ギアトルク補償に基づくバックラッシュをもつ二慣性系の速度制御

学生員 小田井 正 樹 (東京大学)

正 員 堀 洋 一 (東京大学)

Speed Control of 2-Inertia System with Gear Backlash based on Gear Torque Compensation

Masaki Odai, Student Member, Yoichi Hori, Member (The University of Tokyo)

In this paper, we propose a novel speed control method for 2-inertia system with gear backlash based on the gear torque compensator. The compensator consists of two elements: the gear torque observer and a feedback gain to be adjusted. The ideal gear torque compensation makes the characteristic from motor torque to motor speed to that of 1-inertia system. However, such a direct usage of the compensator causes harmful vibration due to the torsional shaft. To make a compromise, we introduce a feedback gain and adjust it. By combining this method with a usual PID controller, we realized superior performances in vibration suppression and disturbance rejection. Its effectiveness is shown by simulations and experiments.

キーワード：非線形要素, バックラッシュ, ギアトルクオブザーバ, ギアトルク補償, 二慣性系, 振動抑制制御

1. はじめに

産業用ドライブや高速位置決め制御において、制御対象に存在する摩擦、飽和、ギアバックラッシュなどの非線形要素が、制御性能を劣化させる大きな障害であることは古くから知られている。その中でも、ギアバックラッシュは、モデル化が困難なことなどから最も性質の悪い非線形要素である。本稿では、これに対処するため、ギアトルク補償という考え方に基づく新しい手法を提案し、二慣性系の速度制御に適用してその有効性を示す⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾。

制御について活発に研究が行われている^{(4)~(9)}。〈2・1〉に示す二慣性系は、軸ねじれ振動を考慮した最も簡単なモデルであり、これに基づいて制御器を設計することが多い。しかし、図1に示すように、制御対象にバックラッシュが存在する場合、バックラッシュがない場合には実現できていた所望の性能を発揮できないばかりか、安定性を損なうことも珍しくない。

一方、バックラッシュをもつシステムの制御手法もいくつか提案されている。しかし、ギアの状況によって制御手法を切り替えるために速い応答を得ることが難しい⁽¹⁰⁾、速度制御器とバックラッシュ補償器を同時に設計するので調整すべきパラメータの関係が分かりにくい⁽¹¹⁾、というような欠点がある。本稿で提案する手法は、このような点を改善しながら調整指針ができるだけ明確な、また、実用的な側面から制御器の次数を大きくしないものとなっている。

2. バックラッシュをもつ二慣性系のモデル

〈2・1〉 二慣性系のモデル 図2に示す二慣性系のモデルは、摩擦項 B_m, B_l を無視すると、式(1)と表される。共振周波数 $\omega_a/\sqrt{q}$ と反共振周波数 ω_a をもっている。

$$\frac{\omega_m}{T_m} = \frac{1-q}{J_l s} \frac{s^2 + \omega_a^2}{q s^2 + \omega_a^2} \dots\dots\dots (1)$$

$$\omega_a = \sqrt{K_s/J_l}, \quad q = J_m/(J_m + J_l)$$

〈2・2〉 バックラッシュをもつギアのモデル ギアの一部に注目すると、バックラッシュとその挙動は図3のように表

(a) バックラッシュのない二慣性系 (b) バックラッシュのある二慣性系

図1 バックラッシュ振動の例

Fig.1. The harmful vibration caused by gear backlash. (a) Step-response simulation of 2-inertia system without backlash. (b) Step-response experiment of 2-inertia system with backlash.

近年の速度制御系の応答速度の向上によって、モータと負荷をつなぐ軸の剛性が無視できなくなり、その振動抑制

(a) 二慣性系の構成

(b) 二慣性系のブロック図

図2 二慣性系

Fig. 2. 2-inertia system. (a) Structure of 2-inertia system. (b) Block diagram of 2-inertia system.

