超電導発電機の突発短絡故障時における電氣的過渡特性の 構造パラメータによる簡易表現

正員 中島健太 (東京大学)
 非会員 木村友孝 (京都大学)
 正員 白井康之 (京都大学)
 正員 仁田旦三 (東京大学)

Explicit Relations between Electrical Transient Characteristics and Structure-parameters of Superconducting Generators under Sudden Short-circuit Faults

Kenta Nakajima, Member (The University of Tokyo)

Tomotaka Kimura, Non-member, and Yasuyuki Shirai, Member (Kyoto University)

Tanzo Nitta, Member (The University of Tokyo)

Superconducting generators (SCGs) have many advantages as compared with conventional ones, and practical use is expected. Before practical use, it is necessary and important to have a good grasp of the electrical characteristics of SCG under short-circuit conditions. And it is desirable that, relations between characteristics and structure-parameters of generators are explicitly and simply expressed. We obtained transient characteristics of armature current and field current for SCG by use of mathematical electro-magnetic field analyses, and studied relations between characteristics and structure-parameters of machines. In this paper, the method of solution is explained for the sudden line-to-neutral short-circuits, while only the results are quoted for the line-to-line, and the double-line-to-neutral short-circuits. Comparisons between analytical and experimental, using 20kVA SCG, results were also studied. Consequently, the parameters that dominate the amplitude of transient current were clarified. Besides that, close agreements between analytical and experimental results were obtained.

キーワード： 超電導発電機, 電氣的過渡特性, 二次元解析, 電機子電流, 界磁電流, 構造パラメータ

1. はじめに

現在, わが国を中心に実用化を目指した研究開発が進められている, 界磁巻線を超電導化した超電導発電機は, 小型軽量化・製作限界の拡大, 発電効率の向上, 系統安定度の向上, 無効電力供給範囲の拡大が可能になるなど, 従来技術では実現し得なかった優れた特長をもつ機器となる⁽¹⁾⁽²⁾. 超電導発電機のメリットは発電機単体のメリットにとどまらず, 既存送電線の限界送電能力の拡大, 調相設備の軽減など, 導入された電力系統全体の高性能化を図れる可能性もある. さらに, 電機子巻線は鉄心のない空隙巻線構造を有するので, 現用機で問題となる鉄心の飽和は発生しない. そのため, 解析を比較的容易に行なうことができると同時に, 解析結果と実験結果は良く一致し, さらに解析結果を比較的厳密に機器設計に反映させられる可能性も秘めている.

ところで, 超電導発電機の電力系統への導入を進める際, 各要素技術の開発と並行して超電導発電機本体が系統内部

でどのように振舞うか, また系統に対してどのような影響を与えるかなど, 既存系統との整合性について予め開発の段階で十分検討を行なうことが必要である. 特に各種系統故障時の電氣的特性の概略(例えば, 最大電流値や最大電流変化率)を把握することは重要である. さらに, 特性の概略と設計に資する構造パラメータとの関係を予め明確かつ簡便に表現することが機器設計にあたって望ましいし, 超電導発電機の実用化に寄与するものと考えられる.

本論文では低温ダンパ, 常温ダンパの二重の導電性ダンパ円筒を有する一定励磁型超電導発電機の無負荷からの突発短絡故障時(一線突発地絡時, 二相突発短絡時, 二線突発地絡時)の電氣的過渡特性として, 電機子電流の解析式および界磁電流の時間変化率の解析式を導出した. 三相突発短絡時に関する研究は, これまでに詳細に行なわれているので⁽³⁾, 本研究では三種類の不平衡故障について解析を行なった. 具体的には, 超電導発電機の軸方向を一様と仮定した二次元解

析モデルを設定した上で、ダンパ円筒に流れるうず電流効果を考慮に入れた解析を行なった。うず電流効果を考慮に入れると、巻線電流と鎖交磁束数の間の伝達関数であるオペレーショナル・インピーダンスに変形ベッセル関数が現れるので、解析式を導出することが困難になる。そこで、過渡時にダンパに流れるうず電流の状態に応じた変形ベッセル関数の近似式を適用し、ラプラス演算子 s の有理関数で表現することで⁽⁴⁾、各故障時の解析式を導出した。その上で、得られた解析式と超電導発電機の構造パラメータの関係の明確化・簡易表現を行なった。なお、本解析のある程度の有用性を確認するために、電機子電流については、解析結果と20kVA級小型超電導発電機による突発短絡故障実験結果の比較・検討を行なった。

その結果、故障時に流れる過渡電流の大きさを支配する構造パラメータを明らかにするとともに、解析結果と実験結果の比較的良好な一致が得られ、解析で用いた仮定の妥当性を示した。

2. 解析モデルと解析方法

本論文では図1,2に示す、二重のダンパ円筒を有する一定励磁型超電導発電機について解析を行なう。

図1 超電導発電機の横断面図
Fig. 1. Axial sectional view of SCG.

図2 超電導発電機の縦断面図
Fig. 2. Lengthwise sectional view of SCG.

まず解析モデルとして図1に示すような、同心円状の境界を持ち、回転軸方向を一様とみなした二次元モデルを設定する。

図1で、領域I,III,V,VII,IXは空隙部である。領域II($R_{fi} \leq r \leq R_{fo}$)は超電導界磁巻線部、領域VIII($R_{ai} \leq r \leq R_{ao}$)は電機子巻線部であり、これらの部分には渦電流は流れないものとする。領域IV($R_{1i} \leq r \leq R_{1o}$)、領域VI($R_{2i} \leq r \leq R_{2o}$)はそれぞれ、低温、常温ダンパ部である。また最外部、領域X($R_{3i} \leq r \leq R_{3o}$)は外部機械シールド(磁気シールド)で、透磁率 $\mu = \infty$ と仮定する。解析は $r \leq R_{3i}$ の範囲について行なう。

設定した二次元モデルに基づいて、マクスウェルの電磁界方程式より、ベクトル・ポテンシャルの微分方程式として(1)式が得られる。

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = \begin{cases} 0 & (\text{空隙部}) \\ -\mu_0 I_\xi & (\text{巻線部 } \xi = a, b, c, f) \\ \mu_0 \sigma_k \frac{\partial A}{\partial t} & (\text{ダンパ部 } k = 1, 2) \end{cases} \quad (1)$$

(1)式より得られるベクトル・ポテンシャルの理論式を用いると、超電導発電機の三相の電機子電流、界磁電流とそれらの巻線の鎖交磁束数の関係式として(2)式が与えられる⁽⁴⁾。

$$\begin{bmatrix} \Psi_a(s) \\ \Psi_b(s) \\ \Psi_c(s) \\ \Psi_f(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa}(s) & M_{ab}(s) & M_{ac}(s) & M_{af}(s) \\ M_{ab}(s) & L_{bb}(s) & M_{bc}(s) & M_{bf}(s) \\ M_{ac}(s) & M_{bc}(s) & L_{cc}(s) & M_{cf}(s) \\ M_{af}(s) & M_{bf}(s) & M_{cf}(s) & L_{ff}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a(s) \\ I_b(s) \\ I_c(s) \\ I_f(s) \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで(2)式において、

