非線形連成振動モデルを用いた多機くし形系統 における Hopf 分岐特性の解析

学生員 渡邊 政幸* 正員 三谷 康範**
正員 辻 毅一郎*

Analyses of Hopf Bifurcation Characteristics in Longitudinal Power Systems
by Using a Nonlinear Coupled Vibration Model

Masayuki Watanabe*, Student Member, Yasunori Mitani**, Member, Kiichiro Tsuji*, Member

Power system is a large dynamic system, which includes a lot of nonlinear elements. According to the nonlinear analyses using Hopf bifurcation theory, it can be detected that a limit cycle exists around an operating point, which may affect the global stability of power system significantly. The authors have proposed a numerical method to analyze the nonlinear characteristics in power systems by observing the power swing after some perturbation where the coefficients of nonlinear terms are determined by the least squares method. In this paper the method is modified for the application to a longitudinally interconnected power system including an excitation system to consider the influence of the modal interaction on the nonlinear phenomena. In this method the system is approximated by a nonlinear coupled vibration model. Then the bifurcation characteristics are evaluated numerically based on the approximate model. The method has been applied to the low-frequency oscillation in IEEJ WEST10-machine system.

キーワード：電力系統，過渡安定度，Hopf 分岐，非線形周期軌道，連成振動

Keywords: power system, transient stability, Hopf bifurcation, nonlinear limit cycle, coupled vibration

1. はじめに

電力系統は種々の非線形要素を含む大規模な非線形システムであり，非線形性が系統の安定度に与える影響は大きい。一方，西日本 60 Hz 系統に代表される多機くし形連系系統においては，重潮流時に観測される周期が 2 ～ 3 秒の長周期電力動揺の不安定性の問題が知られており，この不安定性に系統の非線形性が大きく関与していると考えられる。これまでに非線形動特性解析の一つの方法である Hopf 分岐理論を用いた研究により，発電機動揺に関係する非線形特性と励磁系特性の相互作用によって作り出される不安定周期軌道が系統の大域的な安定領域を定める場合がある

ことが知られている^{(1)～(4)}。非線形性の影響が強くなる安定送電限界点付近での運用が想定される状況において，非線形性を考慮した解析は一層重要となり，非線形周期軌道の特性を把握して大域的安定領域の評価をより正確に行えるようになることが期待される。

系統の非線形動特性は汎用の非線形解析プログラムを用いることにより詳細な解析が可能である。しかし，大規模系統の非線形解析においては，その非線形空間が極めて複雑となるため得られる結果の解釈が困難となり，またその計算には多大な時間を要することから，この方法は実用的ではない。そこで，著者らは系統から観測される信号を用いて多項式近似した動揺方程式を推定し，それを用いた安定領域解析手法を提案してきた^{(1)～(4)}。近似モデルはシミュレーションによって得られる系統動揺データの処理によって構成できるため，系統規模による制約は大幅に緩和される。この手法は，くし形系統における長周期動揺の不安定性のように特定モードのみが支配的となり，等価的に一機無限大母線とみなせる系統に対しては適用が可能である。しかし，発電機が増えて系統規模が大きくなると動揺モード数が増加し，潮流状態などのパラメータ変化に伴い不安定化するモードに対して，モード間の相互作用による他モー

* 大阪大学大学院 工学研究科 電気工学専攻

〒565-0871 吹田市山田丘 2-1

Dept. of Electrical Eng., Graduate School of Eng., Osaka University

2-1, Yamadaoka, Suita 565-0871

** 九州工業大学 工学部 電気工学科

〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町 1-1

Dept. of Electrical, Electronic and Computer Eng., Faculty of Eng., Kyushu Institute of Technology

1-1, Sensuicho, Tobata-ku, Kitakyushu 804-8550

ドの影響が無視できなくなる場合が考えられる。この手法では特定の不安定モードに対して寄与の大きな発電機の動揺特性を2次微分方程式によって近似する。そのため、他モードの影響は考慮されておらず、新たな解析手法が必要となる。そこで、本論文では、上述の多項式近似モデルを拡張し、他モードの影響を考慮して構成した非線形連成振動モデルによって表現する手法を提案する。

