可変特性D因子システム —— その存在性、実現性、安定性 ——

正員 新中 新二 (神奈川大学)

Characteristics-Varying Systems in the D-Module --- Their Properties on Existence, Realization and Stability ---

Shinji Shinnaka, Member (Kanagawa University)

Signal processing based on frequency polarity has been attracting wide attentions due to its potential industrial-applications. It is popular to employ two vector-rotators for such signal processing. But, It was very recently reported that equivalent signal processing effect can be attained in a much simpler manner using two-input two-output filters in the D-module. This paper further investigates a class of characteristic-varying systems in the D-module, which contains the filters in the D-module as a special case, and gives new analytical results on their properties from viewpoints of existence, realization and stability. If the results are applied to filter problems, n -th order D-module filters in new forms can be easily and directly obtained, whose stability and response equivalent to the associated filters with vector-rotators are guaranteed. If the results are applied to AC motor modeling problems, dynamic models and block diagrams of AC motors in general reference frame are easily and directly obtained. Very general and useful analyses are given for newly proposed a class of characteristic-varying systems in the D-module that have potential usefulness in various industrial applications including control of magnetic bearing system, analyses and active compensations of power systems, and sensorless drives of AC motors.

キーワード : D因子、極性選択、フィルタ、磁気軸受、電力システム、センサレスベクトル制御

Keywords: D-module, polarity selectivity, filter, magnetic bearing, power system, sensorless vector control

1. はじめに

近年、周波数の絶対的値のみならず周波数の正負極性に
応じて信号処理できる2入力2出力フィルタが、多様な産
業応用への可能性から注目を集めている^{(1)~(22)}。周波
数の極性選択性は、周波数の絶対値に応じて信号処理を行
う通常のフィルタでは得ることはできない。

極性選択性を有するフィルタの代表的構成は、同一特性
の1入力1出力フィルタ2個を並列に配し、このフィルタ
の入出力前後にベクトル回転器1個を各々同伴するもので
ある(以下、本フィルタを同伴フィルタと略記)^{(1)~(19)}。同伴フィルタの初期の利用は、1980年代における
Brunetら、松下らによる磁気軸受システムの解析と制御に
見ることができる^{(1)、(2)}。同伴フィルタの三相電力シス
テムへの応用は、1988年における竹田ら三菱電機技術陣に
よるアクティブパワーフィルタへの適用が世界的に最初の
ようである(内装の並列フィルタが必ずしも明瞭でない)
^{(3)~(5)}。5年後の1993年には岡村、中野らによる正弦波
電圧出力インバータの制御と解析に、内装並列フィルタを
1次ハイパスフィルタとした具体的応用例が示されている
^{(6)~(9)}。じ後も、難波江ら、田中らによって、三相電力シ
ステムへの活用が種々提案されている^{(10)、(11)}。更には、
三相電力スペクトル解析への有用性も中野らより提示されて
いる⁽¹²⁾。同伴フィルタのセンサレスベクトル制御への最初

の応用は、1997年のDegnerらによる誘導モータ回転子のセ
ンサレス位置推定のものである^{(13)、(14)}。同伴フィルタ
は、他の交流モータセンサレスベクトル制御にも活用され始
めており、センサレスベクトル制御には特に高い有用性を
発揮しつつある⁽¹⁵⁾。

同伴フィルタの特性に関しては、既に、直感的議論に代
わる一応の解析の結果が得られている。初期の解析は、内
装フィルタを1次ハイパスフィルタとした場合を対象に、
中島ら、中野らにより拡張型伝達関数、拡張ボード線図を
用いて行われている^{(16)~(18)}。内装フィルタを1次ロー
パスフィルタとした場合の解析は、磁気軸受制御に関連し
て複素係数伝達関数の観点より、村上により示されている
⁽²¹⁾。更に、任意特性をもつ n 次フィルタに関しては、新
中により、周波数応答および伝達関数の観点より解析結果
が示されている^{(19)、(20)}。

上記の成果によると、極性選択性の確保にはベクトル回
転器が不可欠のように思われがちであるが、必ずしもベク
トル回転器による必要はない。すなわち、ベクトル回転器
によらないより簡便な実現も可能である。村上は、磁気軸
受制御に関連して、極性選択性を1入力1出力複素係数
フィルタによっても得ることができることを指摘し、更には、複素係数フィルタを2入力2出力実係数フィルタとして
実現するための独自の実現法を1996年に提示している⁽²⁾

1)、(22)。提示の1次、2次フィルタの実現例によれば、村上の実現法は以下のような特色を有しているように観察される。1) 所要の特性を有する安定な複素係数フィルタが事前に用意されていること。2) 複素係数フィルタの次数は、実係数フィルタへの実用的変換上、低次であること。3) 同伴フィルタと異なり、実係数フィルタの特性は一般には係数変換のため可変できない。

Degner らは、1997 年に、1 次ハイパスフィルタを内装した同伴フィルタと等価な特性がベクトル回転器を用いることなく実現できるとして、同期座標ハイパスフィルタ於固定座標系(synchronous reference frame high-pass filter in the stationary reference frame)と名づけたフィルタを提示している^{(13)、(14)}。残念ながら、提示のフィルタは、元の内装フィルタに比し積分器の増倍を必要とするものとなっている。また、単なるフィルタの提示に止まっており、フィルタの実現原理、解析等は何ら与えられておらず、その妥当性は曖昧なものとなっている。

新中は、最近、極性選択性を有するフィルタとして、2 入力 2 出力 D 因子フィルタを提案している⁽²⁰⁾。D 因子フィルタは、2 入力 2 出力のダイナミックな因子をモジュール単位にフィルタを構成するものであり、以下のような特色を有する。1) D 因子フィルタの設計は、1 入力 1 出力実係数フィルタの設計を通じ簡単に行える。2) D 因子フィルタは元の 1 入力 1 出力フィルタと同一の安定度をもつ。3) フィルタの特性（ローパス、ハイパス、バンドパス）と次数は任意であり、高い一般性を有する。4) 外部から印加可能なシフト信号により、フィルタ特性を周波数線形的に瞬時に可変できる。5) 元の 1 入力 1 出力フィルタ 2 個を内装する同伴フィルタと入出力応答に関し、等価な応答を示す。6) 実現法としては、モジュール・ベクトル直接 1 形、2 形の 2 種が可能である。これら実現は、最少因子（最少積分器、最小次数）実現となっている。