(a) ギアバックラッシの構造

(b) バックラッシモデル

図3 ギアバックラッシ

Fig. 3. Gear backlash. (a) Structure of gear backlash. (b) Block diagram of gear backlash.

することができる。

ギアの慣性モーメント J_1, J_2 , ギアの弾性 K_g , バックラッシ角 $\Delta\theta$ を導入することにより、バックラッシをもつギアは、図 3-b のような不感帯をもつ二慣性系としてモデル化することができる⁽¹²⁾。ここで、式 (2) の角運動量保存則が成立する。

$$J_1 \omega_1 + J_2 \omega_2 = \text{constant} \quad (2)$$

ここで、図 3-b のバックラッシモデルには不感帯が存在する。時間応答を計算する場合にはそのまま非線形要素として用いるが、周波数応答を見る場合には記述関数を用い

て等価ゲインとして扱わざるを得ない。

不感帯の記述関数 K_l は、その入力を $A \sin \omega t$ とすると、式 (3) で与えられる。また、振幅 A の取り得る値は $0 \leq A < \infty$ のため、 K_l の取り得る値は式 (4) となる。

$$K_l = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \frac{\Delta\theta}{A} - \frac{\Delta\theta}{A} \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta\theta}{A} \right)^2} \right) & (|u| > \Delta\theta) \\ 0 & (|u| \leq \Delta\theta) \end{cases} \quad (3)$$

$$0 \leq K_l < 1 \quad (4)$$

そこで、図 3-b の不感帯を記述関数 K_l で表現すると、式 (5) が得られる。

$$\frac{\omega_1}{T_1} = \frac{1 - q_b}{J_2 s} \frac{s^2 + \omega_{ab}^2}{q_b s^2 + \omega_{ab}^2} \quad (5)$$

$$\omega_{ab} = \sqrt{K_l K_g / J_2}, \quad q_b = J_1 / (J_1 + J_2)$$

〈2・3〉 バックラッシをもつ二慣性系のモデル 以上の二慣性系とバックラッシのモデルを結合すれば、バックラッシをもつ二慣性系のモデルが得られるが、モータと負荷の慣性の他にギアの慣性 2 個が加わり、四慣性系と非常に大がかりなものとなる。本稿では、簡単のためと、図 12 に示す実験機において、ギアがモータに近い方に位置しているという構造上の特徴を考慮して、図 4 に示す三慣性を使ったモデルで十分であると考え、これを用いることにする。

(a) バックラッシをもつ二慣性系の構造

(b) バックラッシをもつ二慣性系のモデル

図4 バックラッシをもつ二慣性系

Fig. 4. 2-inertia system with backlash.

なお、記号は、 J_m :モータ慣性とモータ側ギア慣性の合計、 J_g :負荷側ギア慣性、 J_l :負荷慣性、 K_s :軸の弾性である。

3. ギアトルク補償器

〈3・1〉ギアトルクオブザーバ 図3-bに示したバックラッシュモデルにおいて負荷トルク $T_s = 0$, バックラッシュがないと仮定すると、式(6)となるので、式(7), (8)が成り立つ。これより、バックラッシュのない状態を実現するであろうギアトルク T_g の大きさが、式(9)のように計算される。

$$\omega_m = \omega_g \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\omega_m = (T_m - T_g)/(J_m s) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\omega_g = T_g/(J_g s) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$T_g = \frac{J_g}{J_m + J_g} T_m = K_b T_m \quad \dots\dots\dots (9)$$

ギアトルクをオブザーバを用いて推定し、その大きさが式(9)になるような制御系を構成すると図5のようになる。ギアトルクオブザーバの構造は、外乱オブザーバと同じである。(ここではその推定速度は十分速いとするので、図では純粋微分で表現しているが、実際の推定速度は有限である。)