まず、詳細な解析が可能な3機くし形連系系統において、系統の支配モードに対して他モードの影響が大きくなる場合について検討を行う。その場合、従来の2次近似モデルの残差平方和が十分小さい値にはならないことを示す。そこで、他モードの影響を考慮できる4次非線形連成振動モデルを用いた解析手法を適用して残差平方和を改善する。その結果、モード間の相互作用に起因して不安定化する分岐特性を評価できるようになった。また周期軌道によって定まる大域的安定領域に関しても精度よく評価できることが確認できた。さらに、提案手法を電気学会 WEST10 機系統モデル⁽⁶⁾に適用した。検討の結果、長周期動揺の非線形性によって決まる系統の安定性を良好に評価できることが確認されたので、その詳細について述べる。

2. Hopf分岐と数値的解析モデル

この節ではまず、Hopf分岐とシステム安定性の関係について述べる。電力系統モデルは次の形で表現できる。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{p}), \quad \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n, \quad \mathbf{p} \in \mathbf{R} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで $\mathbf{p}$ は発電機入力、負荷等のパラメータを表す。 $\mathbf{p}$ を変化させた時、(1) 式を線形化したシステムにおいて虚軸を横切って安定性を変化させる一組の固有値が存在し、他の固有値は全て十分安定であるとする。平衡点の安定性は虚軸を横切るモードの安定性に依存する。この不安定モードは適当な変数変換によって標準形 (Normal Form) に変換することができ⁽⁶⁾⁽⁷⁾、極座標表示で次式となる。

$$\dot{r} = (d\mu + ar^2)r \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\dot{\theta} = \omega + c\mu + br^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

(2) 式が θ に無関係であることより $r = 0$ または $d\mu + ar^2 = 0$ を満たす状態が (2) 式の平衡点となる。 $r = 0$ のときは不動点となるが、後者のときは $a \neq 0, d \neq 0$ であれば $r = \sqrt{-d\mu/a}$ で平衡し、 $\dot{\theta} \neq 0$ であれば (3) 式より回転し、周期軌道を持つ。図1は $d > 0$ の場合のシステムの安定性変化を表す分岐図を示している。

図1において、安定周期軌道を形成する場合のHopf分岐がsupercritical Hopf分岐、不安定周期軌道を形成する場合がsubcritical Hopf分岐である。電力システムの場合、潮流量の増加に伴い運用点の安定性が悪化する傾向にあり、図1ではこれが μ の増加に対応する。Aの状態は安定であり、Bは不安定であるが、その回りに安定な周期軌道があるため振動現象となる。Cの状態では運用点は安定であるが、大きい擾乱が生じて状態がDに移れば発散振動となり

図1 分岐図

Fig. 1. Bifurcation diagram.

脱調する。このように不安定周期軌道はシステムの大域的な安定性に影響する。なお、周期軌道の安定性は図1に示したようにパラメータ a の符号によって定まる。

また、周期軌道の特性もパラメータの変化に伴い変化する場合がある。こうした特性は周期軌道が予め定めた面を横切るとき、その一周毎の点の動きを写像として考えたPoincaré写像の安定性を数値的に求めたFloquet乗数⁽⁷⁾によって知ることができる。ここで、(1) 式が $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0$ において周期 T の周期解 $\mathbf{x}(t, \mathbf{p}_0)$ を持つとする。このとき、基本行列 $\Phi(t)$ を

$$\frac{d\Phi}{dt} = \mathbf{f}_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}(t, \mathbf{p}_0), \mathbf{p}_0)\Phi, \quad \Phi(0) = \mathbf{I} \quad \dots\dots\dots (4)$$

で定める。この $\Phi(T)$ の固有値 $\eta_i(p)$ がFloquet乗数である。固有値の1つは常に1であり、他の固有値が周期解 $\mathbf{x}(t, \mathbf{p}_0)$ の安定性を定める。 $|\eta_i(p)| < 1$ であれば周期解は安定、 $|\eta_i(p)| > 1$ であれば周期解は不安定となる。 $\eta_i(p)$ はパラメータ p の関数であることから、周期解の安定性はパラメータに依存する。ここで、ある1つのFloquet乗数のみが正の実数軸に沿って単位円を横切る、すなわち $\eta(p_c) = 1$ となる分岐点 p_c が存在する場合がcyclic fold分岐である。このとき、分岐点において周期軌道の安定性が変化する。

