代入すると一般座標系上で成立するトルク関係式を得ることができる。すなわち、

$$\tau = N_p \left(i^T J \phi_m + L_b i^T J Q(\theta) i \right) \quad (25)$$

上式右辺の第1項、第2項は、それぞれマグネットトルク、リラクタンストルクを示している。上式は、明らかに $L_b \neq 0$ の場合には発生トルクは電流に対し非線形の関係にあることを示している。

(24)、(25)式の一応の正当性は、これに(18)、(19)式の条件を用いることにより、第1種同期座標系での次の周知の関係式が得られることより検証することができる⁽⁴⁾⁻⁽¹¹⁾。

$$\tau = N_p(\Phi + 2L_b i_d) i_q = N_p(\Phi + (L_d - L_q) i_d) i_q \quad (26)$$

< 3. 3 > エネルギー伝達式(第3基本式)

モータは、電気エネルギーの機械エネルギーへの変換機でもある。入力された電気エネルギーが如何に機械エネルギーに変換されるか、あるいは損失として消耗されるかを表現したエネルギー伝達式は、数学モデルの第3基本式を構成するものであり、モータの挙動の理解において、またモデルの正当性の検証において不可欠である^{(22)、(29)}。特に、最小損失制御、最大力率制御と言った効率重視のモータ駆動においては、重要である。本節では、これを構築する。

外部より印加される瞬時エネルギー(瞬時有効電力)は、電機子電流と電圧の内積で与えられる^{(1)、(22)、(29)}。これは、提示の回路方程式では、(15)式より

$$\begin{aligned} p_{ef} &= i^T v = i^T [R i + [sI + \omega J] \phi] \\ &= R \|i\|^2 + i^T [sI + \omega J] \phi \\ &= R \|i\|^2 + i^T [sI + (\omega - \omega_{2n}) J] \phi + \omega_{2n} i^T J \phi \end{aligned} \quad (27)$$

上式の右边第2項は、提示の(16)式を用いて置換し、(7)式の関係に注意して整理すると、

$$\begin{aligned} &i^T [sI + (\omega - \omega_{2n}) J] \phi \\ &= i^T [sI + (\omega - \omega_{2n}) J] \phi_i \\ &= i^T [(\omega_{2n} - \omega) L_b J Q(\theta) i + [L_a I + L_b Q(\theta)] s i] \\ &= \frac{L_a}{2} s \|i\|^2 + \frac{L_b}{2} i^T [2(\omega_{2n} - \omega) J Q(\theta) i + 2Q(\theta) s i] \end{aligned} \quad (28)$$

(7)式を再度利用すると次式に整理される。

$$\begin{aligned} i^T [sI + (\omega - \omega_{2n}) J] \phi &= \frac{L_a}{2} s \|i\|^2 + \frac{L_b}{2} s (i^T Q(\theta) i) \\ &= \frac{s}{2} (i^T \phi_i) \end{aligned} \quad (29)$$

一方、(27)式の第3項は、(24)式に提示したトルク発生式を用いると次式に整理される。

$$\omega_{2n} i^T J \phi = \omega_{2n} \tau \quad (30)$$

ここに、 ω_{2n} は次式で定義される回転子の機械角速度である。

$$\omega_{2n} = \frac{\omega_{2n}}{N_p} \quad (31)$$

(29)、(31)式の関係を用いると、閉じた形(すなわち、完結した形)での瞬時エネルギーの関係を示したエネルギー伝達式が新たに得られる。すなわち、

$$\begin{aligned} p_{ef} &= i^T v = R \|i\|^2 + \frac{s}{2} (i^T \phi_i) + \omega_{2n} \tau \\ &= R \|i\|^2 + \left(\frac{L_a}{2} s \|i\|^2 + \frac{L_b}{2} s (i^T Q(\theta) i) \right) + \omega_{2n} \tau \end{aligned} \quad (32)$$

上式左辺は瞬時電気入力(瞬時有効電力)であり、これに対し、右边第1項は瞬時銅損(2次形式で正)を、第2項はモータ内のインダクタンスに蓄積された電磁エネルギーの瞬時変化を示している。第3項は回転子軸から出力される瞬時機械エネルギー(正負、正負は力行回生に対応)をそれぞれ意味している。

当然のことながら、モータ内部の電磁エネルギーは常に正でなくてはならないが、これは、(9)式を用いると次のように正定2次形式として評価することにより確認される。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (i^T \phi_i) &= \frac{L_a}{2} \|i\|^2 + \frac{L_b}{2} i^T Q(\theta) i \\ &= \frac{L_a}{2} \|i\|^2 + \frac{L_b}{2} [R(-\theta) i]^T K [R(-\theta) i] \\ &= [R(-\theta) i]^T \begin{bmatrix} L_a/2 & 0 \\ 0 & L_b/2 \end{bmatrix} R(-\theta) i \geq 0 \end{aligned} \quad (33)$$

この微分値は正負の値をとることになるが、この正負はエネルギーの蓄積、放出に対応している。

なお、(27)式は電機子磁束に関連したエネルギーの内部電磁エネルギーと機械エネルギーとへの分離の様子を、また(28)、(29)式は機械エネルギーに寄与したマグネット磁束 ϕ_m が内部電磁エネルギーに寄与しない様子と空間依存性を有する内部エネルギーの評価とを、一般座標系上で表現したものとなっている。