ここで $K_{pf} = 1$ とし、 K_b として式(10)に示すノミナル値 K_{bn} を用いれば、式(11)や図6-aのように ω_m/T_m^* が T_g と無関係となって一慣性化され、さらに慣性モーメントがノミナル化される。ただし、図6-aは実験機の数値を用いており、添字 n はノミナル値を意味する。

$$K_{bn} = \frac{J_{gn}}{J_{mn} + J_{gn}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\omega_m = \frac{1}{(J_{mn} + J_{gn})s} T_m^* \quad \dots\dots\dots (11)$$

しかし、図6-bに示すように、 $K_{pf} = 1$ の補償器は、 T_g だけでなく軸ねじれトルク T_s をも補償してしまう。 T_s が補償され ω_m に現れないということは、軸ねじれ振動の情報が

図5 ギアトルク補償器

Fig. 5. Gear torque compensator.

図6 $K_{pf} = 1$ の場合のギアトルク補償器の周波数特性

Fig. 6. Bode magnitude plots of ω_m/T_m^* and ω_m/T_s when $K_{pf} = 1$

モータ側に伝達されないことを意味するので、軸ねじれ振動の制御ができない。

そこで、補償器の形は変えずに、二慣性系振動の抑制を考慮してゲイン K_{pf} を決定する手法を考える。

〈3・2〉ゲイン K_{pf} の決定法 ゲイン K_{pf} の値を決定する際には、バックラッシュの補償および軸ねじれ情報の伝達の両面を考慮しなければならない。

まず、バックラッシュ補償の指標として、式(12)で与えられる E のピークゲイン E_p を用いる。ここで E_p は小さな値であるほど、バックラッシュ補償の面ですぐれている。

また、軸ねじれ情報伝達の指標として、式(13)で与えられる F の共振周波数 ω_r におけるゲイン F_r を用いる。 F_r は、バックラッシュがなく一慣性系である場合より $1/\{(J_m + J_g)\omega_r\}$ 程度が良いが、ここでは簡単の為、大きいほどすぐれているとする。

実験機の数値を用いて E および F の K_{pf} に対する変化を計算した結果を、図7, 8に示す。ここでは $\omega_r \simeq 152[\text{rad/s}]$ である。

$$E = \frac{\omega_m - \omega_g}{T_m^*} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$F = \frac{\omega_m}{T_s} \quad \dots\dots\dots (13)$$

図7 K_{pf} に対する E の変化
Fig. 7. Bode magnitude plot of E to K_{pf} .

図8 K_{pf} に対する F の変化
Fig. 8. Bode magnitude plot of F to K_{pf} .

E_p , F_r を用いて、式(14)で与える評価量 $Z(K_{pf})$ を定

義し、これを最小とする K_{pf} を用いる。実験機の例で E_p , F_r , Z を描くと図 9 のようになり、 Z を最小とする K_{pf} は 0.74 となる。

$$Z(K_{pf}) = \frac{E_p(K_{pf})}{E_p} - \frac{F_r(K_{pf})}{F_r} \dots\dots\dots (14)$$

$$\overline{E_p} = \sqrt{\int_0^1 E_p^2 dK_{pf}}, \quad \overline{F_r} = \sqrt{\int_0^1 F_r^2 dK_{pf}} \quad (15)$$

図 9 K_{pf} に対する諸量の変化
Fig. 9. Characteristics of E_p , F_r and Z to K_{pf} .

図 10 推奨する K_{pf} を用いた場合の周波数特性
Fig. 10. Bode magnitude plots of (a) ω_m/T_m^* and (b) ω_m/T_s with the suggested K_{pf} .