新中の D 因子フィルタは一応の完成度を有するように思われるが、発展的課題として以下を残置している。1) フィルタ実現法としては、わずかに 2 種が提示されているに過ぎない。従来より 1 入力 1 出力フィルタの有力な実現法として、はしご形、ノーマル形が知られているが、D 因子フィルタとしてこの種の実現法が可能か否か。2) 更には、D 因子フィルタは一般に如何なる実現を許容できるのか。許容可能な実現は、一般に如何なる条件を必要とするのか。3) フィルタリング以外の目的のベクトル回転器同伴システムが存在するが、これと等価な入出力応答を持ち得る D 因子システムの存在・実現は可能か否か。可能であれば、その条件は如何なるものか。

本論文は、これら発展的課題を解決すべくなされたものであり、以下のように構成されている。次の第 2 章では、課題の定式化を行う。第 3 章では、課題解決の鍵となる因子の性質を明らかにする。第 4 章では、まず、一般性に富む構造と時変特性をもつ 2 入力 2 出力サブシステムの前後にベクトル回転器 1 個を各々同伴した同伴システムを定式化し、

図 1 外部時変シフト信号 ω により特性可変な同伴システム
Fig.1. The characteristic-varying system with vector-rotators using external time-varying shift-signal ω .

次に、本同伴システムと等価な応答を示し得る D 因子システムを存在性、実現性、安定性の観点から検討し、これらを達成するための条件を明らかにする。第 5 章では、第 4 章の解析成果の例題的明示とこの具体的利用法を示す。第 6 章では、第 4 章の解析結果の定量的検証のために行った数値実験を 2 例示す。第 7 章で、本論文を締めくくる。

(注 1) 本論文では、 m 行 n 列の行列を $m \times n$ 行列と略記する。ベクトル表記もこれに準ずる。

(注 2) 本論文では、混乱の恐れのない限り、記号 s を微分演算子、ラプラス演算子、あるいは秒の単位として断りなく共用して使用する。

(注 3) 本論文では、定理、証明等の終了明示が必要な場合には、適時、末尾に記号 ■ を付す。

2. 問題の記述

2×1 実数ベクトル信号 $\tilde{u}, \tilde{y}$ をシステム入出力とし、外部実数スカラーシフト信号 ω により可変なベクトル回転器 $R(\theta)$ を同伴する図 1 の同伴システムを考える。同伴システムにおいては、システム入出力 $\tilde{u}, \tilde{y}$ と内装サブシステムの入出力 u, y との間には次の関係が成立している。

$$u = R(\theta)\tilde{u} \quad (1a)$$

$$\tilde{y} = R^T(\theta)y \quad (1b)$$

このとき、シフト信号 ω は時変であり、ベクトル回転器 $R(\theta)$ は次式で定義され、

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}; \quad \theta = \frac{1}{s}\omega \quad (2)$$

サブシステムは次式によりその構造が記述されているものとする。

$$v_i = \sum_j A_{ij}x_j + B_i u \quad (3a)$$

$$sx_i = \sum_j C_{ij}v_j \quad (3b)$$

$$y = \sum_i E_i x_i + F u \quad (3c)$$

ここに、 v_i, x_i はサブシステム内部の 2×1 ベクトル信号であり、 $A_{ij}, B_i, C_{ij}, E_i, F$ は時変の 2×2 行列である。

ここで考える問題は、(1)～(3)式の同伴システムと等価な入出力関係を達成しながらも、ベクトル回転器を必要としないシステムの存在性、実現性、さらには安定性を明らかにすることである。

(注4) (3)式は、入出力関係に加えて内部構造を表現している点には注意されたい。内部構造の表現が可能な記述方法として状態方程式が広く知られているが、状態方程式の構造表現能力は限定的である。(3)式は状態方程式では表現できない構造も表現することができる。なお、(3)式において $s\mathbf{x}_i = \mathbf{v}_i$ とする場合には、(3)式は状態方程式に帰着される。

3. D 因子

時変信号 ω と演算子 s とを交代的に配した構造をもつ 2×2 行列 $\mathbf{D}(s, \omega)$ を以下のように定義する⁽²⁰⁾。

$$\mathbf{D}(s, \omega) = \begin{bmatrix} s & -\omega \\ \omega & s \end{bmatrix} = s\mathbf{I} + \omega\mathbf{J} \quad (4)$$

ただし、 $\mathbf{I}$ は 2×2 単位行列、 $\mathbf{J}$ は次の 2×2 交代行列である。

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

以下では、上に定義した行列 $\mathbf{D}(s, \omega)$ を $\mathbf{D}(s, \omega)$ 因子あるいは簡単に因子と呼ぶ。また、すべてのシステムダイナミクスを $\mathbf{D}(s, \omega)$ 因子のみで表現し、かつ入出力両端に 1 対のベクトル回転器を同伴しないシステムを D 因子システム、あるいは簡単に因子システムと呼ぶ。

$\mathbf{D}(s, \omega)$ 因子に関しては、次の補題が成立する。

【補題 1】

ベクトル回転器 $\mathbf{R}(\theta)$ と $\mathbf{D}(s, \omega)$ 因子とは任意の 2×1 ベクトル信号 $\mathbf{x}$ に対し、次の関係を有する。

$$s[\mathbf{R}(\theta)\mathbf{x}] = \mathbf{R}(\theta)\mathbf{D}(s, \omega)\mathbf{x} \quad (6)$$

【証明】

(6)式の左辺は、以下のように展開できる。

$$\begin{aligned} s[\mathbf{R}(\theta)\mathbf{x}] &= \mathbf{R}(\theta)[s\mathbf{x}] + [s\mathbf{R}(\theta)]\mathbf{x} \\ &= \mathbf{R}(\theta)[s\mathbf{x}] + \omega\mathbf{R}(\theta)\mathbf{J}\mathbf{x} \\ &= \mathbf{R}(\theta)\mathbf{D}(s, \omega)\mathbf{x} \end{aligned} \quad (7)$$