(33)式の内部電磁エネルギーが一定の状態では、(32)式の第2項は消滅し、これは、(24)、(30)式を用いて次のように整理することもできる。

$$\begin{aligned} p_{ef} &= i^T v = R \|i\|^2 + \omega_{2n} \tau \\ &= R \|i\|^2 + \omega_{2n} i^T J \phi \end{aligned} \quad (34)$$

(32)式に示した閉じた形(すなわち、意味不明瞭な項を有しない形)のエネルギー伝達式は、導出過程より明白のように前述の回路方程式、トルク発生式より得られており、3基本式が整合性を有していることは明白である。この整合性は、提示した数学モデルが少なくとも数学レベルで正当性を有していることを示している。

(注1) (34)式が成立するための内部電磁エネルギーが一定である条件は、第1種同期座標系上では、(33)式より次式のように評価される。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (L_a i_d^2 + L_q i_q^2) &= \text{const} \\ \begin{bmatrix} i_d & i_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_a s i_d & L_q s i_q \end{bmatrix}^T &= 0 \end{aligned}$$

(注2) エネルギー伝達の解析の重要性は、他の交流モータに関しても同様である^{(1)、(13)、(22)、(29)}。ただし、交流モータが回転子の構造によって特色づけられるように、これによってエネルギー伝達の様子は異なる^{(22)、(29)}。このため、実際性のある具体的解析には回転子の構造・特性に即したものが求められる。文献(13)には、回転子に電気回路をもつある種の交流モータ(誘導モータ?)に対する解析が示されている。

< 3. 4 > 有効電力と無効電力

(27)式の瞬時有効電力に対し、瞬时无効電力を次のように定義することができる。

$$p_{re} = i^T J^T v = i^T J^T [Ri + [sI + \omega J]\phi] \\ = i^T J^T s\phi + \omega i^T \phi \quad (35)$$

瞬時有効電力と瞬时无効電力に関しては、次の瞬時皮相電力との関係が成立する。

$$(\|i\|\|v\|)^2 = (i^T v)^2 + (\omega i^T \phi)^2 \quad (36)$$

(35)式に提示した瞬时无効電力は、固定座標系では(22)式を用い次のように評価され、

$$p_{re} = i^T J^T v = i^T J^T s\phi \quad (37)$$

第1種同期座標系では(18)、(19)式の関係を用い次のように評価される。

$$p_{re} = i^T J^T v \\ = (i_d(sL_q i_q) - i_q(sL_d i_d)) + \omega_{2n}((L_d i_d + \Phi)i_d + L_q i_q^2) \quad (38)$$

電機子鎖交磁束が $\|\phi\| = \text{const}$ なる状態では、一般座標系上の瞬时无効電力は以下のように評価される。

$$p_{re} = (\omega_{2n} - \omega) i^T J^T J\phi + \omega i^T \phi = \omega_{2n} i^T \phi \quad (39)$$

無効電力は(36)式に示したように有効電力との双対を形成する。また、 $\|\phi\| = \text{const}$ なる状態では機械出力と双対を形成するという興味深い性質を有している。すなわち、

$$(\omega_{2n} \|\phi\|)^2 = (\omega_{2n} i^T J\phi)^2 + (\omega_{2n} i^T \phi)^2 \quad (40)$$

上記のような双対性の明白な把握は、一般座標系上での解析のメリットであろう。

(注3) 第1種同期座標系上では、(39)式を達成する $\|\phi\| = \text{const}$ なる状態条件は次のように評価される。

$$(L_d i_d + \Phi)^2 + (L_q i_q)^2 = \text{const} \\ \begin{bmatrix} L_d s i_d & L_q s i_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_d i_d + \Phi & L_q i_q \end{bmatrix}^T = 0$$

また、(39)式は(38)式より次の状態条件でも得られる。

$$\begin{bmatrix} L_d s i_d & L_q s i_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_q & i_d \end{bmatrix}^T = 0$$

$i_d = \text{const}, i_q = \text{const}$ の定常状態であれば、これら及び注1の状態条件は共に満足される。

4. 効率重視の電流制御への展開

前章に示した数学モデルを中心とした成果を踏まえて、効率を重視した電流制御時の内部状態の解析と制御目的の実時間遂行のための電流指令の具体的決定法とを新規に提示する。

< 4. 1 > 最小電流制御

本制御問題は、一定の指令トルク $\tau/N_p = c$ が与えられ

たとき、電流ベクトルの2乗ノルム $\|i\|^2$ を最小にする電流ベクトル i を決定するという拘束条件付き最適問題として捕らえることができる。この観点より、トルク発生のための適切な電流制御系が構築されているものとして、Lagrange係数 λ を有する次のようなLagrangianを構成する。

$$L(i, \lambda) = \|i\|^2 + \lambda(i^T J\phi - c) \quad (41)$$

上式の ϕ に(16)式の関係を用い、この両辺を電流ベクトル i で偏微分してゼロと置き、

$$\frac{\partial L(i, \lambda)}{\partial i} = 2i + \lambda[J\phi_m + L_b[JQ(\theta) + Q^T(\theta)J^T]i] \\ = 2i + \lambda[J\phi_m + 2L_b JQ(\theta)i] = 0 \quad (42)$$

これを電流ベクトル i で整理して(13)式の関係を利用すると、次式を得ることができる。

$$i = -\frac{\lambda}{2}[I + \lambda L_b JQ(\theta)]^{-1} J\phi_m \\ = \frac{-\lambda}{2(1 - (\lambda L_b)^2)}[I - \lambda L_b JQ(\theta)]J\phi_m \\ = \frac{-\lambda}{2(1 - (\lambda L_b)^2)}[J - \lambda L_b Q(\theta)]\phi_m \quad (43)$$