$$\begin{aligned} L_{aa}(s) &= L_{bb}(s) = L_{cc}(s) = \sum_{n: \text{奇}} L_{aan}(s) \\ M_{ab}(s) &= M_{bc}(s) = M_{ac}(s) = \sum_{n: \text{奇}} L_{aan}(s) \cos\left(\frac{2n\pi}{3}\right) \\ L_{aan}(s) &= \frac{8\mu_0 \lambda_a}{n\pi} \left(f_{an} \frac{pN_a}{1 - x_a^2} \right)^2 \left\{ Z_{an} - Y_{an}^2 \left(\frac{R_{2o}}{R_{ao}} \right)^{2np} \frac{Q_n(s)}{U_n(s)} \right\} \\ M_{af}(s) &= \sum_{n: \text{奇}} M_{afn}(s) \cos(n p \phi_a) \\ M_{bf}(s) &= \sum_{n: \text{奇}} M_{afn}(s) \cos\left\{ n \left(p \phi_a - \frac{2\pi}{3} \right) \right\} \\ M_{cf}(s) &= \sum_{n: \text{奇}} M_{afn}(s) \cos\left\{ n \left(p \phi_a + \frac{2\pi}{3} \right) \right\} \\ M_{afn}(s) &= \frac{8\mu_0 \lambda_a f}{n\pi} \left(f_{an} \frac{pN_a}{1 - x_a^2} \right) \left(f_{fn} \frac{pN_f}{1 - x_f^2} \right) \cdot Y_{an} Y_n(x_f) \left(\frac{R_{fo}}{R_{ao}} \right)^{np} \frac{1}{U_n(s)} \\ L_{ff}(s) &= \sum_{n: \text{奇}} L_{ffn}(s) \\ L_{ffn}(s) &= \frac{8\mu_0 \lambda_f}{n\pi} \left(f_{fn} \frac{pN_f}{1 - x_f^2} \right)^2 \left[\frac{1}{2} \left\{ y_n(x_f) - y_{-n}(x_f) x_f^{np+2} \right\} - y_n^2(x_f) \left(\frac{R_{fo}}{R_{1i}} \right)^{2np} \frac{V_n(s)}{U_n(s)} \right] \\ Q_n(s) &= \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2np} \frac{\alpha_2 R_{2i} \alpha_2 R_{2o}}{2np} \left(\frac{R_{1i} R_{2i}}{R_{1o} R_{2o}} \right)^{np} \left\{ O_{np-1, np+1}(1) \cdot O_{np+1, np+1}(2) - \left(\frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2np} O_{np+1, np+1}(1) O_{np+1, np-1}(2) \right\} \\ U_n(s) &= \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2np} \frac{\alpha_2 R_{2i} \alpha_2 R_{2o}}{2np} \left(\frac{R_{1i} R_{2i}}{R_{1o} R_{2o}} \right)^{np} \left[O_{np-1, np+1}(1) \left\{ O_{np-1, np+1}(2) + \left(\frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2np} O_{np+1, np+1}(2) \right\} - \left(\frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2np} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot O_{np+1, np-1}(1) \left\{ O_{np-1, np-1}(2) + \left(\frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2np} O_{np+1, np-1}(2) \right\} \\
V_n(s) &= \frac{\alpha_1 R_{1i} \alpha_1 R_{1o}}{2np} \frac{\alpha_2 R_{2i} \alpha_2 R_{2o}}{2np} \left(\frac{R_{1i} R_{2i}}{R_{1o} R_{2o}} \right)^{np} \left[O_{np-1, np-1}(1) \right. \\
& \left. \left\{ O_{np-1, np+1}(2) + \left(\frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2np} O_{np+1, np+1}(2) \right\} - \left(\frac{R_{1o}}{R_{2i}} \right)^{2np} \right. \\
& \left. \cdot O_{np+1, np-1}(1) \left\{ O_{np-1, np-1}(2) + \left(\frac{R_{2o}}{R_{3i}} \right)^{2np} O_{np+1, np-1}(2) \right\} \right] \\
O_{u,v}(k) &= J_u(\alpha_k R_{ko}) K_v(\alpha_k R_{ki}) - (-1)^{u-v} K_u(\alpha_k R_{ko}) J_v(\alpha_k R_{ki}) \quad (k=1, 2) \\
(J_\nu(z) : \text{第1種変形ベッセル関数}, K_\nu(z) : \text{第2種変形ベッセル関数})
\end{aligned}$$

半径の比に関して

$$\begin{aligned}
x_\xi &= \frac{R_{\xi i}}{R_{\xi o}} \quad (\xi = a, f) \\
y_n(x_\xi) &= \begin{cases} \frac{1 - x_\xi^{np+2}}{np+2} & (np+2 \neq 0) \\ -\ln x_\xi & (np+2 = 0) \end{cases} \\
Y_{\xi n} &= y_n(x_\xi) + \left(\frac{R_{\xi o}}{R_{3i}} \right)^{2np} y_n(x_\xi) \\
Z_{\xi n} &= \frac{1}{2} \left\{ y_n(x_\xi) - y_n(x_\xi) x_\xi^{np+2} \right\} + \left(\frac{R_{\xi o}}{R_{3i}} \right)^{2np} y_n(x_\xi)
\end{aligned}$$

巻線分布に関して

$$f_{\xi n} = \frac{\sin\left(\frac{np\theta_\xi}{2}\right)}{\frac{np\theta_\xi}{2}} \quad (\xi = a, f)$$

である。各記号 n は空間高調波次数, p は極対数, θ_ξ は巻線の占める角度であり, 軸を中心とした半径を表す R の添字の i, o はそれぞれ内半径, 外半径, $f, 1, 2, a, 3$ はそれぞれ界磁巻線, 低温ダンパ, 常温ダンパ, 電機子巻線, 外部機械シールドを表す。また, $\lambda_a, \lambda_f, \lambda_{af}$ はそれぞれ, 電機子巻線自己インダクタンス, 界磁巻線自己インダクタンス, 電機子巻線と界磁巻線の相互インダクタンスに関する発電機の軸方向有効長であり, ϕ_a は電機子巻線 a 相軸と直軸の間の機械角である。

上式より, $f_{an}, f_{fn}, Y_{an}, y_n(x_f), Z_{an}, Z_{fn}$ はすべて n^{-1} のオーダーなので, $L_{aan}(s), L_{ffn}(s)$ は n^{-4} , また, $M_{afn}(s)$ は n^{-5} のオーダーとなる。したがって (2) 式において高調波成分の割合は非常に小さい。そこで, 基本波成分 ($n=1$) のみを考慮すると,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \Psi_a(s) \\ \Psi_b(s) \\ \Psi_c(s) \\ \Psi_f(s) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_{aa1}(s) & -\frac{1}{2}L_{aa1}(s) & & \\ -\frac{1}{2}L_{aa1}(s) & L_{aa1}(s) & & \\ -\frac{1}{2}L_{aa1}(s) & -\frac{1}{2}L_{aa1}(s) & & \\ M_{af1}(s)\cos(p\phi_a) & M_{af1}(s)\cos\left(p\phi_a - \frac{2\pi}{3}\right) & & \\ -\frac{1}{2}L_{aa1}(s) & M_{af1}(s)\cos(p\phi_a) & & \\ -\frac{1}{2}L_{aa1}(s) & M_{af1}(s)\cos\left(p\phi_a - \frac{2\pi}{3}\right) & & \\ L_{aa1}(s) & M_{af1}(s)\cos\left(p\phi_a + \frac{2\pi}{3}\right) & & \\ M_{af1}(s)\cos\left(p\phi_a + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{ff1}(s) & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a(s) \\ I_b(s) \\ I_c(s) \\ I_f(s) \end{bmatrix} \quad (3)
\end{aligned}$$

となる。ここで (3) 式中の定数 ϕ_a は直軸と a 相軸のなす機械角であるので, 時間 t の関数として, $p\phi_a = \omega_o t + \delta$ (ω_o は同期角周波数, δ は突発短絡故障時 ($t=0$) の初期位相) と表される。このことを考慮して, (3) 式を $F(s) = F_1(s)F_2(s)$ の逆ラプラス変換が

$$f(t) = \int_0^t f_1(t-\tau)f_2(\tau)d\tau$$

となることを利用して, 一度時間関数に変換した後, 再びラプラス変換を行ない, その結果を電機子回路および界磁回路

の電圧方程式

$$\begin{aligned}
V_a(s) &= s\Psi_a(s) + r_a I_a(s) \\
V_b(s) &= s\Psi_b(s) + r_a I_b(s) \\
V_c(s) &= s\Psi_c(s) + r_a I_c(s) \\
V_f(s) &= s\Psi_f(s) + r_f I_f(s)
\end{aligned}$$

に代入する。ここでさらに, 界磁電流を

$$i_f(t) = I_{fo} + \Delta i_f(t)$$

のように直流分 I_{fo} (突発短絡故障前の界磁電流値) と変化分 $\Delta I_f(s)$ に分離すると,

$$V_a(s) + E_a(s) = \{r_a + sL_{aa1}(s)\}I_a(s) - \frac{1}{2}sL_{aa1}(s)I_b(s) - \frac{1}{2}sL_{aa1}(s)I_c(s) + \frac{1}{2}sM_{af1}(s)\{e^{-j\delta}\Delta I_f(s+j\omega_o) + e^{j\delta}\Delta I_f(s-j\omega_o)\} \quad (4)$$

$$V_b(s) + E_b(s) = -\frac{1}{2}sL_{aa1}(s)I_a(s) + \{r_a + sL_{aa1}(s)\}I_b(s) - \frac{1}{2}sL_{aa1}(s)I_c(s) + \frac{1}{2}sM_{af1}(s)\{he^{-j\delta}\Delta I_f(s+j\omega_o) + h^2e^{j\delta}\Delta I_f(s-j\omega_o)\} \quad (5)$$

$$V_c(s) + E_c(s) = -\frac{1}{2}sL_{aa1}(s)I_a(s) - \frac{1}{2}sL_{aa1}(s)I_b(s) + \{r_a + sL_{aa1}(s)\}I_c(s) + \frac{1}{2}sM_{af1}(s)\{h^2e^{-j\delta}\Delta I_f(s+j\omega_o) + he^{j\delta}\Delta I_f(s-j\omega_o)\} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{2}sM_{af1}(s)\{I_a(s+j\omega_o) + I_a(s-j\omega_o)\} \\
&+ \frac{1}{2}sM_{af1}(s)\{hI_b(s+j\omega_o) + h^2I_b(s-j\omega_o)\} \\
&+ \frac{1}{2}sM_{af1}(s)\{h^2I_c(s+j\omega_o) + hI_c(s-j\omega_o)\} \\
&+ \{r_f + sL_{ff1}(s)\}\Delta I_f(s) \quad (7)
\end{aligned}$$