安定なモードを記述する微分方程式を代数方程式で近似できたかすると、不安定となる2次の振動モードは近似的な非線形2次微分方程式として表現される。単一モードが不安定になる状態は長距離大容量送電系統やくし形連系系統の長周期動揺が該当する。いま、 n 機系統において、発電機の動揺方程式が次式で表現されたとする。

$$\left. \begin{aligned} M_i \dot{\omega}_i &= -D_i(\omega_i - 1) + P_{mi} - P_{ei} \\ \dot{\delta}_i &= \omega_r(\omega_i - 1) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし、 $i = 1, 2, \dots, n$ である。また、この系統において、潮流状態変化などのパラメータ変化により単一の電力動揺モードが不安定となるものとする。ここで、不安定な動揺モードに対して寄与の大きい発電機1機(番号を j とする)に注目する。無限大母線を持たない一般の多機系統では、故障後の系統構成に変化が無い場合でも、系統の慣性中心の移動により各発電機の位相角は元の平衡点から推移する。そこで、基準となる発電機を決め(これを発電機 s とする)、その発電機の位相角に関する各変数との差を取ることで状態変数を $x_1 = \omega_r(\omega_j - \omega_s)$ [ω_r :定格角周

波数 120π], $x_2 = (\delta_j - \delta_{j0}) - (\delta_s - \delta_{s0})$ [δ_{j0}, δ_{s0} :平衡点における発電機 j, s の位相角] によって定義する。このとき、基準 s から見た発電機 j の動揺方程式は

$$\dot{x}_1 = \omega_r \left\{ - \left(\frac{D_j}{M_j} \omega_j - \frac{D_s}{M_s} \omega_s \right) + \left(\frac{P_{mj}}{M_j} - \frac{P_{ms}}{M_s} \right) - \left(\frac{P_{ej}}{M_j} - \frac{P_{es}}{M_s} \right) \right\} \dots\dots\dots (6)$$

$$\dot{x}_2 = x_1 \dots\dots\dots (7)$$

と表現できる。ここで、不安定モードに寄与が大きく互いに逆方向に動揺する発電機的一方を基準 s 、もう一方を解析対象 j として選ぶことにより (6) 式は不安定モードを表した一機無限大母線系統と似た特性を持つ。

一方、著者らは系統動揺データを用いて不安定モードを 2 次の近似多項式モデルで表現し、非線形特性を解析する方法を提案してきた⁽¹⁾⁽⁴⁾。系統の動揺データから (6) 式右辺の諸量、 x_1 および x_2 の時間データを得て、 x_1, x_2 の多項式として (6) 式の右辺を近似することにより、

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = & k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_1^2 + k_4 x_2^2 + k_5 x_1 x_2 \\ & + k_6 x_1^3 + k_7 x_2^3 + k_8 x_1^2 x_2 + k_9 x_1 x_2^2 \\ & \dots\dots\dots \end{aligned} \quad (8)$$

$$\dot{x}_2 = x_1 \dots\dots\dots (9)$$

を得る。(8), (9) 式の形で表される非線形システムの分岐特性の解析方法に関しては文献 (4) で述べられている。

3. 数値的解析手法を用いた Hopf 分岐特性の解析

前章で述べた手法は、くし形系統の長周期モードの不安定性のように単一の支配モードが不安定なケースに対しては、良い近似を与える。しかしながら、複数のモードが支配的になるケースでは、単一モードで近似したモデルではその近似度は必ずしも良くない。以下ではその一例を示し、他モードの影響を考慮できる改良手法を提案して近似度の改善を試みる。