図 9 より、定性的には、 E_p 、すなわちバックラッシュ振動の抑制性能は大きい K_{pf} ほどよく、 F_r 、すなわち二慣性系振動の抑制性能は K_{pf} が小さいほどすぐれていることがわかる。具体的には、まず計算によって推奨される K_{pf} を適用し、応答波形を見ながら、両者のバランスを取るようチューニングすればよい。推奨される K_{pf} (0.74) を用いた場合の周波数特性を図 10 に示す。軸ねじれトルク T_s の情報が速度制御器に伝達され、 ω_m/T_m^* を見ると完全な一慣性化はなされていないものの、バックラッシュ振動より低い周波帯ではほぼ一慣性系とみなせ、また共振点が抑えられていることがわかる。

〈3・3〉 不感帯の記述関数 K_l の取扱いについて 提案手法では K_{pf} の値を決定するために周波数応答を用いている。先に述べたように、周波数応答を計算する場合は、不感帯を等価ゲイン K_l ($0 \leq K_l \leq 1$) として扱う必要がある。

ギアが完全な非接触であれば $K_l = 0$ であり、完全な接

触状態であれば $K_l = 1$ である。 $K_l = 0$ の場合は、 K_{pf} の値によらず $T_g = 0$ となり、軸ねじれトルク T_s も伝達されない。すなわち、制御量 ω_l がそもそも可制御にならない。

$K_l = 1$ とした場合も、 $K_g = \infty$ ではないから、ギアを完全に無視した単なる二慣性系とは一致しない。一方、負荷がかかった状態で一定速度で回転していれば、 $K_l = 1$ になるはずである。そこで、 $\Delta\theta$ の大きさに依存せず、仮定した状態が明確であるという意味で、設計には $K_l = 1$ を用いた。

こうすることにより、バックラッシュ角 $\Delta\theta$ を設計時に排除することができている。 $\Delta\theta$ は測定が困難なパラメータであり、また動作中に摩耗、破損による値の変化が予想されるパラメータであるから、この利点は少なくないと考える。

4. 速度制御器の設計 -PID ゲイン調整法-

バックラッシュのない二慣性系の振動抑制制御は PID 制御器で十分であることが知られている⁽⁴⁾。本稿でも、計数図法を用いて設計された式 (16) の PID 制御器を、基本の速度制御器として用いる。図 11 に提案する全体のブロック図を示す。

$$K_p = \frac{10\sqrt{2}}{11} K_s, \quad K_i = \frac{4}{11} K_s, \\ K_d = \frac{5}{11} J_l - (J_m + J_g) \dots\dots\dots (16)$$

バックラッシュを考慮すると制御対象は三慣性系となる。三慣性系に式 (16) の PID 制御器を適用すると、式 (17) が成り立つ場合には、特性方程式の 6 次の係数が負となり系が不安定になってしまう。そこで、式 (17) が成立してしまう場合には速度制御器のゲインを調整する必要がある。調整にあたっては、もとの応答性能をできる限り保持したい。そこで、係数図法で基本応答を表わす等価時定数 $\tau = K_p/K_i$ を変えないよう、 K_d のみを調整する。ここでは系の安定条件は式 (18) で与えられるので、モデル化誤差も考慮して式 (19) を用いることにした。

$$6J_m + 11J_g - 5J_l > 0 \dots\dots\dots (17)$$

$$K_d \geq -J_m \dots\dots\dots (18)$$

$$K_d = -0.9J_m \dots\dots\dots (19)$$

すなわち、速度制御器には式 (16) に示す PID 制御器を用いるが、制御対象が式 (17) を満たす場合に限り、 K_d として式 (19) を用いるのである。

5. 実験機

図 12 に、本稿で用いたギア付き二慣性系実験装置の構成を示す。ギア慣性 J_g 、負荷慣性 J_l 、軸の弾性係数 K_s をある範囲で変えることができるが、本稿では表 1 に示す諸元の場合の結果のみを示す。

なお、バックラッシュ角 $\Delta\theta$ は 1 度としたが、これはシミュレーションを行うためのものであり、制御系の設計には用いていない。

図 11 提案するバックラッシをもつ二慣性系の速度制御系

Fig. 11. Block Diagram of the proposed control method

図 12 実験機の構成

Fig. 12. Experimental setup of torsional system.