が得られる (5)。 (4)~(7) 式で $h = e^{j2\pi/3}$ である。

ここで, (4)~(6) 式で $E_a(s), E_b(s), E_c(s)$ は内部誘導起電力で,

$$\begin{aligned}
E_a(s) &= \mathcal{L}[\omega_o M_{af1}(0)I_{fo}\sin(\omega_o t + \delta)] \\
E_b(s) &= \mathcal{L}\left[\omega_o M_{af1}(0)I_{fo}\sin\left(\omega_o t - \frac{2\pi}{3} + \delta\right)\right] \\
E_c(s) &= \mathcal{L}\left[\omega_o M_{af1}(0)I_{fo}\sin\left(\omega_o t + \frac{2\pi}{3} + \delta\right)\right]
\end{aligned}$$

と表される。さらに, (4)~(7) 式から $\Delta I_f(s)$ を消去し, その結果を $\alpha - \beta = 0$ 変換すると,

$$V_{\alpha\beta 0}(s) = Z_{\alpha\beta 0}(s)I_{\alpha\beta 0}(s) \quad (8)$$

となる。ここで,

$$\begin{aligned}
V_{\alpha\beta 0}(s) &= \begin{bmatrix} V_\alpha(s) \\ V_\beta(s) \\ V_0(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_\alpha(s) \\ E_\beta(s) \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{3}{4}s \begin{bmatrix} e^{-j2\delta}V_{2+}(s) + e^{j2\delta}V_{2-}(s) \\ je^{-j2\delta}V_{2+}(s) - je^{j2\delta}V_{2-}(s) \\ 0 \end{bmatrix} \\
Z_{\alpha\beta 0}(s) &= \begin{bmatrix} r_a + \frac{3}{2}sL_{aa1}(s) + \frac{3}{4}s\{M_{0+}(s) + M_{0-}(s)\} \\ j\frac{3}{4}s\{M_{0+}(s) - M_{0-}(s)\} \\ 0 \\ -j\frac{3}{4}s\{M_{0+}(s) - M_{0-}(s)\} & 0 \\ r_a + \frac{3}{2}sL_{aa1}(s) + \frac{3}{4}s\{M_{0+}(s) + M_{0-}(s)\} & 0 \\ 0 & r_0 + 3sL_{aa3}(s) \end{bmatrix} \\
I_{\alpha\beta 0}(s) &= \begin{bmatrix} I_\alpha(s) \\ I_\beta(s) \\ I_0(s) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

であり, また

$$\begin{aligned}
V_{2+}(s) &= M_{2+}(s)\{I_\alpha(s+j2\omega_o) + jI_\beta(s+j2\omega_o)\} \\
V_{2-}(s) &= M_{2-}(s)\{I_\alpha(s-j2\omega_o) - jI_\beta(s-j2\omega_o)\} \\
M_{0+}(s) &= -\frac{1}{2} \frac{(s+j\omega_o)M_{af1}(s)M_{af1}(s+j\omega_o)}{r_f + (s+j\omega_o)L_{ff1}(s+j\omega_o)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{0-}(s) &= -\frac{1}{2} \frac{(s-j\omega_o)M_{af1}(s)M_{af1}(s-j\omega_o)}{r_f + (s-j\omega_o)L_{ff1}(s-j\omega_o)} \\
M_{2+}(s) &= -\frac{1}{2} \frac{(s+j\omega_o)M_{af1}(s+j2\omega_o)M_{af1}(s+j\omega_o)}{r_f + (s+j\omega_o)L_{ff1}(s+j\omega_o)} \\
M_{2-}(s) &= -\frac{1}{2} \frac{(s-j\omega_o)M_{af1}(s-j2\omega_o)M_{af1}(s-j\omega_o)}{r_f + (s-j\omega_o)L_{ff1}(s-j\omega_o)} \\
V_\alpha(s) &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[V_a(s) - \frac{1}{2}V_b(s) - \frac{1}{2}V_c(s) \right] \\
V_\beta(s) &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\frac{\sqrt{3}}{2}V_b(s) - \frac{\sqrt{3}}{2}V_c(s) \right] \\
V_0(s) &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}}V_a(s) + \frac{1}{\sqrt{2}}V_b(s) + \frac{1}{\sqrt{2}}V_c(s) \right] \\
E_\alpha(s) &= \sqrt{\frac{3}{2}}E_o \left(\frac{\omega_o \cos \delta + s \sin \delta}{s^2 + \omega_o^2} \right) \\
E_\beta(s) &= -\sqrt{\frac{3}{2}}E_o \left(\frac{s \cos \delta - \omega_o \sin \delta}{s^2 + \omega_o^2} \right) \\
E_o &= \omega_o M_{af1}(0)I_{fo}
\end{aligned}$$

である。ここでは、漏れ磁束は考慮していないので、(8)式中の $V_0(s)$ については、基本波成分の寄与がない。したがって、 $\alpha - \beta - 0$ 座標系に変換しても 0 にならない空間 3 次高調波成分を考慮して（本来は $6m + 3$ 次成分（ m は非負の整数）を考慮しなければならないが、3 次成分に比べて十分小さく無視できる）、(8)式を導出した。また、零相リアクタンスを考える上で電機子巻線の漏れリアクタンスを考慮する必要があるが、本論文では $L_{aa3}(s)$ で代表させた。

3. 電機子電流の過渡特性解析

〈3・1〉一線突発地絡時 超電導発電機の無負荷からの一線突発地絡時（a 相地絡）の場合、条件式は $V_a(s) = 0$ および $I_b(s) = I_c(s) = 0$ であるので、これらの式を $\alpha - \beta - 0$ 変換した

$$\begin{cases} I_\beta(s) = 0 \\ I_\alpha(s) = \sqrt{2}I_0(s) \\ V_\alpha(s) + \frac{1}{\sqrt{2}}V_0(s) = 0 \end{cases}$$

を (8) 式に代入すると、次の漸化式が得られる。

$$I_\alpha(s) + \frac{1}{2}e^{-j2\delta}K_\alpha(s)I_\alpha(s+j2\omega_o) + \frac{1}{2}e^{j2\delta}K_\alpha^*(s)I_\alpha(s-j2\omega_o) = F_\alpha(s) \quad (9)$$

ただし、

$$F_\alpha(s) = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{E_o}{r_a + \frac{1}{2}r_0 + \frac{3}{2}s\{L_{aa1}(s) + L_{aa3}(s)\} + \frac{3}{4}s\{M_{0+}(s) + M_{0-}(s)\}} \cdot \frac{\omega_o \cos \delta + s \sin \delta}{(s+j\omega_o)(s-j\omega_o)} \quad (10)$$

$$K_\alpha(s) = \frac{3}{2} \frac{sM_{2+}(s)}{r_a + \frac{1}{2}r_0 + \frac{3}{2}s\{L_{aa1}(s) + L_{aa3}(s)\} + \frac{3}{4}s\{M_{0+}(s) + M_{0-}(s)\}} \quad (11)$$

$$K_\alpha^*(s) = \frac{3}{2} \frac{sM_{2-}(s)}{r_a + \frac{1}{2}r_0 + \frac{3}{2}s\{L_{aa1}(s) + L_{aa3}(s)\} + \frac{3}{4}s\{M_{0+}(s) + M_{0-}(s)\}} \quad (12)$$

である。ここで、(9)式を導出するのに、結果をより一般的にするために、零相回路に全体の抵抗値が r_0 となるような外部抵抗が存在することを仮定した。 r_0 と r_a との相違は、実際上は存在するが、理論上では考慮しない⁽⁶⁾。(9)式を、4 次以上の項を無視して解くと、 $I_\alpha(s)$ を表す式として

$$I_\alpha(s) = \frac{F_\alpha(s) - \frac{1}{2}e^{-j2\delta}K_\alpha(s)F_\alpha(s+j2\omega_o) - \frac{1}{2}e^{j2\delta}K_\alpha^*(s)F_\alpha(s-j2\omega_o)}{1 - \frac{1}{4}K_\alpha(s)K_\alpha^*(s+j2\omega_o) - \frac{1}{4}K_\alpha^*(s)K_\alpha(s-j2\omega_o)} \quad (13)$$