上式の電流ベクトル i が最小電流制御達成のための一般解である。

上式における λ は、指令トルク $\tau/N_p = c$ に応じて定まる係数である。 λ と c は、トルクと電流の関係を記述した(25)式に(43)式を用いて構成された次の関係を満足しなければならない。

$$c = i^T J\phi_m + L_b i^T JQ(\theta)i \\ = \frac{-\lambda/2}{1 - (\lambda L_b)^2} \left[[J - \lambda L_b Q(\theta)]\phi_m \right]^T J\phi_m \\ + L_b \left(\frac{\lambda/2}{1 - (\lambda L_b)^2} \right)^2 \left[[J - \lambda L_b Q(\theta)]\phi_m \right]^T \\ * JQ(\theta)[J - \lambda L_b Q(\theta)]\phi_m \\ = \frac{-\lambda/2}{1 - (\lambda L_b)^2} (\|\phi_m\|^2 + \lambda L_b \phi_m^T JQ(\theta)\phi_m) - L_b \left(\frac{\lambda/2}{1 - (\lambda L_b)^2} \right)^2 \\ * (2\lambda L_b \|\phi_m\|^2 + (1 + (\lambda L_b)^2) \phi_m^T JQ(\theta)\phi_m) \quad (44)$$

上式において(17)式から次の関係が成り立つことに注意すると、

$$\phi_m^T JQ(\theta)\phi_m = 0 \quad (45)$$

トルク c と λ の相互関係は以下のように求められる。

$$c = \left(\frac{-\lambda/2}{1 - (\lambda L_b)^2} - 2\lambda L_b \left(\frac{\lambda/2}{1 - (\lambda L_b)^2} \right)^2 \right) \|\phi_m\|^2 \\ = \frac{-\lambda}{2(1 - (\lambda L_b)^2)^2} \phi^2 \quad (46)$$

または、

$$\left(1 - (L_b \lambda)^2\right)^2 + \frac{\phi^2}{2c} \lambda = 0 \quad (47)$$

指令トルク c に対応した λ を決定するには、この相互関係式を λ に関して求解すればよい。しかし、これらは λ に関して4次方程式であり、 $L_b \neq 0$ の場合以外には厳密な解析解を得るのは容易でないようである。仮に厳密な解析解が得られたとしても、4次平方根の解法を必要とされる可能性が高い。制御に要求されるすべての処理は、限定された制御周期の中で確実に完了されねばならず、処理時間が比較的大きくしかも不確定な平方根解法等の処理の採用は、現実的には回避することが望まれる。そこで、制御の実時間性を考慮し、(47)式の左辺第1項を、区間を限定して次式のように1次近似することにする。

$$\left(1 - (L_b \lambda)^2\right)^2 \approx 1 - |L_b \lambda| \quad ; \quad 0 \leq |L_b \lambda| < 1 \quad (48)$$

(48)式を(47)式に用いることにより、平方根等の解法を一切必要としない次の近似解析解を得ることができる。

$$\lambda = \frac{-2c}{2|L_b c| + \phi^2} \quad (49)$$

上の近似解は、(48)式に示した近似成立区間内に存在する解、即ち有効な解となっている点に注意されたい。 $L_b = 0$ の円筒形の場合には、上の λ は最適解を与えている。

(46)、(47)式は、(43)式における λ と指令トルク c との相互関係を規定したものであり、(43)式において λ の特定はこれに対応した指令トルクを特定したことになる。 λ として上記のような近似解を利用する場合には、結果として指令トルクを変更したことになるので、これをトルク制御に利用する場合には注意されたい。当初の指令トルク c の対応値としての(49)式の近似解 λ は、結果としては、(49)式を(46)式に用い評価された指令トルク c' に対応することになる。すなわち、

$$i^T J \phi = c' = c \frac{(2|L_b c| + \phi^2)^3}{(4|L_b c| + \phi^2)^2 \phi^2} \quad (50)$$

図2は、(50)式に従い $|L_b c|/\phi^2$ に対する c'/c の様子を図示したものである。試算によれば、突極率 (L_q/L_d) が2～3の通常の市販モータでは、 $|L_b c|/\phi^2$ は定格トルクの200～300%においても1を超えることはないようである⁽⁶⁾。図より理解されるように、近似解析解による相対的な誤差率は15%未満と理解してよい。また、次の関係が成立するような、突極率2未満のモータによる通常の動作範囲では、(49)式は良好な近似を与えることも理解されよう。

$$|c| \ll \frac{\phi^2}{|L_b|} \quad (51)$$

(49)式の近似解析解をフィードバック形式の速度制御などの上位制御器の出力信号として利用する場合には、(51)

図2 近似 λ による指令トルクと発生トルクの相対比
Fig. 2 Ratio of command and produced torque by approximated λ

図3 近似 λ を用いた場合の名目的指令トルク c と実効的指令トルク c' の単調関係
Fig. 3 Monotone relation between c and c' by approximated λ

式の動作範囲では c と c' は単調変化の関係にあるので、問題は生じないことを指摘しておく。すなわち、上位の安定なフィードバック制御系の効果により、 λ は最適値に収斂する。図3は、 c と c' との単調関係の1例を市販モータを参考に図示したものである。

図4は、以上の解析結果に基づいて、指令トルク c より先ず中間指令値としての λ を生成し、この λ より最終的な指令電流値 i^* を生成する過程をブロック図で示したものである。各ブロックは、当然のことながら(49)、(43)式に従い構築されている。また、ベクトル制御系における電流制御は、適切に動作するものとしている。