表 1 実験機の諸元

Table 1. System parameters.

J_l [kg m ²]	J_g [kg m ²]	J_m [kg m ²]	K_s [N m/rad]	K_g [N m/rad]	$\Delta\theta$ [deg]
0.00292	0.00336	0.000653	39.207	3000	1

6. 実験およびシミュレーション

シミュレーションおよび実験では、入力として $t = 0$ で $20[\text{rad/s}]$ の速度指令を、 $t = 0.15[\text{s}]$ で外乱トルク $1[\text{N}]$ をそれぞれステップ状に与えた。速度制御器には図 11 に示す 2 自由度 PID 制御器を用いた。 $b = 0.3$ としている。また、表 1 に示す諸元では、微分ゲイン K_d の調整が必要となるので、式 (19) を用いている。

図 13 にバックラッシがない場合の応答を示す。バックラッシをもつ二慣性系の場合もこれが目標とする応答となる。

図 14 に、この制御器をバックラッシをもつ二慣性系に、そのまま適用した場合の応答を示す。バックラッシによって激しい振動を生じていることがわかる。

次に、提案手法を適用した場合の結果を、以下に順に示していく。

まず、表 1 に示す諸元の例では、式 (17) の条件が成立す

図 13 バックラッシのない二慣性系の応答 (シミュレーション結果)

Fig. 13. Step-response simulation of 2-inertia system without backlash. (Simulation result.)

図 14 バックラッシをもつ二慣性系の応答 (提案手法を用いない場合)

Fig. 14. Step-response without proposed methods.

図 15 バックラッシをもつ二慣性系の応答 (微分ゲイン K_d のみの調整による場合)

Fig. 15. Step-response only with adjusted K_d .

図 16 バックラッシをもつ二慣性系の応答 (提案手法を用いた場合、 $K_{pf} = 0.74$)

Fig. 16. Step-response, proposed methods are applied. ($K_{pf} = 0.74$)

るので微分ゲイン K_d の調整が必要となる。そこで、 K_d の調整のみを行った場合の応答を図 15 に示した。シミュレーション結果からは、図 14 ほど不安定にはなっていないもの

図 17 バックラッシをもつ二慣性系の応答
(提案手法を用いた場合、 $K_{pf} = 0.5$)

Fig. 17. Step-response, proposed method are applied with adjusted K_{pf} . ($K_{pf} = 0.5$)

の、バックラッシ振動は十分抑制できないことがわかる。実験結果では、シミュレーションモデルにはない摩擦の影響で、バックラッシによる振動がそれほど問題になっていないように見える。しかし、実際には、0.1[s] 近傍に振動が見え、実験中常に歯鳴りが起こっている。

次に提案のギアトルク補償器を適用した結果を示す。表 1 に示す数値を用いて計算を行うと、図 9 より $K_{pf} = 0.74$ となり、この場合の応答が図 16 である。バックラッシによる振動がよく抑制されていることがわかる。しかし、 K_{pf} に有限の値を用いたことにより、二慣性系の振動が見えている。バックラッシ振動が摩擦によってかなり抑制されるため、二慣性系の振動が相対的に目立つようになったのである。また、 $K_{pf} = 0.74$ は、線形近似した系について求められた最適解であり、現実の系について最適とは限らない。そこで、 K_{pf} を調整する。

〈3・2〉に示したように、バックラッシ振動抑制と二慣性系振動抑制性能のトレードオフを考慮して K_{pf} を調整した結果、 $K_{pf} = 0.5$ でよい応答となった。これを図 17 に示す。図 16 に比べてバックラッシ振動は多少大きくなっているが、二慣性系の振動はよく抑制されている。

7. ま と め

本稿では、バックラッシをもつシステムの制御法としてギアトルク補償器に基づく手法を提案し、二慣性系に適用し、シミュレーションと実験によってその効果を示した。なお、一慣性系についても全く同様の手法で振動抑制が可能であり、当然であるが、二慣性系より容易である。