〈3・1〉 従来手法を用いた解析 ここでは、図 2 に示す 3 機くし形系統を対象として従来手法を用いて解析を行う場合の問題点を示す。系統定数は表 1 のように設定し、簡単のため 3 機全て同じ定数を持つものとした。また、発電機制御器として、全ての発電機に図 3 で示される AVR を設置した。比較のため AVR は表 2 のように 2 種類用意し、異なる特性を持つように設定した。運転点を、ケース 1 では $P_{m1} = 0.91$ (p.u.), $P_{m2} = 0.90$ (p.u.), $P_{m3} = 1.29$ (p.u.), ケース 2 では $P_{m1} = 0.91$ (p.u.), $P_{m2} = 1.00$ (p.u.), $P_{m3} = 0.95$ (p.u.) に設定した。以下では、発電機 1 を基準 (slack bus) とし、発電機 3 を解析対象として検討を行う。故障条件として、発電機 3 の至近端での三相地絡故障を想定する。

それぞれのケースに対して故障時間 0.01 sec の微小な擾乱を系統に与え、動揺データから最小二乗法⁽⁸⁾によって (8) 式の各係数を求めた。その結果、最小二乗法における

図 2 3 機くし形連系系統

Fig. 2. Three-machine longitudinal system.

図 3 AVR のブロック線図

Fig. 3. Block diagram of AVR.

表 1 系統の諸定数

Table 1. System constants.

Generator: Park's 5th model, 4000MVA base					
$x_d = 1.79$ (p.u.)	$x'_d = 0.355$ (p.u.)	$x''_d = 0.275$ (p.u.)			
$x_q = 1.66$ (p.u.)	$x'_q = 0.570$ (p.u.)	$x''_q = 0.275$ (p.u.)			
$T'_{do} = 7.90$ (s)	$T''_{do} = 0.032$ (s)	$T'''_{do} = 0.410$ (s)			
$M = 7.53$ (s)	$D = 0.0$ (s)	$V_{ref} = 1.00$ (p.u.)			
Transmission System: 4000MVA, 500kV base					
$x_t = 0.14$ (p.u.)	$Z = 0.00421 + j0.10$ (p.u.)				

表 2 AVR の設定

Table 2. Gains and time-constants of AVR.

	G	T_1	T_2	T_3
case1	180.0	0.08	0.15	0.80
case2	120.0	0.05	0.15	0.30

x_1 の値の残差平方和はケース 1 においては 1.956×10^{-8} 、ケース 2 においては 4.061×10^{-4} となった。ケース 1 では良い近似を与えているが、ケース 2 では近似度は良くない。これは、支配モードに加えて他のモードの影響が大きくなっているためと考えられる。

図 4 は、Hopf 分岐点近傍で発電機 3 の機械入力 P_{m3} をパラメータとしたときの固有値の変化を示している。ケース 1 では $P_{m3} = 1.2 \sim 1.4$ (p.u.), ケース 2 では $P_{m3} = 0.7 \sim 1.2$ (p.u.) まで変化させた。ここでは、複素共役を持つ固有値の中で虚軸に近いもの 2 つに着目している。最も虚軸に近い固有値は発電機 3 の電力動揺モード (モード 1 とする) に対応し、次に虚軸に近い固有値は発電機 2 の電力動揺モード (モード 2 とする) に対応する。モード 1 が虚軸を横切る点が Hopf 分岐点に相当する。ケース 1 においてはモード 1 が支配的であることが分かる。一方、ケース 2 においてはモード 2 が虚軸にかなり接近し、動作点では両モードの配置が非常に近くなっているため、モード間に相互作用を生じやすい状態にあることが分かる。

ここで、系統動揺を記述する微分方程式 (1) のヤコビ行列より計算した固有ベクトルからなる行列を V とする。変換

図4 固有値の変化

Fig. 4. Variation of eigenvalues.

図5 モードの動揺 (ケース1)

Fig. 5. Mode swing in case 1.

図6 モードの動揺 (ケース2)

Fig. 6. Mode swing in case 2.