後に明らかになるように、 $\mathbf{D}(s, \omega)$ 因子を有するシステムの実現においては $\mathbf{D}^{-1}(s, \omega)$ の実現が要となる。このため、この実現法を示しておく。 2×1 実数ベクトル $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{y}$ を入力、出力とする次のシステムを考える。

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}^{-1}(s, \omega) \mathbf{u} \quad (8)$$

(8)式の関係は、図2のように実現できることが知られている⁽²⁰⁾。同図では、 $\mathbf{D}^{-1}(s, \omega)$ の特性を外部からの時変シフト信号 ω で変化させるようにこれを実現している。同図の細線は実数スカラー信号線を、太い線は 2×1 実数ベクトル信号線を意味している。また、ブロック $1/s$ は積分器を、 $\boxtimes$ 記号はスカラー信号とベクトル信号各成分との乗算を実行するベクトル乗算器を意味している。

本図より明白なように、 $\mathbf{D}^{-1}(s, \omega)$ はベクトル信号用の積分器、乗算器各 1 個で実現することができる。交代行列 $\mathbf{J}$ は、

図2 外部時変シフト信号 ω を用いた $\mathbf{D}^{-1}(s, \omega)$ の実現例

Fig.2. A realization example of $\mathbf{D}^{-1}(s, \omega)$ using external time-varying shift-signal ω .

(5)式が示すように、ベクトル信号を構成する 2 個のスカラー信号の単なる交代 (クロスカップリング) を行うだけであり、特別な乗算器を必要とするものではない。

4. D 因子システムとその性質

<4.1> D 因子システムの存在性と実現性

図1の同伴システムと等価な応答を示し得る D 因子システムの存在性と実現性に関しては、次の重要な定理、系が成立する。

【定理 1 : 存在性】

(1)~(3)式の同伴システムにおいて、内装サブシステム (3)式におけるすべての 2×2 行列係数 $\{A_{ij}, B_i, C_{ij}, E_i, F\}$ が、ベクトル回転器による相似変換後も、相似変換に使用されたベクトル回転器を用いることなく構成し得る場合には、(1)~(3)式の同伴システムと等価な応答を示す D 因子システムが存在し、しかもこのときの D 因子システムはベクトル回転器の新規追加を要しない。

【証明】

2×1 ベクトル信号 $\tilde{\mathbf{x}}_i, \tilde{\mathbf{v}}_i$ を以下のように定義する。

$$\tilde{\mathbf{x}}_i = \mathbf{R}^T(\theta)\mathbf{x}_i \quad (9a)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_i = \mathbf{R}^T(\theta)\mathbf{v}_i \quad (9b)$$

(1)、(9)式の関係を (3)式に用い、補題 1 を利用すると、
$$\mathbf{R}(\theta)\tilde{\mathbf{v}}_i = \sum_j A_{ij}\mathbf{R}(\theta)\tilde{\mathbf{x}}_j + B_i\mathbf{R}(\theta)\tilde{\mathbf{u}} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} s[\mathbf{R}(\theta)\tilde{\mathbf{x}}_i] &= \mathbf{R}(\theta)\mathbf{D}(s, \omega)\tilde{\mathbf{x}}_i \\ &= \sum_j C_{ij}\mathbf{R}(\theta)\tilde{\mathbf{v}}_j \end{aligned} \quad (10b)$$

$$\mathbf{R}(\theta)\tilde{\mathbf{y}} = \sum_i E_i\mathbf{R}(\theta)\tilde{\mathbf{x}}_i + F\mathbf{R}(\theta)\tilde{\mathbf{u}} \quad (10c)$$

(10)式の両辺に対し、左側より $\mathbf{R}^T(\theta)$ を乗ずると、次式が得られる。

$$\tilde{\mathbf{v}}_i = \sum_j \tilde{A}_{ij}\tilde{\mathbf{x}}_j + \tilde{B}_i\tilde{\mathbf{u}} \quad (11a)$$

$$\mathbf{D}(s, \omega)\tilde{\mathbf{x}}_i = \sum_j \tilde{C}_{ij}\tilde{\mathbf{v}}_j \quad (11b)$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \sum_i \tilde{E}_i\tilde{\mathbf{x}}_i + \tilde{F}\tilde{\mathbf{u}} \quad (11c)$$

ここに、 $\{\tilde{A}_{ij}, \tilde{B}_i, \tilde{C}_{ij}, \tilde{E}_i, \tilde{F}\}$ は、 $\{A_{ij}, B_i, C_{ij}, E_i, F\}$ のベクトル回転器による 2×2 相似変換行列である。すなわち、

$$\tilde{A}_{ij} = R^T(\theta)A_{ij}R(\theta) \quad (12a)$$

$$\tilde{B}_i = R^T(\theta)B_iR(\theta) \quad (12b)$$

$$\tilde{C}_{ij} = R^T(\theta)C_{ij}R(\theta) \quad (12c)$$

$$\tilde{E}_i = R^T(\theta)E_iR(\theta) \quad (12d)$$

$$\tilde{F} = R^T(\theta)FR(\theta) \quad (12e)$$

2x2 行列係数 $\{\tilde{A}_{ij}, \tilde{B}_i, \tilde{C}_{ij}, \tilde{E}_i, \tilde{F}\}$ が相似変換に使用され

たベクトル回転器を用いることなく構成し得る場合には、(11)式は、ベクトル回転器を追加使用することなくシステム入力 $\tilde{u}$ よりシステム出力 $\tilde{y}$ が生成し得ることを意味する。この場合の(11)式においては、 $D(s, \omega)$ 因子のみがシステムダイナミクスを表現し得るものとなっている。これらは、(1)～(3)式の同伴システムと等価な応答を示すD因子システムの存在を、更には、このときのD因子システムはベクトル回転器の新規追加を要しないものであることを意味する。 ■