が得られる。ここで、 $M_{af1}(s)$ はダンパ円筒の遮蔽効果の尺度となる遮蔽比（二重ダンパ円筒が共に存在する場合と、両方ともに存在しない場合の電機子電流空間基本波成分による界磁部分の磁界の大きさの比）に相当する。すべりが 1 の時、つまり角周波数が同期角周波数の時、遮蔽比は極めて小さな値に設計されたと考える。したがって、 $M_{*+}(s)$ 、 $M_{*-}(s)$ ($*$ = 0, 2) を 0 と考えて、(9)式は

$$I_\alpha(s) = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{E_o}{r_a + \frac{1}{2}r_0 + \frac{3}{2}s\{L_{aa1}(s) + L_{aa3}(s)\}} \cdot \frac{\omega_o \cos \delta + s \sin \delta}{(s+j\omega_o)(s-j\omega_o)} \quad (14)$$

となる。(14)式に、変形ベッセル関数の帯域別有理関数近似 (4)を行なうことで得られる $L_{aa1}(s)$ 、 $L_{aa3}(s)$ の近似式

$$\begin{aligned}
L_{aa1}(s) &= L_{aa1}(0) \frac{(1+sT_{q1}'')(1+sT_{q1}''')}{(1+sT_{q1}''')(1+sT_{q1}''''')} \\
L_{aa1}(0) &= \frac{8\mu_o\lambda_a}{p\pi} \left(f_{a1} \frac{pN_a}{1-x_a^2} \right)^2 Z_{a1} \\
L_{aa3}(s) &= L_{aa3}(0) \frac{(1+sT_{q3}'')(1+sT_{q3}''')}{(1+sT_{q3}''')(1+sT_{q3}''''')} \\
L_{aa3}(0) &= \frac{8\mu_o\lambda_a}{3p\pi} \left(f_{a3} \frac{pN_a}{1-x_a^2} \right)^2 Z_{a3}
\end{aligned}$$

を代入した上で、 s の絶対値に応じて逆ラプラス変換し、最後に $\alpha - \beta - 0$ 逆変換すれば電機子電流の過渡特性解析式が得られる。その結果が次の (15) 式である (7) (8)。

$$\begin{aligned}
i_\alpha(t) &= \frac{3E_o}{X_d} \left[\left\{ \frac{X_d}{2X_d'''+X_0} \exp\left(-\frac{\omega_o(2r_a+r_0)t}{2X_d'''+X_0}\right) \right. \right. \\
&\quad + \left(\frac{X_d}{2X_d'''+X_{00}} - \frac{X_d}{2X_d'''+X_{00}} \right) \exp\left(-\frac{2X_d'''+X_{00}}{2X_d'''+X_{00}} \frac{t}{T_{qo}'''}\right) \\
&\quad + \left(\frac{X_d}{2X_d'''+X_{00}'} - \frac{X_d}{2X_d'''+X_{00}'} \right) \exp\left(-\frac{2X_d'''+X_{00}'}{2X_d'''+X_{00}'} \frac{t}{T_{qo3}'''}\right) \\
&\quad + \left(\frac{X_d}{2X_d'''+X_{00}''} - \frac{X_d}{2X_d'''+X_{00}''} \right) \exp\left(-\frac{2X_d'''+X_{00}''}{2X_d'''+X_{00}''} \frac{t}{T_{qo3}'''}\right) \\
&\quad + \left. \left(\frac{X_d}{2X_d'''+X_0} - \frac{X_d}{2X_d'''+X_{00}'} \right) \exp\left(-\frac{2X_d'''+X_{00}'}{2X_d'''+X_0} \frac{t}{T_{qo3}'''}\right) \right\} \cos \delta \\
&\quad - \frac{X_d}{2X_d'''+X_0} \cos(\omega_o t + \delta) \Big] \quad (15)
\end{aligned}$$

(15)式において、6 行目は定常振動項（交流分）、1, 2~3, 4~5 行目はそれぞれ電機子時定数、低温および常温ダンパの時定数に関する減衰項（直流分）である^{1, 2}。なお、1~5 行目の各減衰項には、故障時の初期位相 δ に関する量、 $\cos \delta$ がかかっている。例えば、 $\delta = 0$ [rad] で突発地絡故障が発生した場合、減衰成分が最大となり、電流の過渡的なピーク値も最大と

¹(15)式で、初期電流 ($t = 0$) の総和は零になっていない。この原因としては、解析を進めるにあたって、(13)式で表される漸化式を解く際、 s の十分大きな領域の項が非常に小さく、それらの項を無視したため、結果的に時間 t の非常に小さな領域（初期過渡状態よりも早い領域。注目すべき初期過渡状態については十分考慮している）に誤差が生じたことが指摘される。このことは、他の故障時の解析式についても、同様にあてはまる。

²(15)式は、現用同期機の解析式にない第 3 項と第 5 項があることと、界磁巻線に関する項がない 2 点が一見現用機と相違しているように見える。これは、前者はこの式導出の場合に第 3 調波まで考慮したために存在する項であり、後者は、界磁巻線時定数が大きく、ここで注目する時間領域では無視できるためである。なお、前者については後の数値的検討で非常に小さいことを示している。

なる。逆に、 $\delta = \pi/2[\text{rad}]$ で突発地絡故障が発生した場合、減衰成分は 0 となり、定常振動項のみが現れることになる。但し、ここで述べる位相とは、図 3 に示すように、a 相電圧を $\cos$ カーブとしたときの値とし、以下同様とする。

図 3 初期位相：故障時 ($t = 0$) の位相
Fig. 3. Angle at zero time.

(15) 式で、 X_d は同期リアクタンス、 X_d'' , X_d' は過渡リアクタンス、 X_0 , X_{00} , X_{00}' は空間高調波（本論文では空間 3 次高調波のみを考慮）に起因する零相リアクタンスである。また、 ω_0 は同期角周波数、 r_a は電機子抵抗、 r_0 は零相回路の抵抗であり、 r_0 は中性点接地方式、接地抵抗に依存する (6)。

なお、解析式を導出する際には、

$r_a, r_0 \ll X_d, X_d'', X_d', X_{00}, X_{00}', X_0$ としている。

(15) 式で、過渡リアクタンス X_d' に関する項が現れていないのは、 $M_{*+}(s)$, $M_{*-}(s)$ ($*$ = 0, 2) を 0 と考えていること、つまり低温ダンパが界磁巻線を電機子巻線の発生する変動磁界から完全に遮蔽していると仮定したことによる。

ここで (15) 式において、同期リアクタンスと過渡リアクタンスおよび零相リアクタンスの比で表されている各項の係数は、機器の構造パラメータの関数として次式で記述される。これらの式は主に、ベクトル・ポテンシャルの理論式を導出する際、半径方向の各境界における境界条件（磁束密度の半径方向成分と磁界の周方向成分がともに連続）を解くことにより得られる。

$$\begin{aligned} \frac{X_d}{2X_d + X_{00}} &= \frac{1}{2 + \frac{2}{3} \left(\frac{f_{a3}}{f_{a1}} \right)^2 \frac{Z_{a3}}{Z_{a1}}} \\ \frac{X_d}{2X_d'' + X_{00}} &= \frac{1}{2\chi_1(R_{1o}) + \frac{2}{3} \left(\frac{f_{a3}}{f_{a1}} \right)^2 \frac{Z_{a3}}{Z_{a1}}} \\ \frac{X_d}{2X_d'' + X_{00}'} &= \frac{1}{2\chi_1(R_{1o}) + \frac{2}{3} \left(\frac{f_{a3}}{f_{a1}} \right)^2 \frac{Z_{a3}}{Z_{a1}} \chi_3(R_{1o})} \\ \frac{X_d}{2X_d''' + X_{00}'} &= \frac{1}{2\chi_1(R_{2o}) + \frac{2}{3} \left(\frac{f_{a3}}{f_{a1}} \right)^2 \frac{Z_{a3}}{Z_{a1}} \chi_3(R_{1o})} \\ \frac{X_d}{2X_d''' + X_0} &= \frac{1}{2\chi_1(R_{2o}) + \frac{2}{3} \left(\frac{f_{a3}}{f_{a1}} \right)^2 \frac{Z_{a3}}{Z_{a1}} \chi_3(R_{2o})} \\ \chi_n(x) &= 1 - \frac{Y_{an}^2}{Z_{an}} \frac{(x/R_{ao})^{2np}}{1 + (R_{ao}/R_{3i})^{2np}(x/R_{ao})^{2np}} \end{aligned}$$

上式より、解析式の各項の係数はすべて、電機子巻線と低温ダンパ、常温ダンパの外径比によって決まり、ダンパ円筒の導電率 σ や厚さ d 、それに界磁回路の抵抗 r_f には関係しないことがわかる。