ところで、(42)式における λ がスカラであることを考慮するならば、(42)式は第1項、第2項のベクトルが比例関係にあることを意味する。したがって、次の関係が成立しなければならない。

$$\begin{aligned} i^T [\phi_m + 2L_b Q(\theta)i] &= i^T \phi_m + 2L_b i^T Q(\theta)i \\ &= i^T \phi - i^T [L_a I - L_b Q(\theta)]i = 0 \end{aligned} \quad (52)$$

(52)式は、最小電流制御成立時のモータ内部状態の様子を示すものであり、具体的には以下を意味している。

- (a) 最小電流制御成立時には、電流ベクトル i と磁束ベクトル $[\phi_m + 2L_b Q(\theta)i]$ とは直交する。
- (b) 最小電流制御成立時には、空間依存性をもつリラクタンスエネルギー $(L_b i^T Q(\theta)i/2)$ は、軸出力エネルギー

図4 中間指令値λを用いた指令電流の生成
Fig. 4 Generation of current command using intermediate command λ

一に変換されるマグネットエネルギー $(-i^T \phi_m / 4)$ とバランスする。

- (c) $\|\phi\| = \text{const}$ なる状態での最小電流制御成立時には、無効電力は次式となる。

$$P_{re} = \omega_{2n} i^T \phi = \omega_{2n} (i^T [L_a I - L_b Q(\theta)] i) \quad (53)$$

このとき電機子電流ベクトルと電機子鎖交磁束ベクトルの内積は、次のように正定2次形式で表現されることから理解されるように非負であり、その偏角は $\pi/2$ (rad)以下となる。

$$\begin{aligned} i^T \phi &= i^T [L_a I - L_b Q(\theta)] i \\ &= [R(-\theta) i]^T \begin{bmatrix} L_q & 0 \\ 0 & L_d \end{bmatrix} [R(-\theta) i] \geq 0 \end{aligned} \quad (54)$$

以上の議論は一般座標系上の議論であり、この成果は多様な磁束オリエンテーションに直ちに利用可能である。また、特別な場合として $L_b = 0$ の円筒形モータの場合にも利用可能である。

この一般性を利用して、第1種同期座標系上の解を導出しておく。(43)式の電流制御の解は、第1種同期座標系上では、(18), (19)式の条件を用いると次式となる。

$$i = \frac{\Phi}{2(1 - (\lambda L_b)^2)} \begin{bmatrix} \lambda^2 L_b \\ -\lambda \end{bmatrix} \quad (55)$$

上式のλも、トルクcとの相互関係は(46), (47)式で規定される。近似解である(49)式を用いて(55)式を再評価すると次式を得る。

$$i = \frac{c}{(4|L_b c| + \Phi^2)\Phi} \begin{bmatrix} 2L_b c \\ 2|L_b c| + \Phi^2 \end{bmatrix} \quad (56)$$

同様に、(52)式の関係に関しては、次式を直ちに得ることができる。

$$i_d \Phi + 2L_b (i_d^2 - i_q^2) = 0 \quad (57)$$

したがって、

$$\left(i_d + \frac{\Phi}{4L_b}\right)^2 - i_q^2 = \left(\frac{\Phi}{4L_b}\right)^2 ; L_b \neq 0 \quad (58)$$

$$i_d = 0 ; L_b = 0 \quad (59)$$

(57)式は、第1種同期座標系における最小電流制御のための電流各成分の解の軌跡を示すものである。この解軌跡は、

$L_b \neq 0$ の場合には(58)式が示すように第1種同期座標系において原点 $i_d = 0$, $i_q = 0$ を通過し、次の漸近直線をもつ双曲線を描く。

$$\left(i_d + \frac{\Phi}{4L_b}\right)^2 - i_q^2 = 0 ; L_b \neq 0 \quad (60)$$

(53)式に示した無効電力は(18), (19)式を用いると次式のように評価される。

$$P_{re} = \omega_{2n} i^T \phi = \omega_{2n} (L_q i_d^2 + L_d i_q^2) \quad (61)$$

なお、第1種同期座標系上の(57)式からは、元の一般座標系の関係式(52)式で明白になった上記(a), (b)項の物理的意味合いを汲み取ることは困難であることに注意されたい。このように、概して、特定の同期座標系では信号はスカラー的となり扱いやすい反面、物理現象を的確に理解することが困難となる恐れがある。

(注4) (43)式は、レベルが同一の電流に対し、最大トルクを発生せしめる最大トルク制御の電流解でもある。最小電流制御と最大トルク制御の違いは、最適問題の拘束条件をトルク、電流のいずれに置くかの違いにある。最大トルク制御においては、電機子電流の拘束条件を $\|i\|^2 = c$ とすると、λとcは次の相互関係をもつことになる。

$$\begin{aligned} c &= i^T i \\ &= \left(\frac{\lambda/2}{1 - (\lambda L_b)^2}\right)^2 \phi_m^T [J - \lambda L_b Q(\theta)]^T [J - \lambda L_b Q(\theta)] \phi_m \\ &= \left(\frac{\lambda/2}{1 - (\lambda L_b)^2}\right)^2 \phi_m^T \left[(1 + (\lambda L_b)^2) I + 2\lambda L_b J Q(\theta) \right] \phi_m \\ &= \left(\frac{\lambda/2}{1 - (\lambda L_b)^2}\right)^2 (1 + (\lambda L_b)^2) \Phi^2 \end{aligned}$$