【系 1.1：実現性】

定理 1 が成立する場合には、(1)～(3)式の同伴システムと等価な応答を示すD因子システムとして、同伴システムの内装サブシステムと同一形状の構造をもつD因子システムの実現が常に可能である。

【証明】

(11)式と(3)式との比較より明白のように、形式的には、(11)式は(3)式における sI を $D(s, \omega)$ で、 $\{A_{ij}, B_i, C_{ij}, E_i, F\}$ を $\{\tilde{A}_{ij}, \tilde{B}_i, \tilde{C}_{ij}, \tilde{E}_i, \tilde{F}\}$ で単に置換したものとなっている。(11)式、(3)式が共に構造を表現していることを考慮するならば、この置換性は、内装サブシステムと同一構造をもつD因子システムが少なくとも実現できることを意味する。

【系 1.2：実現性】

同一の 1 入力 1 出力システム 2 個を並列に配した形の内装サブシステムからなる同伴システムと等価な応答を示すD因子システムの 1 つは、内装サブシステムにおける sI を単に $D(s, \omega)$ で置換することにより、直ちに実現される。 ■

定理 1 及び系 1.1 において条件とした相似変換後も、相似変換に使用したベクトル回転器を用いることなく構成し得る行列係数としては、まず、 α, β を任意に時変スカラとすると次のものが考えられる。

$$R^T(\theta) \begin{bmatrix} \alpha & -\beta \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} R(\theta) = \begin{bmatrix} \alpha & -\beta \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} \quad (13)$$

また、 θ_0 を任意の時変スカラとすると、次のものも考えられる。

$$R^T(\theta)Q(\theta_0)R(\theta) = Q(\theta_1) \quad (14)$$

ただし、

$$Q(\theta) = \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (15a)$$

$$\theta_1 = \theta_0 - \theta \quad (15b)$$

系 1.2 で対象とした内装サブシステムにおける行列係数は、 α を任意の時変スカラとすると、(13)式の特別な場合である次の構造をもつ。

$$R^T(\theta)\alpha R(\theta) = \alpha I \quad (16)$$

すなわち、行列係数は単位行列にスカラを乗じたもの、実質スカラそのものとなる。これを系 1.1 に用いると、直ちに系 1.2 が得られる。

<4.2> D 因子システムの安定性

$D(s, \omega)$ 因子の非対角要素がゼロでないことより容易に理解されるように、D因子システムにおいては、2x1 ベクトル信号の 2 成分は内部でクロスカップリングによる複雑な相互干渉を起こしている。相互干渉を考えるならば、D因子システムが安定なシステムと成り得るか否か直ちには明かではない。一方、D因子システムの安定性はその実用化において全てに優先して確立されねばならない不可欠な特性である。安定性に関しては、次の定理、系に示す性質が成立する。

【定理 2：安定性】

(11)式で記述されたD因子システムが安定であるための必要十分条件は、同伴システムの内装サブシステム(3)式が安定であることである。また、両システムの安定性の度合いは、信号ノルムの意味において、同一である。

【証明】

D因子システム(11)式と同伴システム内のサブシステム(3)式とにおいては、入出力および内部信号を含むすべての信号に関し、(1)、(9)式より次の関係が成立する。

$$\|\tilde{u}\| = \|u\| \quad (17a)$$

$$\|\tilde{y}\| = \|y\| \quad (17b)$$

$$\|\tilde{x}_i\| = \|x_i\| \quad (17c)$$

$$\|\tilde{v}_i\| = \|v_i\| \quad (17d)$$

上式は、内装サブシステムとD因子システムとにおけるすべての信号の有界性は、信号ノルムの意味において、同一であることを意味している。これは、有界入力に対する信号有界性の意味における安定性に関し、定理 2 を意味する。

【系 2.1：安定性】

(1)～(3)式の同伴システムと等価な入出力応答を示すD因子システムが安定であるための必要十分条件は、同伴システムの内装サブシステムが安定であり、かつD因子システムが最小次数（最少の因子）で実現されていることである。

【証明】

最小次数実現のD因子システムは、D因子システム(11)式からの等価変換として得ることができる。この結果、最小実現システムの内部信号は、D因子システム(11)式の内部信号から等価変換され得る。ひいては、最小実現D因子システムの内部信号の有界性は、D因子システム(11)式が安定であれば、確保される。一方、D因子システム(11)式の安定性は、定理 2 より、内装サブシステムの安定性と相

図3 4システムの安定性の関係
Fig. 3. Stability relation among four systems.

互に必要十分条件の関係にある。これらは、系 2.1 の成立を意味する。 ■

安定な同伴システムと等価な入出力応答を示す同構造の D 因子システム、同じく等価な入出力応答を示す最小実現構造の同伴システム、同じく等価な入出力応答を示す最小実現構造の D 因子システムの 4 者間における安定性の関係を、参考までに図 3 に示した。矢印元は矢印先に対する十分条件を意味する。

5. 解析結果の適用例

ベクトル回転器を必要としない D 因子システムに関する解析結果の例題的明示とこの具体的利用法とを示すべく、解析結果に基づいた実際的適用例を以下に与える。適用例としては、フィルタリングシステムと交流モータシステムとする。フィルタリングシステムとしては、ベクトル回転器を必要としないシステムとしてこれまで全く提案のないはしご形とノーマル形の実現を対象とする。また、簡単のため、フィルタ次数は 2 次とする。交流モータシステムのためのモータとしては、誘導モータとする。また、本モータは、簡単のため、鉄損を有しないものとする。

<5.1> はしご形フィルタリングシステム

まず、フィルタリングを対象とした同伴システムを考える。内装サブシステムは次の 1 入力 1 出力 2 次伝達関数 $G(s)$ 2 個を並列に配したものとする。

$$G(s) = \frac{\beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0} \quad (18)$$