$y = V^{-1}(x - x_0)$ (x_0 は (1) 式の平衡点) を用いて 2 つのモードの動揺を求めた結果を図 5 および図 6 に示す。ただし、故障除去時間をケース 1 においては 0.054 sec, ケース 2 においては 0.19 sec として安定限界となるときの動揺を用いている。これは、とくに問題となる安定限界付近での各モードの影響について、両者間での比較を行いやすくするためである。ケース 1 においてはモード 2 の影響がほとんど見られないことが分かる。そのため、単一モードでの近似で高い精度が得られる。これに対し、ケース 2 においてはモード 2 の影響が少なからず現れていることが分かる。このように複数のモードが含まれる動揺を単一モードで近似した結果、近似精度が悪化したと考えられる。

〈3・2〉 他モードの影響を考慮して構成した非線形連成振動モデル ここでは、連成振動モデルによって他モードの影響を考慮し、モデルの近似度を改善する手法を提案する。潮流状態などのパラメータ変化に伴い不安定となる虚軸に最も近い振動モード (モード 1) および次に虚軸に

近い振動モード (モード 2) に対して寄与の大きい二機の発電機を観測対象、一機を基準発電機として、(6), (7) 式より以下の 4 次非線形連成振動モデルを構成する。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \sum a_{ijkl} x_1^i x_2^j x_3^k x_4^l \\ \dot{x}_2 &= x_1 \\ \dot{x}_3 &= \sum b_{ijkl} x_1^i x_2^j x_3^k x_4^l \\ \dot{x}_4 &= x_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

ただし、 $i = 0, \dots, 3, j = 0, \dots, 3 - (i + k + l), k = 0, \dots, 3 - (i + j + l), l = 0, \dots, 3 - (i + j + k), x_1 = \omega_r(\omega_1 - \omega_s), x_2 = \delta_1 - \delta_s - (\delta_{1e} - \delta_{se}), x_3 = \omega_r(\omega_2 - \omega_s), x_4 = \delta_2 - \delta_s - (\delta_{2e} - \delta_{se}), a_{0000} = b_{0000} = 0$ である。ここで、 $\omega_r = 120\pi$ は定格角周波数、添字 s は基準発電機の諸量、添字 e は位相角の初期値を表す。多項式の係数 a_{ijkl}, b_{ijkl} は最小二乗法により決定する。

ここで、(10) 式において線形部

$$A = \begin{bmatrix} a_{1000} & a_{0100} & a_{0010} & a_{0001} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ b_{1000} & b_{0100} & b_{0010} & b_{0001} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (11)$$

は適当な変換

$$x = Tz \dots \dots \dots (12)$$

によって、

$$B = T^{-1}AT = \begin{bmatrix} \alpha_1 & -\beta_1 & 0 & 0 \\ \beta_1 & \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & -\beta_2 \\ 0 & 0 & \beta_2 & \alpha_2 \end{bmatrix} \dots (13)$$

の形に変換できる。ただし、 α_i, β_i ($i = 1, 2$) はそれぞれ行列 A の固有値実部および虚部である。これより、(10) 式は

$$\dot{z} = Bz + C(z) \dots \dots \dots (14)$$

となり、これを汎用の非線形特性解析プログラム AUTO⁽⁹⁾ を用いて解析し、(12) 式により再変換することで周期軌道を求めることができる。ここで、 α_1 が潮流の増加に伴い不安定となる固有値の実部であることから、分岐解析のパラメータとして α_1 を選定した。 $\beta_1, \alpha_2, \beta_2$ および $C(z)$ に含まれる係数の変化は、Hopf 分岐点近傍において α_1 の変化に対して十分小さいと仮定し一定値としている⁽⁴⁾。

以上の手法を前節で示したケース 2 に対して適用した。 $\dot{x}_1$ の値に関して (10) 式で表される 4 次モデルで近似したときの最小二乗法における残差平方和は 1.750×10^{-10} となり、2 次モデルを用いた場合の 4.061×10^{-4} と比較して残差が非常に小さくなっており、高い精度でモデル化できていることが分かる。

図 7 は (11) 式の行列 A について求めた固有ベクトルを用いてモードの動揺を求めた結果である。図 6 と比較すると傾向が非常によく一致しており、4 次近似モデルによっ

図7 モードの動揺 (近似システム)

Fig. 7. Mode swing of the approximate system.

図8 分岐図 (原システム)

Fig. 8. Bifurcation diagram of the original system.

図9 分岐図 (2次システム)

Fig. 9. Bifurcation diagram of the second-order system.

図10 分岐図 (4次システム)

Fig. 10. Bifurcation diagram of the fourth-order system.