または、

$$\left((L_b \lambda)^2 - 1\right)^2 - \frac{\Phi^2}{4c} \lambda^2 \left((L_b \lambda)^2 + 1\right) = 0$$

この場合にも、区間 $0 \leq |L_b \lambda| < 1$ に解が存在するので、(48)式と同様な近似を用い近似解を得ることは可能である。なお、最大トルク制御においては、拘束条件 $\|i\|^2 = c$ に対して、正負のいずれのトルク発生に対応したλを採用するか曖昧性を内在する。

(注5) 上の注4の説明より明白なように、第1種同期座標系上の(57)式は、最大トルク制御の解軌跡でもある(6)-(8), (11)。両制御における解軌跡は同一である。ただし、解軌跡のみでは、所要の解として軌跡上の1点を具体的に特定することはできないので注意されたい。なお、(57), (58)式と既報の最大トルクの解軌跡との同一により、前導出の諸関係式の一応の正当性を検証できたと考える。

<4. 2> 力率1制御

力率1制御は、所要のトルクを発生しながら固定子端子電力の力率を1に保つ制御であり、同期モータの場合には、指令トルク値があるレベル以下ではこの制御が可能である。

瞬時での力率1は、瞬时无効電力のゼロを意味する。この考えを(35)式に適用すると、力率1の瞬時の関係式は直ちに次のように得られる。

$$i^T J s \phi = \omega i^T \phi \quad (62)$$

また、 $\|\phi\| = \text{const}$ なる状態では、これは(39)式より次の関係に整理される。

$$i^T \phi = 0 \quad (63)$$

これより、モータの内部状態に関し以下が明白である。

(a) $\|\phi\| = \text{const}$ なる状態での力率1制御成立時には、ベクトル信号 i, ϕ は直交する。

(b) $\|\phi\| = \text{const}$ なる状態での力率1制御成立時には、トルク発生は次の関係により発生される。

$$\tau = N_p \|i\| \|\phi\| \quad (64)$$

特に、固定座標系では(22)式の条件が適用され、(62)式の瞬時関係は次のように整理され、

$$i^T J s \phi = 0 \quad (65)$$

力率1制御が成立した瞬時に、固定座標系上の2つのベクトル信号 $i, s\phi$ は同一方向を向くことがわかる。

所要のトルクを発生しながら、力率1を達成する電流解は、一般には(62)式と(24)式とが構成する連立方程式を、 $\|\phi\| = \text{const}$ の場合には(63)式と(64)式とが構成する連立方程式を解くことにより得られる。しかし、必ずしも解が存在するわけではない。

解の不能は、第1種同期座標系上のスカラー的關係より容易に確認することができる。(62)式に(18)、(19)式の条件を用いると、

$$i_q(sL_d i_d) - i_d(sL_q i_q) = \omega_{2n} \left((L_d i_d + \Phi) i_d + L_q i_q^2 \right) \quad (66)$$

上式は、注3に述べた状態下では、回転子の回転速度に依存しない次式に帰着される。

$$i^T \phi = (L_d i_d + \Phi) i_d + L_q i_q^2 = 0 \quad (67)$$

または、

$$\left(i_d + \frac{\Phi}{2L_d} \right)^2 + \frac{L_q}{L_d} i_q^2 = \left(\frac{\Phi}{2L_d} \right)^2 \quad (68)$$

第1種同期座標系上における上の2式及び(26)式より以下が明白である。

(a) 力率1を達成する電流の解軌跡は(68)式が示すように長短軸の有界な楕円を描き、一方、所要のトルクを発生する電流の解は、 $L_b \neq 0$ の場合には次式のように反比例曲線を描くので、

$$i_q = \frac{c}{2L_b i_d + \Phi} \quad ; \quad c = \frac{\tau}{N_p} \quad (69)$$

特定レベル以上のトルクに対しては、両軌跡の交点はなく、力率1の解は存在しない。すなわち、不能となる。

る。

(b) 逆に、特定レベル以下のトルクに対しては、2つ交点が存在し2つの解が存在する。この電流解は、次の範囲内に存在する。

$$\begin{aligned} \frac{-\Phi}{L_d} < i_d \leq 0 \\ \frac{-\Phi}{2\sqrt{L_d L_q}} \leq i_q \leq \frac{\Phi}{2\sqrt{L_d L_q}} \end{aligned} \quad (70)$$

(注6) 特別解と示した(68)式の第1種同期座標系上の解軌跡は、大沢らのものと同一であり⁽¹¹⁾、また西方らの円筒形に対応した突極形の解となっている⁽¹⁰⁾。これらは、上の説明より明白なように定常状態などを想定した解である点には注意されたい。なお、これより、本節での関係式は一応の正当性を有していると考えてよいであろう。

<4. 3> 最大力率制御

前述のように、発生トルクがあるレベルを超えると力率1の解は存在しない。解の不能性を考慮するならば、実際的には、所要のトルク発生を達成しながら力率の最大化を測る電流制御が、すなわち解の存在が保証された電流制御が望まれる。この制御問題は、一定の指令トルク $\tau/N_p = c$ が与えられたとき、瞬时无効電力 $i^T J^T v$ を最小にする電流ベクトル i を決定するという拘束条件付き最適問題として捕らえることができる。ここでは、この問題の解法を、電機子鎖交磁束が $\|\phi\| = \text{const}$ の場合について試みる。