このときのサブシステムは $\beta_1 \neq \alpha_1 \beta_2$ であり、次のはしご形で実現されているものとする。

$$\dot{v}_1 = -a_{11}x_1 - x_2 + u \quad (19a)$$

$$\dot{v}_2 = x_1 - a_{22}x_2 \quad (19b)$$

$$sx_1 = c_{11}v_1 \quad (19c)$$

$$sx_2 = c_{22}v_2 \quad (19d)$$

$$y = x_1 + f\tilde{u} \quad (19e)$$

(19)式に従ったはしご形実現をもつ同伴システムは、図 4 (a)のように図示される。なお、伝達関数上の 5 係数とはしご形実現上の 5 係数との間には、次の関係が成立しているので、

$$\beta_2 = f \quad (20a)$$

図4 (a) はしご形同伴フィルタと
(b) モジュール・ベクトルはしご形 D 因子フィルタ
Fig. 4. Realizations in ladder form for (a) filter with vector-rotators and (b) filter in the D-module.

$$\beta_1 = f\alpha_1 + c_{11} \quad (20b)$$

$$\beta_0 = f\alpha_0 + c_{11}(a_{22}c_{22}) \quad (20c)$$

$$\alpha_1 = a_{11}c_{11} + (a_{22}c_{22}) \quad (20d)$$

$$\alpha_0 = (a_{11}c_{11})(a_{22}c_{22}) + c_{11}c_{22} \quad (20e)$$

はしご形実現上の 5 係数はこれより直ちに求められる。

サブシステム (19) 式を有する同伴システムと等価な応答をもつ D 因子システムのはしご形実現は、単純にして強力な系 1.2 を適用すると、次式として直ちに得られる。

$$\tilde{v}_1 = -a_{11}\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 + \tilde{u} \quad (21a)$$

$$\tilde{v}_2 = \tilde{x}_1 - a_{22}\tilde{x}_2 \quad (21b)$$

$$D(s, \omega)\tilde{x}_1 = c_{11}\tilde{v}_1 \quad (21c)$$

$$D(s, \omega)\tilde{x}_2 = c_{22}\tilde{v}_2 \quad (21d)$$

$$\tilde{y} = \tilde{x}_1 + f\tilde{u} \quad (21e)$$

上式に基づくモジュール・ベクトルはしご形実現 D 因子システムを図 4 (b) に示した。

<5.2> ノーマル形フィルタリングシステム

前節同様、フィルタリングのための同伴システムを考える。内装サブシステムは、前節同様 (18) 式の伝達関数 $G(s)$ 2 個を並列に配したものとする。ただし、サブシステムは、 $\alpha_1^2 < 4\alpha_0$ を満足し、次のノーマル形で実現されているもの

とする。

$$s\mathbf{x}_1 = -a_{11}\mathbf{x}_1 + a_{12}\mathbf{x}_2 + b_1\mathbf{u} \quad (22a)$$

$$s\mathbf{x}_2 = -a_{12}\mathbf{x}_1 - a_{11}\mathbf{x}_2 + b_2\mathbf{u} \quad (22b)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{x}_1 + f\mathbf{u} \quad (22c)$$

(22)式に従ったノーマル形実現による同伴システムは図5(a)のように図示される。ノーマル実現の特色は、バランスのとれたベクトル信号レベルのクロスカップリングをもつ点にある。なお、伝達関数上の5係数とノーマル形実現上の5係数との間には、次の関係が成立しているので、

$$\alpha_1 = 2a_{11} \quad (23a)$$

$$\alpha_0 = a_{11}^2 + a_{12}^2 \quad (23b)$$

$$\beta_2 = f \quad (23c)$$

$$\beta_1 - \beta_2\alpha_1 = b_1 \quad (23d)$$

$$\beta_0 - \beta_2\alpha_0 = a_{11}b_1 + a_{12}b_2 \quad (23e)$$

ノーマル形実現上の5係数はこれより直ちに求められる。

サブシステム(22)式を有する同伴システムと等価な応答をもつD因子システムのモジュール・ベクトルノーマル形実現は、単純にして強力な系1.2を適用すると、次式として直ちに得られる。

$$D(s, \omega)\tilde{\mathbf{x}}_1 = -a_{11}\tilde{\mathbf{x}}_1 + a_{12}\tilde{\mathbf{x}}_2 + b_1\tilde{\mathbf{u}} \quad (24a)$$

$$D(s, \omega)\tilde{\mathbf{x}}_2 = -a_{12}\tilde{\mathbf{x}}_1 - a_{11}\tilde{\mathbf{x}}_2 + b_2\tilde{\mathbf{u}} \quad (24b)$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{x}}_1 + f\tilde{\mathbf{u}} \quad (24c)$$

上式によるD因子システムは図5(b)のように図示される。図より明白なように、モジュール・ベクトルノーマル形実現によるD因子システムは、全体としてバランスしたベクトル信号レベルのクロスカップリングをもち、更に $D(s, \omega)$ 因子内部においてバランスしたスカラー信号レベルのクロスカップリングをもつことになる。

<5.3> 交流モータシステム

交流モータを対象としたベクトル制御システムは、電流制御器側から制御対象であるモータを見た場合、入力電圧をベクトル回転器を介して印加し、出力である応答電流を同じくベクトル回転器を介して検出する構造になっている。すなわち、電流制御器側から見た場合、制御対象であるモータは同伴システムそのものとなっている(後掲の図6(a)参照)。

電流制御器の設計と解析には、電流制御器からみたモータの特性把握が重要である。この把握は数学モデル、ブロック線図等を通じてなされるが、センサレスベクトル制御等において直面する軸ずれ時の挙動解析と対策には、軸ずれ状態でのモデル等が不可欠となる。これらは、いわゆる一般座標系上のモデル等となる。

前節の解析結果を活用すると、交流モータの固定座標系上の数学モデルより一般座標系上の数学モデルを、また、固定座標系上のブロック線図より一般座標系上のブロック線図を直ちに得ることができる。以下に、誘導モータを対象に、この単純にして強力な性質を例示する。

誘導モータの電磁的ダイナミクスを表現した2軸固定

図5 (a)ノーマル形同伴フィルタと
(b)モジュール・ベクトルノーマル形D因子フィルタ
Fig. 5. Realizations in normal form for (a) filter with vector-rotators and (b) filter in the D-module.