提案手法は、速度制御器とギアトルク補償器が独立に設計されるという特徴をもっている。したがって、設計した速度制御器がギアバックラッシのために所望の性能が得られないという現象が起こった場合には、はじめてギアトルク補償器を付加すればよく、速度制御器はもとのものをそのまま用いることができるという点で現実的な方法といえる。およその役割分担をまとめると以下ようになる。

- 基本的な速度応答の設計 → K_i, K_p
- 軸ねじれ振動の抑制 → K_d
- バックラッシ振動と軸ねじれ振動のトレードオフ → K_{pf}

更に、バックラッシ角 $\Delta\theta$ という測定しにくく変動しやすいものを設計に用いないので、設計が簡単でロバスト性にもすぐれると言ってよい。

また、本稿では、ギアトルクオブザーバの推定速度は十分速いとした。しかし、バックラッシ現象は高周波領域の現象であるため、あまりに速いオブザーバは、逆に何らかの問題を生ずる恐れがある。バックラッシ振動を考慮したオブザーバの最適推定速度についての検討が必要であり、新しい設計法につながる可能性がある。

(平成 11 年 4 月 12 日受付, 同 11 年 10 月 5 日再受付)

文 献

- (1) 小田井, 堀:「ギアトルク補償器を用いたバックラッシをもつ二慣性系の速度制御」, H10 電学大全, no.874, 1998.
- (2) M.Odai, Y.Hori: "Speed Control of 2-Inertia System with Gear Backlash using Gear Torque Compensator", AMC'98, No.98-019, 1998.
- (3) 小田井, 堀:「ギアバックラッシを考慮した二慣性系の制振制御」, 東京大学総合試験所年報, vol.57, pp.215-220, 1998.
- (4) 堀:「PID 制御のみによる二慣性系の制御」, 電学論 D, vol.115-D, no.1, pp.86-87, 1995.
- (5) 真鍋:「軸ねじれ系の新しい制御法:係数図法」, 電学 D 大全, S12-7, 1994.
- (6) 海田:「軸ねじれ系の新しい制御法:遅い外乱オブザーバ」, 電学 D 大全, S12-3, pp.311-314, 1994.
- (7) 結城 他:「共振比制御による二慣性系共振系の振動抑制制御」, 電学論 D, vol.113-D, no.10, pp.1162-1169, 1993.
- (8) 澤田 他:「共振比制御におけるオブザーバの極の設定について」, 電学大全, no.884, 1996.
- (9) 森本 他:「二慣性系の速度制御における共振比制御と H^∞ 制御の特性比較」, 電学論 D, vol.116-D, no.6, 1996.
- (10) 二見 他:「バックラッシを有するサーボ機構のマイクロコンピュータを用いた衝突が生じない制御手法」, 精密機械, vol.150, no.11, pp.101-107, 1984.
- (11) 呉 他:「バックラッシを含むねじれ軸系の制振制御」, SPC-96-105, 1996.
- (12) 海田:「バックラッシモデルの考察」, 電学大全, S12-7, pp.329-332, 1996.

小田井 正 樹 (学生員) 1974 年生。1997 年 東京大学工学部電気工学科卒業。1999 年 同修士課程修了。現在は日立製作所に勤務。制御工学とその産業応用、とくに非線形要素に強い制御系の研究に従事。電気学会、計測自動制御学会の会員。

堀 洋 一 (正員) 昭和 53 年 東京大学工学部電気工学科卒業, 昭和 58 年 博士課程修了。助手, 講師を経て昭和 63 年より同電気工学科助教授。専門は制御工学とその産業応用、とくに、モーションコントロール、メカトロニクス、電気自動車などの分野への応用研究。電気学会、計測自動制御学会、IEEE、日本ロボット学会、システム制御情報学会、日本機械学会、日本シミュレーション学会、日本応用数理学会、自動車技術会などの会員。