(39)式が示すように、瞬时无効電力は電機子電流と電機子鎖交磁束の2つのベクトル信号の内積 $i^T \phi$ で関係づけられ、力率1の場合に限りゼロとなる。この認識の下に、最小電流制御の場合と同様にトルク発生のための適切な電流制御系が構築されているものとして、次のようなLagrangianを構成する。

$$L(i, \lambda) = i^T \phi + \lambda (i^T J \phi - c) \quad (71)$$

上式の ϕ に(16)式の関係を用い、この両辺を電流ベクトル i で偏微分しゼロと置き、

$$\frac{\partial L(i, \lambda)}{\partial i} = \phi_m + 2[L_a I + L_b Q(\theta)]i + \lambda [J \phi_m + 2L_b J Q(\theta)i] = 0 \quad (72)$$

これを電流ベクトル i で整理して(13)式の関係を利用すると、次式を得ることができる。

$$\begin{aligned} i &= -\frac{1}{2} [L_a I + L_b [I + \lambda J] Q(\theta)]^{-1} [I + \lambda J] \phi_m \\ &= \frac{-1}{2(L_a^2 - (1 + \lambda^2)L_b^2)} [L_a I - L_b [I + \lambda J] Q(\theta)] [I + \lambda J] \phi_m \\ &= \frac{-1}{2(L_a^2 - (1 + \lambda^2)L_b^2)} [L_a [I + \lambda J] - L_b (1 + \lambda^2) Q(\theta)] \phi_m \end{aligned} \quad (73)$$

上の電流ベクトル i が、最大力率制御のための一般解である。

上式における λ は、指令トルク $\tau/N_p = c$ に応じて定まる係数である。 λ と c は、上式の電流をトルク発生式を記述した (25) 式に用いて構成される次の関係を満足しなければならない。

$$\begin{aligned} c &= i^T J \phi_m + L_b i^T J Q(\theta) i \\ &= \frac{-1}{2(L_a^2 - (1+\lambda^2)L_b^2)} \phi_m^T [L_a[I - \lambda J] - L_b(1+\lambda^2)Q(\theta)] J \phi_m \\ &\quad + L_b \left(\frac{1}{2(L_a^2 - (1+\lambda^2)L_b^2)} \right)^2 \phi_m^T [L_a[I - \lambda J] - L_b(1+\lambda^2)Q(\theta)] \\ &\quad * J Q(\theta) [L_a[I + \lambda J] - L_b(1+\lambda^2)Q(\theta)] \phi_m \end{aligned} \quad (74)$$

ここで、(45) 式と次の関係に注意すると

$$\phi_m^T Q(\theta) \phi_m = \phi^2 \quad (75)$$

(73) 式における λ と指令トルク $\tau/N_p = c$ との関係は次のように求められる。

$$\begin{aligned} c &= \frac{-\lambda L_a}{2(L_a^2 - (1+\lambda^2)L_b^2)} \phi^2 + \frac{\lambda L_a L_b (L_a - (1+\lambda^2)L_b)}{2(L_a^2 - (1+\lambda^2)L_b^2)^2} \phi^2 \\ &= \frac{-\lambda L_a^2 (L_a - L_b)}{2(L_a^2 - (1+\lambda^2)L_b^2)^2} \phi^2 \end{aligned} \quad (76)$$

または、

$$(L_a^2 - L_b^2 - L_b^2 \lambda^2)^2 + \frac{L_a^2 (L_a - L_b) \phi^2}{2c} \lambda = 0 \quad (77)$$

指令トルク c に対応した λ を決定するには、この相互関係式を λ に関して求解すればよい。ここで、最小電流制御の場合と同様な理由により、(77) 式の左辺第1項を、区間を限定して次式のように1次近似する。

$$\begin{aligned} (L_a^2 - L_b^2 - L_b^2 \lambda^2)^2 &= (L_a^2 - L_b^2)^2 \left(1 - \frac{L_b^2 \lambda^2}{L_a^2 - L_b^2} \right)^2 \\ &\approx (L_a^2 - L_b^2)^2 \left(1 - \frac{|L_b \lambda|}{\sqrt{L_a^2 - L_b^2}} \right); \quad 0 \leq |L_b \lambda| < \sqrt{L_a^2 - L_b^2} \end{aligned} \quad (78)$$

(77)、(78) 式より、実時間性に富んだ次の近似解析解を得ることができる。

$$\lambda = \frac{-2\sqrt{L_d L_q} L_d^2 L_q c}{2L_d^2 L_q |L_b c| + \sqrt{L_d L_q} L_a^2 \phi^2} \quad (79)$$

上の近似解 λ は、(78) 式に示した近似成立区間内に存在する解、即ち有効な解となっている点に注意されたい。なお、 $L_b = 0$ の円筒形の場合には、上の λ は最適解を与える。

λ に正確に対応した指令トルク c' の導出法は最小電流制

御の場合と同一であり、また、当初の指令トルク c 、これに近似的に対応した (79) 式の λ 、 λ に正確に対応した指令トルク c' の3者間の性格も、最小電流制御の場合と同様であるので、この説明は省略する。この同様性は、問題の発祥となった各々の近似式 (48)、(78) 式の近似同一性より容易に推測されよう。

ところで、(72) 式における λ がスカラーであることを考慮するならば、次の関係が成立しなければならない。

$$\begin{aligned} &[\phi_m + 2[L_a I + L_b Q(\theta)]i]^T [\phi_m + 2L_b Q(\theta)i] \\ &= \|\phi_m + 2L_b Q(\theta)i\|^2 + 2L_a i^T [\phi_m + 2L_b Q(\theta)i] \\ &= \|\phi_m + 2L_b Q(\theta)i\|^2 + 2L_a (i^T \phi - i^T [L_a I - L_b Q(\theta)]i) = 0 \end{aligned} \quad (80)$$