座標系上の回路方程式は、交流モータ共通の固定子ダイナミクスを表現した(25a)式と、誘導モータ固有の回転子ダイナミクスを取り込んだ固定子磁束モデルである(25b)、(25c)式により構成される^(2,3)。すなわち、

$$\mathbf{u}_1 = R_1 \mathbf{i}_1 + s\boldsymbol{\phi}_1 \quad (25a)$$

$$\boldsymbol{\phi}_1 = L_{1t} \mathbf{i}_1 + \boldsymbol{\phi}_{2n} \quad (25b)$$

$$R_{2n} \mathbf{i}_1 = [s\mathbf{I} + [W_2 \mathbf{I} - \omega_{2n} \mathbf{J}]] \boldsymbol{\phi}_{2n} \quad (25c)$$

ここに、 $\mathbf{u}_1$ 、 $\mathbf{i}_1$ 、 $\boldsymbol{\phi}_1$ はそれぞれ、固定子電圧、固定子電流、固定子磁束である。また、 R_1 、 L_{1t} 、 R_{2n} 、 W_2 、 $\boldsymbol{\phi}_{2n}$ は固定子抵抗、固定子総合漏れインダクタンス、回転子の正規化抵抗、逆時定数(時定数の逆数)、正規化磁束である。また、 ω_{2n} は回転子の電気角速度である。

(25)式は、以下のように(3)式の形式に簡単に書き改められる。

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{i}_1 = \frac{1}{L_{1t}} [\boldsymbol{\phi}_1 - \boldsymbol{\phi}_{2n}] \quad (26a)$$

$$\mathbf{v}_2 = -R_1 \frac{1}{L_{1t}} [\boldsymbol{\phi}_1 - \boldsymbol{\phi}_{2n}] + \mathbf{u}_1 \quad (26b)$$

$$\mathbf{v}_3 = \boldsymbol{\phi}_{2n} \quad (26c)$$

図6 (a)同伴システムおよび(b)D因子システムとしての誘導モータ
Fig. 6 Induction motor as (a) a system with vector-rotators and (b) a system in the D-module.

$$s\phi_1 = v_2 \quad (26d)$$

$$s\phi_{2n} = R_{2n}v_1 + [-W_2I + \omega_{2n}J]v_3 \quad (26e)$$

電流制御器の視点からは、モータは、(26)式を内装サブシステムとする同伴システムとなる。これは図6 (a)のように図示される⁽²⁴⁾。

内装サブシステム(26)式の係数は、もはや一定のスカラーではなく時変の 2×2 行列であるが、(13)式を満足するものである。したがって、同伴システムと等価な応答を示すD因子システムとして、単純にして強力な系1.1より、直ちに次が得られる。

$$\tilde{u}_1 = R_1 \tilde{i}_1 + D(s, \omega) \tilde{\phi}_1 \quad (27a)$$

$$\tilde{\phi}_1 = L_{1r} \tilde{i}_1 + \tilde{\phi}_{2n} \quad (27b)$$

$$R_{2n} \tilde{i}_1 = [D(s, \omega) + [W_2I - \omega_{2n}J]] \tilde{\phi}_{2n} \quad (27c)$$

同様にして、(27)式に対応し得るブロック線図は、図6 (a)のサブシステムにおける sI を $D(s, \omega)$ で置換することにより直ちに同図(b)のように得られる。

解析結果の例題的明示とこの具体的利用法の1例として、(27)式及び図6 (b)を示したが、これらが既報の一般座標系上の回路方程式とブロック線図に整合性を有することは、容易に確認される^{(23)~(25)}。この整合性は、前節に示した解析結果の正当性を示すものでもある。

(注5)系1.1は、上記の誘導モータに限られるものではなく、

同期モータにも適用できる。また、鉄損を考慮した回路方程式に対しても適用可能である。これらに関しては、(13)~(15)式に述べた行列係数の条件が満足されることが確認されている。このように、系1.1は単純にして強力である。

6. 数値実験例

<6.1> フィルタリングシステム

提示した解析結果の正当性、特に応答の等価性ひいては安定性を、定量的観点より検証すべく遂行した実験の第1例を示す。対象のシステムとしては、フィルタリングシステムとする。特に、正逆両相の高調波を含む二相信号から正相基本波成分のみを抽出する相分離可能なバンドパスフィルタの構成を考える。

このための同伴システムの内装フィルタ $G(s)$ は2次バターース形式とし、そのフィルタ係数は帯域 $2\omega_c$ (rad/s) (振幅特性が基準周波数に対して-3(dB)減衰する周波数幅)が得られるよう設計するものとする。すなわち、

$$G(s) = \frac{\beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}$$

$$\alpha_0 = \beta_0 = \omega_c^2$$

$$\alpha_1 = \sqrt{2}\omega_c$$

(a) First and second components of 2x1 vector input $\tilde{\mathbf{u}}$.

(b) 2x1 vector outputs $\tilde{\mathbf{y}}$ in transient state.

(c) Norms of interior vector states in transient state.

(d) 2x1 vector outputs $\tilde{\mathbf{y}}$ in steady state.

図7 ノーマル実現における同伴フィルタとD因子フィルタの応答例
Fig. 7. Response examples in normal form for filter with vector-rotators and filter in the D-module.

$$\beta_1 = \beta_2 = 0$$

上記係数設計は、同伴システム及びD因子システムの目標特性として、次を設計したことを意味する⁽¹⁹⁾、⁽²⁰⁾。

$$G(s+j\omega) = \frac{\omega_c^2}{(s+j\omega)^2 + \sqrt{2}\omega_c(s+j\omega) + \omega_c^2}$$