ここで、各項の係数と機器の半径方向の寸法の関係について考察を行なう。いま、電機子巻線の外径 R_{ao} および外部磁気シールドの内径 R_{3i} を固定して考えると、式の形から $\chi(x)$ は $x > 0$ に対して単調減少関数であることがわかる。そこで例えば、低温ダンパの外径 R_{1o} を大きくする（低温ダンパを電機子巻線に近付ける）と、式の形から低温ダンパの時定数に関する減衰項の係数 $(\frac{X_d}{2X_d'' + X_{00}} - \frac{X_d}{2X_d + X_{00}})$ および $(\frac{X_d}{2X_d'' + X_{00}'} - \frac{X_d}{2X_d + X_{00}'})$ が大きくなり、その一方で常温ダンパの時定数に関する減衰項の係数 $(\frac{X_d}{2X_d''' + X_{00}'} - \frac{X_d}{2X_d''' + X_0})$ が小さくなることわかる。

また、常温ダンパの外径 R_{2o} を大きくすると、式の形から電機子時定数に関する減衰項、定常振動項の係数 $\frac{X_d}{2X_d''' + X_0}$ と常温ダンパの時定数に関する減衰項の係数 $(\frac{X_d}{2X_d''' + X_{00}'} - \frac{X_d}{2X_d''' + X_0})$ および $(\frac{X_d}{2X_d'' + X_0} - \frac{X_d}{2X_d'' + X_{00}'})$ が大きくなることわかる。

ここで、解析式中の各項の係数が、機器の半径方向の寸法の変化に対して、どのように変化するか大まかな目安を知るために、表 1 に示す「1GVA 級超電導発電機の構造パラメータ例（固定および変動パラメータ）」を設定し、数値検討を行なった。その結果を以下に示す。

$$\begin{aligned} 0.79 &< \frac{X_d}{2X_d''' + X_0} < 1.6 \\ 0.20 &< \left(\frac{X_d}{2X_d'' + X_{00}} - \frac{X_d}{2X_d + X_{00}} \right) < 0.56 \\ 1.6 \times 10^{-3} &< \left(\frac{X_d}{2X_d'' + X_{00}'} - \frac{X_d}{2X_d + X_{00}'} \right) < 3.5 \times 10^{-2} \\ 0.14 &< \left(\frac{X_d}{2X_d''' + X_{00}'} - \frac{X_d}{2X_d'' + X_{00}'} \right) < 0.43 \\ 5.5 \times 10^{-3} &< \left(\frac{X_d}{2X_d''' + X_0} - \frac{X_d}{2X_d''' + X_{00}'} \right) < 9.6 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

このことから、超電導発電機の無負荷からの一線突発地絡時の電機子電流の過渡特性を表す (15) 式において、 $\frac{X_d}{2X_d''' + X_0}$ が他の係数と比較して大きいことがわかる。したがって、電機子時定数に関する減衰項および定常振動項が大ききとして支配的で、これら二つの項が主に故障時のピーク値を決定するものと考えられる。

固定パラメータ	変動パラメータ
$p = 1$	$0.40 < \frac{R_{fo}}{R_{ao}} < 0.60$
$x_a = \frac{R_{ai}}{R_{ao}} = 0.9$	$0.45 < \frac{R_{1o}}{R_{ao}} < 0.65$
$x_f = \frac{R_{fi}}{R_{fo}} = 0.9$	$0.55 < \frac{R_{2o}}{R_{ao}} < 0.75$
$\frac{R_{ao}}{R_{3i}} = 0.9$	$0.91 < \frac{R_{fo}}{R_{ao}} < 0.94$
$\theta_a = \frac{\pi}{3}$	$0.80 < \frac{R_{1o}}{R_{2o}} < 0.88$
$\theta_f = \frac{2}{3}\pi$	$1000 < N_f < 2000$
$\frac{i_{fo}}{\lambda_a} = 4.0 \times 10^{-2}$	
$\frac{\lambda_{af}}{\lambda_a} = 1.1$	
$\frac{\lambda_{af}}{\lambda_{af}} = 0.8$	

表 1 1GVA 級超電導発電機の構造パラメータの例
Table 1. Structure parameters of 1GVA-class SCG

〈3・2〉二相突発短絡時 無負荷からの二相突発短絡時 (b-c 相短絡) の電機子電流の過渡特性解析式として次の (16) 式が得られた。

$$i_b(t) = \frac{\sqrt{3}E_0}{2X_d} \left[\left\{ \frac{X_d}{X_d'''} \exp\left(-\frac{\omega_o r_a}{X_d'''} t\right) + \left(\frac{X_d}{X_d''} - 1\right) \exp\left(-\frac{X_d}{X_d''} \frac{t}{T_{qo}''}\right) + \left(\frac{X_d}{X_d'''} - \frac{X_d}{X_d''}\right) \exp\left(-\frac{X_d''}{X_d'''} \frac{t}{T_{qo}'''}\right) \right\} \sin \delta - \frac{X_d}{X_d'''} \sin(\omega_o t + \delta) \right] \quad (16)$$

(16) 式において、4 行目は定常振動項 (交流分)、1,2,3 行目はそれぞれ電機子時定数、低温および常温ダンパの時定数に関する減衰項 (直流分) である。初期位相 $\delta = \pi/2[\text{rad}]$ で突発短絡故障が発生した場合、減衰成分が最大となり、電流の過渡的なピーク値も最大となる。逆に、 $\delta = 0[\text{rad}]$ で突発短絡故障が発生した場合、減衰成分は 0 となり、定常振動項のみが現れることになる。

ここで (16) 式において、同期リアクタンスと過渡リアクタンスの比で表されている各項の係数は、機器の構造パラメータの関数として次式で記述される。

$$\begin{aligned} \frac{X_d}{X_d'''} &= \frac{1}{\chi_1(R_{2o})} \\ \frac{X_d}{X_d''} - 1 &= \frac{1}{\chi_1(R_{1o})} - 1 \\ \frac{X_d}{X_d'''} - \frac{X_d}{X_d''} &= \frac{1}{\chi_1(R_{2o})} - \frac{1}{\chi_1(R_{1o})} \end{aligned}$$

表 1 に示す「1GVA 級超電導発電機の構造パラメータの例」を用いて、前節と同様、(16) 式の各項の係数について数値検討を行なった結果、

$$\begin{aligned} 1.9 &< \frac{X_d}{X_d'''} < 4.1 \\ 0.52 &< \frac{X_d}{X_d''} - 1 < 1.6 \\ 0.39 &< \frac{X_d}{X_d'''} - \frac{X_d}{X_d''} < 1.5 \end{aligned}$$

となった。このことから、超電導発電機の無負荷からの二相突発短絡時の電機子電流の過渡特性を表す (16) 式において、 $\frac{X_d}{X_d'''}$ が他の係数と比較して大きいことがわかる。したがって、電機子時定数に関する減衰項および定常振動項が過渡電機子電流のピーク値を主に支配し、これら二つの項は、電機子巻線の外径と常温ダンパの外径の比 $\frac{R_{2o}}{R_{ao}}$ の単調増加関数である。

〈3・3〉二線突発地絡時 無負荷からの二線突発地絡時 (b,c 相地絡) の電機子電流の過渡特性解析式として次の (17),(18) 式が得られた。

$$i_b(t) = -\frac{3E_0}{2X_d} \left[\left\{ \frac{X_d}{X_d'''} + 2X_0 \exp\left(-\frac{\omega_o(r_a + 2r_0)}{X_d'''} t\right) + \left(\frac{X_d}{X_d'' + 2X_0} - \frac{X_d}{X_d + 2X_0}\right) \exp\left(-\frac{X_d + 2X_0}{X_d'' + 2X_0} \frac{t}{T_{qo}''}\right) + \left(\frac{X_d}{X_d'' + 2X_0} - \frac{X_d}{X_d'' + 2X_0}\right) \exp\left(-\frac{X_d'' + 2X_0}{X_d'' + 2X_0} \frac{t}{T_{qo}'''}\right) \right\} \cos \delta - \frac{X_d}{X_d'''} \cos(\omega_o t + \delta) \right]$$