(80) 式は、最大力率制御成立時のモータ内部状態の様子を示すものであり、具体的には以下を意味している。

(a) 2つのベクトル $[\phi_m + 2[L_a I + L_b Q(\theta)]i], [\phi_m + 2L_b Q(\theta)i]$

は直交する。

(b) 無効電力を決定づける電機子電流と電機子鎖交磁束の内積 $i^T \phi \geq 0$ の最小達成値は次式で与えられる。

$$i^T \phi = i^T [L_a I - L_b Q(\theta)]i - \frac{1}{2L_a} \|\phi_m + 2L_b Q(\theta)i\|^2 \quad (81)$$

上式と (53)、(54) 式との比較より明白なように、力率最大制御は電流最小制御に比較し上式右辺第2項に相当分の無効電力を低減し、ひいては力率の向上を図っていることが分かる。

以上の最大力率制御（ただし、力率は1以下）の議論は一般座標系上の議論であり、この成果は多様な磁束オリエンテーションに直ちに利用可能である。また、特別な場合として $L_b = 0$ の円筒形モータの場合にも利用可能である。

この一般性を利用して、特別解である第1種同期座標系上の解を導出しておく。(73) 式に示した電流制御式は、第1種同期座標系上の条件式である (18)、(19) 式を用いると、

$$i = \frac{\Phi}{2(L_a^2 - (1+\lambda^2)L_b^2)} \begin{bmatrix} -L_a + (1+\lambda^2)L_b \\ -\lambda L_a \end{bmatrix} \quad (82)$$

(80) 式の関係は同様にして、

$$\phi^2 + 2\Phi(L_a + 2L_b)i_d + 4L_b(L_d i_d^2 - L_q i_q^2) = 0 \quad (83)$$

これより、

$$\left(i_d + \frac{\Phi(L_d + L_b)}{4L_d L_b} \right)^2 - \frac{L_q}{L_d} i_q^2 = \left(\frac{\Phi L_a}{4L_d L_b} \right)^2; \quad L_b \neq 0 \quad (84)$$

$$i_d = \frac{-\Phi}{2L_a}; \quad L_b = 0 \quad (85)$$

(83) 式は、最大力率制御のための第1種同期座標系における解の軌跡を示すものである。この解軌跡は、 $L_b \neq 0$ の場合には (84) 式が示すように第1種同期座標系上において、点 $i_d = -\Phi/(2L_d)$ 、 $i_q = 0$ を通過し、次の漸近直線をもつ双曲線を描く。

$$\left(i_d + \frac{\phi(L_d + L_b)}{4L_d L_b}\right)^2 - \frac{L_q}{L_d} i_q^2 = 0 \quad ; \quad L_b \neq 0 \quad (86)$$

無効電力は $\|\phi\| = \text{const}$ なる状態では(81)式より

$$\begin{aligned} p_{re} &= \omega_{2n} i^T \phi \\ &= \omega_{2n} \left(\left(L_q i_d^2 + L_d i_q^2 \right) - \frac{1}{2L_a} \left((\phi + 2L_b i_d)^2 + (2L_b i_q)^2 \right) \right) \end{aligned} \quad (87)$$

と評価される。

(注7) 特別解の1つとして示した(84)式は、結果的には、大沢らが示した解軌跡と同一となっている⁽¹¹⁾。大沢らは、 $\|\phi\|$ に対し発生トルクを最大とすることを目的に第1種同期座標系上の最大力率制御の解軌跡を導出している。無効電力は(39)式が示すように i, ϕ の内積 $i^T \phi$ と直接関係し、単なるノルム積 $\|\phi\|$ は(40)式に示したように機械出力と無効電力の2乗和と直接関係した物理量であり無効電力そのものの評価に使用できないので、注意されたい。

5. おわりに

ベクトル制御系の適切な設計・構成には制御対象たるモータの一般的特性はもとより、制御遂行時にモータ内部が如何なる状態となるかを深く理解しておくことが望ましいとの立場に立ち、突極性を有する同期モータを対象に、まず、多様な可能性あるベクトル制御法の構築などの共通の基礎として価値あると思われる数学モデルを、一般座標系上でかつ物理的意味を明瞭に示した新形式で構築・提示した。次に、この成果を踏まえて、所要のトルクを発生しながらエネルギー効率を重視する電流制御を取り上げ、制御目的遂行のための実際的な電流指令の決定法を新たに提示すると共に、制御遂行時のモータ内部状態の様子を新規に明白にした。これらは、従来の解析成果も無理なく包含するものであり、従来の解析成果のより深い理解にも資するものと思われる。

本論文前段に提示した数学モデルを中心とした成果は、効率重視の電流制御のみに応用されるものではない。参考までに申し添えれば、例えば次のような課題に応用し有益であった。

- ・マグネット磁束位置センサを有しない同期モータの初期位置推定法の構築⁽²⁸⁾。
- ・マグネット磁束位置センサを有しない同期モータに対する間接的オリエンテーション法の構築。
- ・マグネット磁束位置センサを有しない同期モータに対するハイブリッドオリエンテーション法の構築。
- ・固定子鉄損抵抗を有する同期モータの数学モデルと同制御法の構築⁽²⁹⁾。

上記以外の同期モータの駆動制御技術の今後の発展に寄与できれば、幸甚である⁽²⁶⁾。

(平成9年10月24日受付、平成11年2月9日再受付)