ここに、 j は複素数の虚数部を示す。

同伴システム及びD因子システムの実現は、各々ノーマル形、モジュール・ベクトルノーマル形とする(図5参照)。上記パタワースによる場合、ノーマル形実現のためのフィルタ係数は以下のように定まる。

$$\alpha_{11} = \alpha_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}\omega_c$$

$$b_2 = \sqrt{2}\omega_c$$

$$b_1 = f = 0$$

テスト用二相信号は以下のように生成した⁽²⁰⁾。まず周期0.02(s) (基本周波数 50(Hz)、314 (rad/s))、振幅±1の矩形波をU相信号とし、0.02/3 = 0.00667(s)づつ遅れた信号を順次V相、W相信号とし、これを各成分として三相信号を生成した。つぎに、本三相信号を3/2相変換 S^T 処理して所期の二相信号を生成した。 S^T としては、次のものを利用した。

$$S = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}^T$$

上記テスト信号に対し、高調波成分の除去を目的に、設計パラメータを以下のように選定した。

$$\text{シフト信号} \quad \omega = -314 \text{ (rad/s)}$$

$$\text{フィルタ特性} \quad \omega_c = 10 \text{ (rad/s)}$$

実験結果を図7に示す。図7の(a)は、三相信号を S^T 行列により3/2相変換して得た二相信号(すなわち、2x1ベクトル) $\tilde{\mathbf{u}}$ のシステム動作直後の波形である。上部から、 $\tilde{\mathbf{u}}$ の第1、2スカラー成分を示している。両成分信号の波形の違いは、 $\tilde{\mathbf{u}}$ が逆相の信号を含んでいることに起因している。同図(b)は、処理済信号である $\tilde{\mathbf{y}}$ の(a)に対応したシステム動作直後の過渡応答である。上部はベクトル回転器同伴フィルタによる過渡応答を、下部はD因子フィルタによる過渡応答を示している。両システムの実現は共にノーマル形式によっている(図5参照)。(c)は(a)、(b)に対応したシステム動作直後の過渡状態での内部信号ノルム値 $\|\mathbf{x}_2\|$ 、 $\|\tilde{\mathbf{x}}_2\|$ を安定性の観点、すなわち信号ノルム同一の安定度の観点から観察したものである(定理2及び(17)式参照)。図の関係は、(b)の場合と同様である。(d)は $\tilde{\mathbf{y}}$ の定常応答である。この図の関係も、(b)の場合と同様である。図7より、D因子フィルタは、ノーマル形式の実現においても、ベクトル回転器同伴フィルタに安定性を含め等価な応答特性を発揮していることが確認される。これら応答は、前節に示した解析の正当性を裏付けるものである。

<6.2> 交流モータシステム

提示した解析結果の正当性を定量的観点より検証すべく遂行した実験の第2例を示す。第2例の対象システムとしては、シフト信号と同伴システムの内装サブシステムとが共に時変の場合の解析結果の正当性の検証がしやすい、交流モータ、具体的には図6の誘導モータとする。

図6(a)に示した1対のベクトル回転器を同伴した誘導モータシステムに対し、滑り周波数形磁束オリエンテーション機構と電流制御系を構成し、更に電流制御系の外側に速度制御系を構成することにより、入力電圧 $\tilde{u}_1$ 、回転子電角速度 ω_{2n} 、更にはシフト信号 ω を生成した。これらと同一の3信号を図6(b)のD因子システムに入力し、両システムの応答を定量比較した。

本数値実験に使用した誘導モータ（株式会社明電舎製 AD301M-4030）の特性を表1に示す。これに対し、上記の制御系を構成し、振幅 300 (rad/s)、周期 $2\pi/50$ (s) の速度指令を与えた

表1 供試モータ(AD301M-4030)の特性
Table1. Characteristics of the test motor(AD301M-4030).

R_1	3.7(Ω)	定格電流	2.26(A,rms)
L_1	0.21(H)	定格励磁分電流	1.5(A)
L_r	0.023(H)	定格トルク分電流	3.6(A)
W_2	23(Ω /H)	定格電圧	120(V,rms)
極対数	1	慣性モーメント	$0.75 \times 10^{-4}(\text{kgm}^2)$
定格出力	0.3(kW)	粘性摩擦係数	$0.7 \times 10^{-5}(\text{Nm s/rad})$
定格トルク	1.0(Nm)	定格速度	300(rad/s)

(a) 2x1 vector input $\tilde{u}_1$

(b) Time-varying interior parametric signal and exterior shift signal.

場合の実験結果を図8に示す。同図の(a)は入力電圧 $\tilde{u}_1$ を、(b)は上から電角速度 ω_{2n} 、シフト信号 ω を示している。 ω_{2n} の時変性は、図6(a)より明白のように、同伴システムの内装サブシステム特性の時変性を意味する。図8(c)は、図8(a)、(b)に対応した内部信号ノルム値 $\|\phi_{2n}\|$ 、 $\|\tilde{\phi}_{2n}\|$ を安定性の観点、すなわち信号ノルム同一の安定度の観点から観察したものである(定理2及び(17)式参照)。上から同伴システム、D因子システムの応答を示している。図8(d)は出力としての電流応答 $\tilde{i}_1$ である。図の関係は、(c)の場合と同様である。

図8より、D因子システムは、同伴システムの内装サブシステムが時変の場合にも、更にはシフト信号 ω が時変の場合にも、同伴システムに安定性を含め等価な応答特性を発揮していることが確認される。これら応答は、前節に示した解析の正当性を裏付けるものである。

7. おわりに

本論文では、時変特性をもつ2入力2出力サブシステムの前後にベクトル回転器1個を各々同伴した同伴システムと等価な応答を示し得るD因子システムを提案すると共に、その性質について存在性、実現性、安定性の観点から新規に解析を行い、これらを達成するための条件を新規に解明した。対象としたD因子システムは、n次フィルタリング

(c) Norms of interior vector states.

(d) 2x1 vector outputs $\tilde{i}_1$.

図8 誘導モータを対象とした場合の同伴システムとD因子システムの応答例
Fig. 8. Response examples for induction motor by system with vector-rotators and system in the D-module.