$$\begin{aligned} &+ \left(\frac{X_d}{X_d'' + 2X_0} - \frac{X_d}{X_d'' + 2X_0} \right) \exp\left(-\frac{X_d'' + 2X_0}{X_d'' + 2X_0} \frac{t}{T_{qo}''}\right) \\ &+ \left(\frac{X_d}{X_d'' + 2X_0} - \frac{X_d}{X_d'' + 2X_0} \right) \exp\left(-\frac{X_d'' + 2X_0}{X_d'' + 2X_0} \frac{t}{T_{qo}'''}\right) \left\} \cos \delta - \frac{X_d}{X_d'''} \cos(\omega_o t + \delta) \right] \\ &+ \frac{\sqrt{3}E_0}{2X_d} \left[\left\{ \frac{X_d}{X_d'''} \exp\left(-\frac{\omega_o r_a}{X_d'''} t\right) + \left(\frac{X_d}{X_d''} - 1\right) \exp\left(-\frac{X_d}{X_d''} \frac{t}{T_{qo}''}\right) + \left(\frac{X_d}{X_d'''} - \frac{X_d}{X_d''}\right) \exp\left(-\frac{X_d''}{X_d'''} \frac{t}{T_{qo}'''}\right) \right\} \sin \delta - \frac{X_d}{X_d'''} \sin(\omega_o t + \delta) \right] \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_c(t) = &-\frac{3E_0}{2X_d} \left[\left\{ \frac{X_d}{X_d'''} + 2X_0 \exp\left(-\frac{\omega_o(r_a + 2r_0)}{X_d'''} t\right) + \left(\frac{X_d}{X_d'' + 2X_0} - \frac{X_d}{X_d + 2X_0}\right) \exp\left(-\frac{X_d + 2X_0}{X_d'' + 2X_0} \frac{t}{T_{qo}''}\right) + \left(\frac{X_d}{X_d'' + 2X_0} - \frac{X_d}{X_d'' + 2X_0}\right) \exp\left(-\frac{X_d'' + 2X_0}{X_d'' + 2X_0} \frac{t}{T_{qo}'''}\right) + \left(\frac{X_d}{X_d'' + 2X_0} - \frac{X_d}{X_d'' + 2X_0}\right) \exp\left(-\frac{X_d'' + 2X_0}{X_d'' + 2X_0} \frac{t}{T_{qo}'''}\right) \right\} \cos \delta - \frac{X_d}{X_d'''} \cos(\omega_o t + \delta) \right] \\ &+ \frac{\sqrt{3}E_0}{2X_d} \left[\left\{ \frac{X_d}{X_d'''} \exp\left(-\frac{\omega_o r_a}{X_d'''} t\right) + \left(\frac{X_d}{X_d''} - 1\right) \exp\left(-\frac{X_d}{X_d''} \frac{t}{T_{qo}''}\right) + \left(\frac{X_d}{X_d'''} - \frac{X_d}{X_d''}\right) \exp\left(-\frac{X_d''}{X_d'''} \frac{t}{T_{qo}'''}\right) \right\} \sin \delta - \frac{X_d}{X_d'''} \sin(\omega_o t + \delta) \right] \quad (18) \end{aligned}$$

(17),(18) 式において、6,10 行目は定常振動項 (交流分)、1,7 行目、2,3,8 行目、4,5,9 行目はそれぞれ電機子時定数、低温および常温ダンパの時定数に関する減衰項 (直流分) である。b 相の過渡電機子電流を表す (17) 式において、例えば、初期位相 $\delta = 2\pi/3[\text{rad}]$ で突発地絡故障が発生した場合、減衰成分が最大となり、電流のピーク値も最大となる。また、例えば $\delta = \pi/6[\text{rad}]$ で突発地絡故障が発生した場合、減衰成分は最小となり、ピーク値も最小となる。一方、c 相の過渡電機子電流を表す (18) 式において、例えば、初期位相 $\delta = -2\pi/3[\text{rad}]$ で突発地絡故障が発生した場合、減衰成分が最大となり、電流のピーク値も最大となる。また、例えば $\delta = -\pi/6[\text{rad}]$ で突発地絡故障が発生した場合、減衰成分は最小となり、ピーク値も最小となる。

ここで (17),(18) 式において、同期リアクタンスと過渡リアクタンスおよび零相リアクタンスの比で表されている各項の係数は、機器の構造パラメータの関数として次式で記述される。

$$\frac{X_d}{X_d'''} + 2X_0 = \frac{1}{\chi_1(R_{2o}) + \frac{4}{3} \left(\frac{L_{a3}}{L_{a1}} \right)^2 \frac{Z_{a3}}{Z_{a1}} \chi_3(R_{2o})}$$

$$\begin{aligned}\frac{X_d}{X_d'' + 2X_{00}} &= \frac{1}{\chi_1(R_{1o}) + \frac{4}{3} \left(\frac{f_{a3}}{f_{a1}}\right)^2 \frac{Z_{a3}}{Z_{a1}}} \\ \frac{X_d}{X_d + 2X_{00}} &= \frac{1}{1 + \frac{4}{3} \left(\frac{f_{a3}}{f_{a1}}\right)^2 \frac{Z_{a3}}{Z_{a1}}} \\ \frac{X_d}{X_d'' + 2X_{00}'} &= \frac{1}{\chi_1(R_{1o}) + \frac{4}{3} \left(\frac{f_{a3}}{f_{a1}}\right)^2 \frac{Z_{a3}}{Z_{a1}} \chi_3(R_{1o})} \\ \frac{X_d}{X_d'' + 2X_{00}'} &= \frac{1}{\chi_1(R_{2o}) + \frac{4}{3} \left(\frac{f_{a3}}{f_{a1}}\right)^2 \frac{Z_{a3}}{Z_{a1}} \chi_3(R_{1o})}\end{aligned}$$

ここで、3.1節と同様の数値検討を行なった結果、

$$\begin{aligned}1.1 &< \frac{X_d}{X_d''' + 2X_0} < 1.8 \\ 0.21 &< \left(\frac{X_d}{X_d'' + 2X_{00}} - \frac{X_d}{X_d + 2X_{00}} \right) < 0.51 \\ 6.2 \times 10^{-3} &< \left(\frac{X_d}{X_d'' + 2X_{00}'} - \frac{X_d}{X_d' + 2X_{00}} \right) < 0.10 \\ 0.13 &< \left(\frac{X_d}{X_d''' + 2X_{00}'} - \frac{X_d}{X_d' + 2X_{00}'} \right) < 0.29 \\ 1.9 \times 10^{-2} &< \left(\frac{X_d}{X_d''' + 2X_0} - \frac{X_d}{X_d' + 2X_{00}'} \right) < 0.24\end{aligned}$$

となった。3.2節での数値検討結果と併せて、超電導発電機の無負荷からの二線突発地絡時の電機子電流の過渡特性を表す(17),(18)式において、 $\frac{X_d}{X_d'' + 2X_0}$ および $\frac{X_d}{X_d'}$ が他の係数と比較して大きいことがわかる。したがって、電機子時定数に関する減衰項および定常振動項が過渡電機子電流のピーク値を主に支配し、これら二つの項は、電機子巻線の外径と常温ダンパの外径の比 $\frac{R_{2o}}{R_{1o}}$ の単調増加関数である。

〈3.4〉数値検討 本節では、無負荷からの各故障時に巻線に流れる過渡電機子電流を大まかに見積もるために、電機子電流のピーク値(初期位相 δ に依存する量)および持続短(地)絡電流値(定常振動項の大きさ、故障が除去されるまで流れ続け、初期位相 δ に依存しない量)について、3.1節に示した「1GVA 級超電導発電機の構造パラメータの例」を用いて数値検討を行なった。その結果を以下に示す。なお、ピーク値計算の際、各故障について、それぞれ故障電流が最大となるような位相 δ で故障が発生したと仮定している。

一線突発地絡時

$$\begin{aligned}6.2 &< I_{a(Peak)} < 34 \quad [\text{p.u.}] \\ 2.9 &< I_{a(Steady-state)} < 19 \quad [\text{p.u.}]\end{aligned}$$

二相突発短絡時

$$\begin{aligned}3.9 &< I_{b(Peak)} < 24 \quad [\text{p.u.}] \\ 2.0 &< I_{b(Steady-state)} < 15 \quad [\text{p.u.}]\end{aligned}$$

二線突発地絡時

$$\begin{aligned}5.1 &< I_{b(Peak)} < 28 \quad [\text{p.u.}] \\ 2.8 &< I_{b(Steady-state)} < 18 \quad [\text{p.u.}]\end{aligned}$$

4. 界磁電流の過渡特性解析解

〈4.1〉界磁電流の変化分の時間変化率 3.1節で電機子電流の過渡特性解析解を導出する際、

$$M_{0+}(s) = M_{0-}(s) = M_{2+}(s) = M_{2-}(s) = 0$$

つまり、低温ダンパが超電導界磁巻線を電機子巻線の発生する変動磁界から完全に遮蔽していると仮定した。しかし、超電導界磁巻線電流の場合は、その変化分の時間変化率が、巻線の常電導転移からの保護という観点から重要な指標となる。そこで、本章では低温ダンパが超電導界磁巻線を電機子巻線が発生する変動磁界から完全に遮蔽していることを仮定せず、詳細な解析を行なった。

(7)式を $\alpha - \beta - 0$ 変換し、さらに(14)式を代入すると、一線突発地絡時における超電導界磁巻線電流の変化分の時間変化率の解析式として(19)式が得られた。他の故障についても同様の解析を行なった結果、(20)~(21)式が得られた。得られた各式は減衰振動であることがわかる。なお、式中で I_{fo} は故障直前の界磁電流値である。