文 献

- (1) 新中・榊原・深沢：「誘導機ベクトル制御のための統一的ベクトル解析」、計測自動制御学会論文集、30、7 (平成6)
- (2) 田村・武田：「同期機の電氣的過渡現象解析のための基本式に関する一考察」、電学論D、111、5 (平成3)
- (3) 弓田・宮崎・古橋・大熊：「小型DCブラシレスモータの特性計算」、電学論D、111、8 (平成3)
- (4) Z.Zhang, F.Profumo and A.Tenconi, 「Axial Flux Interior PM Synchronous Motors Torque Performance Analysis for Traction Drives」, 電学論D、116、12 (平成8)
- (5) 藍原・鳥羽・柳瀬：「センサレス方式による突極形同期モータのゼロ速トルク制御」、平成8年電気学会産業応用部門全国大会講演論文集(Ⅲ) (平成8)
- (6) 森本・大山・藤井：「リラクタンس併用PMモータと駆動システム」、平成8年電気学会産業応用部門全国大会講演論文集(Ⅲ) (平成8)
- (7) 武田・森本・大山・山際：「PMモータの制御法と回転子構造による特性比較」、電学論D、114、6 (平成6)
- (8) 森本・上野・武田：「埋込磁石構造PMモータの広範囲可変速度制御」、電学論D、114、6 (平成6)
- (9) 山下・森本・武田：「多層スリットを有するリラクタンス/PMハイブリッドモータの諸特性」、平成8年電気学会産業応用部門全国大会講演論文集(Ⅲ) (平成8)
- (10) 西方・星田・石澤：「同期電動機の弱め界磁速度制御系における力率1制御」、平成8年電気学会産業応用部門全国大会講演論文集(Ⅲ) (平成8)
- (11) 大沢・野村：「逆突極PMモータドライブの機器利用率の向上」、平成9年度電気学会全国大会(Ⅳ) (平成9)
- (12) 野村・大沢：「逆突極PMモータのトルク線形制御」、平成9年度電気学会全国大会(Ⅳ) (平成9)
- (13) 難波江・金・高橋・仲村・山田：「基礎電気機器学(第4章)」, 電気学会 (平成3)
- (14) L.A.Jones and J.H.Lang: 「A State Observer for the Permanent-Magnet Synchronous Motor」, IEEE Trans. Indus. Electron. 36, 3 (1989)
- (15) A.B.Kulkarni and M.Ehsani: 「A Novel Position Sensors Elimination Technique for the Interior Permanent-Magnet Synchronous Motor Drive」, IEEE Trans. Indus. Appli. 28, 1 (1992)
- (16) P.K.Kovacs: 「Transient Phenomena in Electrical Machines」, Elsevier (1987)
- (17) B.K.Bose(editor): 「Power Electronics and Variable Frequency Drives」, IEEE Press (1997)
- (18) K.Rajashekara, A.Kawamura, and K.Matsuse(editors): 「Sensorless Control of AC Motor Drives, Speed and Position Sensorless Operation」, IEEE Press (1996)
- (19) R.H.Engelmann and W.H.Middendorf: 「Handbook of Electric Motors」, Marcel Dekker (1995)
- (20) J.F.Gieras and M.Wing: 「Permanent Magnet Motor Technology, Design and Applications」, Marcel

Dekker (1997)

- (21) 大谷・笠・渡辺：「突極形ブラシレスDCモータの始動時を含む低速駆動時の位置推定法」、平成8年電気学会産業応用部門全国大会講演論文集（Ⅲ）（平成8）
- (22) 新中：「最少パラメータによる誘導モータの新数学モデルの提案」、電学論D、117、10（平成9）
- (23) 森本・畑中・童・武田・平紗：「PMモータの弱め磁束制御を用いた広範囲可変速運転」、電学論D、112（平成4）
- (24) T.M.Jahns, G.B.Kliman, T.W.Newmann:「Interior Permanent-Magnet Synchronous Motors for Adjustable-Speed Drives」、IEEE Trans. Industr. Appl., IA-22 (1986)
- (25) 新中：「突極特性を持つ同期モータベクトル制御のための再帰形指令電流生成法」、電学論D、118、4（平成10）
- (26) 陳・富田・道木・大熊「突極形ブラシレスDCモータのセンサレス位置推定法と安定性の検討」、平成10年電気学会産業応用部門全国大会、講演論文集（第1分冊）（平成10）
- (27) 竹下・市川・季・松井「速度起電力推定に基づくセンサレス突極形ブラシレスDCモータ制御」、電学論D、117、1（平成9）
- (28) 新中「同期モータの統一的ベクトル解析」、平成9年

電気学会産業応用部門全国大会、講演論文集（第2分冊）（平成9）

- (29) S.Shinnaka:「Proposition of New Mathematical Models with Core Loss Factor for Controlling AC Motors」、Proceedings of the IECON'98 (24th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society), pp. 297-302 (1998)

新中 新二

（正員）1973年防衛大学校卒業。77年 University of California, Irvine 工学部修士課程修了。79年同博士課程修了。防衛庁技術研究本部第1研究所、防衛大学校電気工学教室等の奉職を終えて、86年キャノン㈱勤務。91年ベンチャー研究所創設。96年神奈川大学電気工学科勤務

（教授）。Doctor of Philosophy 及び工学博士。これまでの間、通信、情報、制御、パワーエレクトロニクス分野の教育、研究、開発及びこれらの管理に従事。近年はモータ駆動制御技術の体系化に専念。電子情報通信学会、計測自動制御学会、IEEEなどの会員。90年計測自動制御学会論文賞受賞、91年同学会著述賞受賞。