システム、ACモータ（誘導モータ、同期モータ等）システムを包含する高い一般性を有するものである。解析結果は単純にして強力であり、この具体的利用法を実際の適用例を活用して明示した。すなわち、有力な構造でありながら従来その可能性すら報告されていなかったはしご形、ノーマル形実現の構造がD因子フィルタにおいても許容されかつ簡単に実現されること、一般座標系上のモータモデルやブロック線図が簡単に構築され得ることを通じ、解析結果の単純強力な威力を例証した。これに加え、数値実験による定量的評価も行い、解析結果の正当性を検証した。

提案のD因子システムとその解析結果は、同伴システムと等価な特性を簡便に得ることを可能とするものであり、磁気軸受システム、三相電力システム、ACモータセンサレスベクトル制御システムを始めとする各種産業システムへの応用が期待される。

最後に、査読者から鋭いかつ建設的なご指摘・ご意見を頂戴し、これを通じ本論文の完成度を更に向上させることができたことをここに記し、査読者に対し感謝の意を表したい。

（平成13年6月29日受付、平成13年12月19日再受付）

文 献

- (1) M.Brunet: "Contribution of Active Magnetic Bearings Spindles to Very High Speed Machine, S2M" ASME 84-GT-117, pp.1-9, 1984
- (2) O.Matsushita, M.Takagi, N.Tsumaki, M.Yoneyama, T.Sugaya and H.Bleuler: "Flexible Rotor Vibration Analysis Combined with Active Magnetic Bearing Control," Proc. of IFTOMM Int. Conf. on Rotor Dynamics, Tokyo-Japan, pp.421-427, 1986
- (3) 矢野、打田: 「パワーエレクトロニクス」、丸善、pp.201~228 (平成12)
- (4) 電気学会・半導体電力変換システム調査専門委員会編: 「パワーエレクトロニクス回路」、オーム社、pp.119-135 (平成12)
- (5) 竹田、池田、深田、有塚: 「アクティブフィルタとその応用」、三菱電機技報、62、6、pp.475-480 (昭和63)
- (6) 岡村、中野、難波江: 「正弦波電圧・電流出力インバータの制御方式の改善」、電気学会半導体電力変換研究会資料、SPC-93-74、pp.1-8 (平成5)
- (7) 岡村、中野、難波江: 「正弦波電圧・電流出力インバータの出力電圧制御に関する考察」、平成6年電気学会全国大会講演論文集、5、p.158 (平成6)
- (8) 岡村、中野、難波江: 「回転座標変換を用いた正弦波出力インバータ」、電学論D、114、4、pp.466-467 (平成6)
- (9) 中野、地引、難波江、岡村: 「回転座標変換を用いた可変周波数電圧出力インバータ」、電学論D、115、6、pp.735-742 (平成7)
- (10) A.Nabae, Y.Nakajima, L.Cao, T.Tanaka and S.Ariga: "A Series Active Capacitance for Compensating Voltage Drops Caused by Source Impedances in Power Systems", Record of IEEE PES, pp.351-355, 1997
- (11) 田中、舩曳、難波江: 「三相システムの正弦波不平衡状態における各相無効電流補償法、準瞬時無効電力補償装置」、電学論D、121、3、pp.383-390 (平成13)
- (12) 中野、青野、内藤、近藤、江田、松川、三浦: 「回転座標変換に基づく三相スペクトル解析装置の提案」、電学論D、

120、11、pp.1277-1282 (平成12)

- (13) M.W.Degner and R.D.Lorenz: "Position Estimation in Induction Machines Utilizing Rotor Bar Slot Harmonics and Carrier Frequency Signal Injection", Proceedings of the Power Conversion Conference-Nagaoka (PCC-Nagaoka '97), 1, pp.69-72 (1997)
- (14) M.W.Degner and R.D.Lorenz: "Position Estimation in Induction Machines Utilizing Rotor Bar Slot Harmonics and Carrier Frequency Signal Injection", IEEE Trans. Industrial Application, 36, 3(May/June), pp.736-742 (2000)
- (15) M.W.Degner and R.D.Lorenz: "Using Multiple Saliencies for the Estimation of Flux, Position and Velocity in AC Machines", IEEE Trans. Industrial Application, 34, 5(September/October), pp.1097-1104 (1998)
- (16) 中島、中野、難波江: 「三相システムの複素解析法」、電学論D、114、11、pp.1175-1176 (平成6)
- (17) 中野、内藤、近藤: 「拡張型の伝達関数による三相システムの新しい解析手法の提案」、電学論C、118、7/8、pp.1122-1129 (平成10)
- (18) 中野、内藤、近藤、江田、山本、清水: 「回転座標変換型ハイパスフィルタの拡張ボード線図による解析」、電学論D、119、2、pp.175-181 (平成11)
- (19) 新中新二: 「三相信号処理のためのベクトル回転器同伴フィルタの一般的特性解析」、電学論D、120、7、pp.947-948 (平成12)
- (20) 新中新二: 「三相信号処理のための可変特性多変数フィルタの提案」、電学論D、121、2、pp.254-259 (平成13)
- (21) 村上力: 「回転型磁気軸受における複素係数伝達関数の利用」、電気学会リニアドライブ研究会資料、LD-96-125、pp.99-106 (平成8)
- (22) 村上、佐藤: 「回転型磁気軸受における複素フィルタの特性と応用」、電気学会リニアドライブ研究会資料、LD-96-126、pp.107-114 (平成8)
- (23) 新中新二: 「最少パラメータによる誘導モータの新数学モデルの提案」、電学論D、117、10、pp.1247-1253 (平成9)
- (24) 新中新二: 「ベクトル信号を用いた交流回転器のブロック線図」、電学論D、118、6、pp.716-723 (平成10)
- (25) 新中新二: 「固定子鉄損を有する交流モータの一般座標ベクトル信号によるブロック線図」、電学論D、120、12、pp.1492-1493 (平成12)

新 中 新 二

(正員) 1973年防衛大学校卒業。77年 University of California, Irvine 工学部修士課程修了。79年同博士課程修了。防衛庁技術研究本部第1研究所、防衛大学校電気工学教室等の奉職を終えて、86年キャノン(株)勤務。91年ベンチャー研究所創設。96年神奈川大学電気電子情報工学科勤務(教授)。2002年同大学市民EVセンター創設。

これまでの間、通信、情報、制御、パワーエレクトロニクス分野の教育、研究、開発及びこれらの管理に従事。近年はACサーボモータの駆動制御技術の体系化に注力し、2001年初頭センサレスベクトル制御駆動・トランスミッションレス電気自動車の世界初開発に成功。電子情報通信学会、計測自動制御学会、IEEEなどの会員。Doctor of Philosophy及び工学博士。