一線突発地絡時

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \frac{\Delta i_f(t)}{I_{fo}} &\cong 2\omega_o \left(1 - \frac{X_d'}{X_d} \right) \frac{T_{qo}''}{T_f''} \cos \delta \sin(\omega_o t + \delta) \\ &\quad \cdot \frac{X_d}{2X_d + X_{00}} \exp \left(-\frac{2X_d + X_{00}}{2X_d'' + X_{00}} \frac{t}{T_{qo}''} \right)\end{aligned}\quad (19)$$

二相突発短絡時

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \frac{\Delta i_f(t)}{I_{fo}} &\cong \omega_o \left(1 - \frac{X_d'}{X_d} \right) \frac{T_{qo}''}{T_f''} \sin \delta \cos(\omega_o t + \delta) \\ &\quad \cdot \exp \left(-\frac{X_d}{X_d''} \frac{t}{T_{qo}''} \right)\end{aligned}\quad (20)$$

二線突発地絡時

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \frac{\Delta i_f(t)}{I_{fo}} &\cong \omega_o \left(1 - \frac{X_d'}{X_d} \right) \frac{T_{qo}''}{T_f''} \\ &\quad \cdot \left\{ \sin \delta \cos(\omega_o t + \delta) \exp \left(-\frac{X_d}{X_d''} \frac{t}{T_{qo}''} \right) - \cos \delta \sin(\omega_o t + \delta) \right. \\ &\quad \cdot \left. \frac{X_d}{X_d + 2X_{00}} \exp \left(-\frac{X_d + 2X_{00}}{X_d'' + 2X_{00}} \frac{t}{T_{qo}''} \right) \right\}\end{aligned}\quad (21)$$

(19)~(21)式の形から、初期位相 δ によって、時間変化率の大きさが異なることがわかる。例えば、一線突発地絡時には、 $\delta = 0[\text{rad}]$ の位相で故障が発生した場合、時間変化率は最大となるが、 $\delta = \pi/2[\text{rad}]$ の位相で故障が発生した場合は0となる。同様に、二相突発短絡時および二線突発地絡時には、 $\delta = \pi/2[\text{rad}]$ の位相で故障が発生した場合、時間変化率は最大となる。

(19)~(21)式に共通して現れる係数と発電機の構造パラメータの関係は次式で表される。

$$1 - \frac{X_d'}{X_d} = \frac{\lambda_{af}^2 Y_{a1}^2 y_1^2(x_f)}{\lambda_a \lambda_f Z_{a1} Z_{f1}} \left(\frac{R_{fo}}{R_{ao}} \right)^{2p} \quad (22)$$

$$\frac{T_{qo}''}{T_f''} = \frac{1}{1 - \left\{ 1 + \left(\frac{R_{1i}}{R_{3i}} \right)^{2p} \right\} \frac{y_1^2(x_f)}{Z_{f1}} \left(\frac{R_{fo}}{R_{1i}} \right)^{2p}} \quad (23)$$

これらの関係式より、超電導発電機の無負荷からの各故障時における超電導界磁巻線電流の変化分の時間変化率を表す(19)~(21)式は主に、界磁巻線の外径と電機子巻線の外径の比 $\frac{R_{fo}}{R_{ao}}$ および界磁巻線の外径と低温ダンパの内径の比 $\frac{R_{fo}}{R_{fi}}$ の単調増加関数であることがわかる。

〈4・2〉数値検討 ここで、各故障時における界磁電流の変化分の時間変化率の最大値を大まかに見積もるために、表1に示した「1GVA級超電導発電機の構造パラメータの例」を用いて(22),(23)式で表される2つの係数、および各故障時における界磁電流の時間変化率の最大値について数値検討を行なった。その結果を以下に示す。なお、計算の際、各故障について、それぞれ時間変化率が最大となるような位相 δ で故障が発生したと仮定している。

係数

$$0.21 < 1 - \frac{X_d'}{X_d} < 0.41$$

$$5.0 < \frac{T_{fo}''}{T_f'} < 7.4$$

一線突発地絡時

$$3.5 \times 10^2 < \max \left| \frac{d \Delta i_f(t)}{dt} \frac{1}{I_{fo}} \right| < 1.0 \times 10^3 \quad [\text{sec}^{-1}]$$

二相突発短絡時

$$3.9 \times 10^2 < \max \left| \frac{d \Delta i_f(t)}{dt} \frac{1}{I_{fo}} \right| < 1.2 \times 10^3 \quad [\text{sec}^{-1}]$$

二線突発地絡時

$$3.9 \times 10^2 < \max \left| \frac{d \Delta i_f(t)}{dt} \frac{1}{I_{fo}} \right| < 1.2 \times 10^3 \quad [\text{sec}^{-1}]$$

5. 解析結果のまとめ

二重のダンパ円筒を有する超電導発電機の、無負荷からの各突発短絡故障時における、電機子電流および界磁電流の変化分の時間変化率の過渡特性解析式を導出し、解析式と機器の構造パラメータの関係について考察を行なった上で、「1GVA級超電導発電機の構造パラメータの例」を用いた数値検討も行なった。その結果を以下にまとめる。

- 電機子電流の過渡特性解析式は、3つの減衰項（直流分）と1つの定常振動項（交流分）から成る。減衰項の大きさは初期位相 δ の大きさに大きく依存するが、定常振動項の大きさは δ に依存しない。
- 電機子電流の過渡特性解析式について、解析を行なったすべての故障において、電機子時定数に関する減衰項および、定常振動項の係数が大きさとして支配的であった。
- それら2つの項には同一の係数がかかっており、それは常温ダンパの外径 R_{2o} と電機子巻線の外径 R_{ao} の比、 $\frac{R_{2o}}{R_{ao}}$ の単調増加関数である。したがって、故障時に流れる電機子電流のピーク値は、主に電機子巻線の外径と常温ダンパの外径の位置関係によって決まると考えられる。

- 「1GVA級超電導発電機の構造パラメータの例」を設定して、各故障毎に電機子電流の解析式のピーク値および持続短（地）絡電流値（定常振動項）の振幅について数値検討を行なった結果、どちらも大きさは

一線地絡>二線地絡>二相短絡

の順となった。

なお、ピーク値計算の際、故障電流が最大となるような初期位相 δ で故障が発生したと仮定したが、どの故障においてもピーク値の振幅は最大でも定常値の振幅の2倍程度であることが3・4節の検討結果よりわかる。

- 超電導界磁巻線電流の各故障時における変化分の時間変化率について解析解を導出した上で、構造パラメータとの関係について考察を行なった結果、どの故障においても解析解は、界磁巻線の外径と電機子巻線の外径の比 $\frac{R_{fo}}{R_{ao}}$ および界磁巻線の外径と低温ダンパの内径の比 $\frac{R_{fo}}{R_{fi}}$ の単調増加関数であることがわかる。
- 「1GVA級超電導発電機の構造パラメータの例」を用いて、各故障時に共通して現れる2つの係数（(22),(23)式）、および界磁電流の変化分の時間変化率の最大値について数値検討を行なった結果、どの故障においても電流の変化が非常に速く、超電導界磁巻線にとって苛酷な条件となることがわかった。また、2つの係数の数値検討結果より、 $\frac{T_{fo}''}{T_f'}$ がパラメータ $\frac{R_{fo}}{R_{fi}}$ の僅かな変動に対して大きく変化していることがわかる。したがって、各故障時における超電導界磁巻線電流の変化分の時間変化率の大きさは、主として低温ダンパの内径と界磁巻線の外径の位置関係に支配されるものと考えられることができる。

6. 解析式と実験結果の比較・検討

超電導発電機の回転子にも、界磁電流制御方式の違いにより複数の種類がある。比較・検討を行なう際、参照する実験データは、解析解を導出する際に仮定した基本構造と運転条件が同一のものが望ましい。

そこで本章では、一定励磁型20kVA超電導発電機⁽⁹⁾を用いて行なわれた、無負荷からの突発短絡故障実験データを参照しながら解析結果との比較・検討を行なう。

〈6・1〉実験機の構造と基本設計諸元 実験機は立軸回転界磁型構造で、定格容量20[kVA]、定格電圧220[V]、定格電流52.5[A]、定格界磁電流202[A]、定格回転速度1800[rpm]、同期リアクタンス X_d 0.143[p.u.]である。また二重のダンパ円筒を有するなど、図1に示したものとほぼ同一の断面構造を有する。

界磁巻線はNbTi超電導線を採用した、レーストラック型で1極の巻数は455である。低温ダンパは厚さ5[mm]の純銅円筒、常温ダンパは厚さ6[mm]のリン脱酸銅の円筒である。電機子巻線は3相星形結線で、2層重ね巻、分布巻、短節巻、毎極毎相のスロット数は5(=60/3/4)である。また、外部機械シールドは磁気シールド（積層珪素鋼板）と導電シー

ルド（アルミニウム）が併用できる構造となっていて、磁気シールドは厚さと軸方向長の異なる三種類のものが用意されているが、本実験では厚さ 15[mm]、長さ 600[mm] のものを用いた。

なお、励磁電源はダイオードブリッジ整流の直流電源で、三相交流側の誘導電圧調整機により電圧を制御している。

図 4 に実験機の断面図を、表 2 に実験機の構造パラメータ（各構造物の半径）をそれぞれ示す。

図 4 一定励磁型 20kVA 超電導発電機の構造
Fig. 4. Cross sectional view of 20kVA SCG.

界磁巻線	内径 R_{fi}	$6.91 \times 10^{-2}[\text{m}]$
	外径 R_{fo}	$1.02 \times 10^{-1}[\text{m}]$
低温ダンパ	内径 R_{1i}	$1.25 \times 10^{-1}[\text{m}]$
	外径 R_{1o}	$1.26 \times 10^{-1}[\text{m}]$
常温ダンパ	内径 R_{2i}	$1.46 \times 10^{-1}[\text{m}]$
	外径 R_{2o}	$1.47 \times 10^{-1}[\text{m}]$
電機子巻線	内径 R_{ai}	$1.68 \times 10^{-1}[\text{m}]$
	外径 R_{ao}	$2.16 \times 10^{-1}[\text{m}]$
機械シールド	内径 R_{3i}	$2.60 \times 10^{-1}[\text{m}]$

表 2 実験機の半径方向の寸法
Table 2. Radial dimensions of 20kVA SCG.

〈6・2〉 解析式と実験結果の比較・検討 本節では、3・1～3・3 節で導出した、各突発短（地）絡故障時における過渡電機子電流の解析式に、実験機の寸法などの構造パラメータや機器定数を代入することで電機子電流波形を求め、実験結果との比較・検討を行なう。

まず、過渡電機子電流の定常値（持続短絡電流の振幅で初期位相 δ に依存しない量）について解析式と実験結果の間で比較・検討を行なった。その結果、

- 各故障の間で過渡電機子電流の定常値の大きさが
一線地絡>二線地絡>二相短絡

の順となることが解析結果と実験結果の間で一致した。そこで、過渡電機子電流のピーク値が最大となる、無負荷からの一線突発地絡故障に注目し、ピーク値がほぼ最大となるよう、初期位相 δ を揃えて比較した結果が次の図 5、6 である。なお、(15) 式は発電機軸方向の単位長さを考慮した、二次元解析モデルに基づいて導出されているので、図 5 の縦軸の単位は [A/m] を用いた。

なお、両者の間には直流分の減衰の速さに相違がみられるが、その理由としては (1) 超電導発電機の二つのダンパの温度状態を精密に考慮していないこと (2) 電機子抵抗 r_a および零相抵抗 r_0 の数値上の評価が精密でないこと等が考えられる。

図 5 電機子電流（解析式）
Fig. 5. Armature current.(Analytical result.)

図 6 電機子電流（実験結果）
Fig. 6. Armature current.(Experimental result.)

図 5,6で表される, 解析式と実験結果の過渡電機子電流の波形を比較した結果,

- 「(ピーク値) : (定常振動項の振幅) = 2:1」となることがほぼ一致した。

このことは, (15) 式において, 電機子時定数に関する減衰項および定常振動項に共通して現れる係数 $\frac{X_d}{2X_d' + X_0}$ が他の項の係数と比較して大きいという, 3.1 節の数値検討結果と良く一致していると考えることができる。

以上の検討結果より, 解析式導出の際に用いた仮定の妥当性を実験的に明らかにするとともに, 機器設計を行なう際, 電機子巻線に流れる故障電流を見積もる上で, 一応の目安として一線突発地絡故障を想定し, 仮に故障電流が最大となるような位相 ($\delta = \pi/2$) で突発地絡が起こった場合でも, 定常値の 2 倍程度のピーク値を想定しておけばよいことが解析, 実験の双方から結論づけられたことになる。

7. おわりに

本論文では, 二重のダンパ円筒を有する, 一定励磁型超電導発電機の無負荷からの突発短絡故障時 (一線突発地絡時, 二相突発短絡時, 二線突発地絡時,) の電氣的過渡特性のうち, 電機子電流および界磁電流の変化分の時間変化率に関する解析式を, 二次元解析モデルを設定した上で解析的に導出し, 得られた解析式と構造パラメータの関係について考察を行なった。さらに, 電機子電流については解析式と 20kVA 級小型超電導発電機による突発短絡故障実験結果との比較・検討も行なった。その結果として, 過渡電機子電流のピーク値を支配するパラメータを解析的に明らかにするとともに, 実験結果との比較的良い一致も得られた。このことから, 軸方向を一樣とみなした二次元モデルに基づいて行なった解析においても, 良好な結果が得られたものと考えることができる。

今後は以下の方針で研究を進めていく予定でいる。

- 各故障時に二つのダンパに働くトルク, 半径方向応力などの過渡的な応力について, ダンパに過渡的に流れる渦電流の解析式を導出した上で解析を行ない, ダンパの寸法, 厚さ, 導電率などの構造パラメータとの関係について考察を行なう。
- 最終的に電氣的過渡特性, 機械的過渡特性のすべての結果を踏まえたまとめを行ない, 機器設計への一助となり得る, 解析式と構造パラメータの関係の明確かつ簡便な表現を行なう。

(平成 10 年 11 月 9 日受付. 同 11 年 10 月 12 日再受付)

文 献

- (1) 市川 建美. 「超電導発電機 — 実証試験の開始間近な研究開発 —」. 電気学会誌, Vol.117, 1997.
- (2) 「超電導発電機システムの動特性」. 電気学会技術報告, 第 639 号, 1997.
- (3) 新谷 敏朗, 仁田 旦三, 岡田 隆夫. 「電磁界解析による超電導発電機の三相突発短絡時の過渡現象近似解析」. 電気学会論文誌 D, 108 巻, 11 号, 1988.
- (4) 新谷 敏朗, 仁田 旦三, 岡田 隆夫. 「超電導発電機の機器定数の構造パラメータによる簡易表現」. 電気学会論文誌 B, 106 巻, 12 号, 1986.
- (5) Chales.V.Johns. "The Unified Thory of Electrical Machines". (Butterworths, 1967) P.275.
- (6) Y.K.Ching, B.Adkins. "Transient Theory of Synchronous Generators under Unbalanced Conditions". *Proc.I.E.E.*, Part IV, 101, 1954.
- (7) 仁田 旦三, 木村 友孝, 白井 康之. 「超電導発電機の一線突発地絡時の過渡特性と構造パラメータの関係」. 電気学会研究会資料, ASC-95-46, 1995.
- (8) 仁田 旦三, 中島 健太, 白井 康之. 「超電導発電機の系統事故時における電氣的過渡特性と構造パラメータの関係の簡易表現」. 電気学会研究会資料, ASC-98-24, RM-98-38, 1998.
- (9) T.Okada, T.Nitta, et al. "The Basic Test on the 20kVA Superconducting Generator". *IEEE Trans. Magnetics*, Vol.19, No.3, pp.1043-1046, 1983

中島 健太

(正員) 1974 年 8 月 19 日生. 1999 年 3 月 東京大学大学院工学系研究科修士課程修了. 現在, 東海旅客鉄道 (株) 勤務. 東京大学大学院在学中に超電導発電機の過渡特性解析に関する研究に従事。

木村 友孝

(非会員) 1971 年 11 月 13 日生. 1996 年 3 月 京都大学大学院修士課程修了. 現在, 三菱電機 (株) 勤務. 京都大学大学院在学中に超電導発電機の過渡特性解析に関する研究に従事。

白井 康之

(正員) 1957 年 6 月 20 日生. 1985 年 3 月 京都大学大学院博士課程修了. 同年 4 月 京都大学工学部助手, 1996 年 5 月 京都大学大学院エネルギー科学研究科助教授. 現在に至る. 工学博士. この間, 主として超電導応用電力機器に関する研究に従事. 低温工学会会員。

仁田 旦三

(正員) 1944 年 8 月 2 日生. 1972 年 3 月 京都大学大学院博士課程修了. 同年 4 月 京都大学工学部助手, 1980 年 4 月 同助教授, 1996 年 4 月 東京大学大学院工学系研究科教授. 現在に至る. 工学博士. この間, 主としてグラフ理論, 超電導応用電力機器に関する研究に従事. 1996 年 電気学会論文賞受賞. 低温工学会会員。