て原システムの特性がよく表されていることがわかる。また、システムを記述する微分方程式を用いて AUTO によって求めた分岐図を図8に示す。ここではモード1に寄与の大きい発電機3の機械入力をパラメータとした。Hopf分岐点からは不安定平衡点を取り囲む形で安定周期軌道が形成されているが、パラメータの変化に伴い周期軌道の安定性が変化し不安定周期軌道が形成されていることが分かる。図9は2次非線形モデルにおいて k_1 をパラメータとしたときの分岐図で、図10は4次非線形モデルにおいて α_1 をパラメータとしたときの分岐図である。結果の比較を容易にするため、固有値実部と機械入力 P_{m3} の関係がほぼ線形であることを用いて k_1 および α_1 を P_{m3} に変換している⁽⁴⁾。2次モデルでは Hopf 分岐の特性は原システムとよく一致しているが、周期軌道の安定性は変化していない。これに対し、4次モデルでモード間の影響を考慮した結果、周期軌道の安定性が変化する特性が見られるようになり、この特性が原システムとよく一致していることは非常に興味深い性質である。また、図11は位相平面上における不安定周期軌道である。同図には故障発生時の応答も示しており、故障持続時間 0.19sec で安定、0.20sec で不安定となる。精度よく求められていることから、4次非線形連成振動モデルを用いた手法が有効であることが確認できる。

〈3・3〉 高次の項を考慮した2次モデル 図8に示したような分岐特性を持つシステムにおいては高次の非線形性が影響していることが考えられる。5次までの非線形性を考慮した場合、標準形は極座標で次式により表される。

図11 位相平面上での応答と不安定周期軌道

Fig. 11. System responses and unstable limit cycle on the phase plane.

$$\left. \begin{aligned} \dot{r} &= (d\mu + a_1 r^2 + a_2 r^4) r \\ \dot{\theta} &= \omega + c\mu + b_1 r^2 + b_2 r^4 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

そこで、(8)、(9)式で表される従来の2次の多項式近似モデルにおいて4次および5次の非線形項を考慮した高次モデルを考える。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \sum k'_{ij} x_1^i x_2^j \\ \dot{x}_2 &= x_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

ただし、 $i = 0, \dots, 5, j = 0, \dots, 5 - i, k'_{00} = 0$ である。このモデルを用いてケース2の解析を行った結果、最小二乗法における残差平方和は 1.982×10^{-6} となった。従来の3次までの非線形性を考慮した場合と比較して近似精度

図 12 分岐図 (高次モデル)

Fig. 12. Bifurcation diagram of the high-degree model.

は向上しているが、前節で提案した非線形連成振動モデルを用いた場合のような大幅な向上は見られない。図 12 は 5 次までの非線形性を考慮した 2 次モデルにおいて k'_{10} をパラメータとして、 P_{m3} に変換したときの分岐図である。図 9 と同様、Hopf 分岐点近傍の特性は原システムと一致しているが、周期軌道の安定性は変化していないことが分かる。以上より、解析対象のくし形システムにおける周期軌道の特性変化は高次の非線形性の影響によるものではなく、2 つのモードが近づいたことによって互いの影響が強く現れたことが影響していると考えられる。この特性が、3 次までの非線形性を考慮した連成振動モデルによって正しく説明されることが以上の解析より明らかになった。

4. WEST10 機系統を対象とした解析例

図 13 に示す電気学会 WEST10 機系統モデルを対象として、非線形連成振動モデルを用いて安定領域の評価を行う。系統定数は文献 (5) に示されている定数を用い、システムの負荷特性は定電流特性とした。また、発電機制御器として、全ての発電機に図 14 で示される AVR を設置した。ただし、AVR のリミタおよびガバナは考慮していない。なお、解析には、汎用の電力システムシミュレーションソフトウェア EUROSTAG を用いた。

このようなくし形連成システムでは互いに逆方向に動揺する両端の発電機間での長周期モードが支配的になりやすい。そこで、発電機 1 の至近端での三相地絡故障を想定し、この故障に対する安定領域の評価を行う。運転条件は昼間の一潮流断面において母線 2 の負荷が 1600 MW 増加し、発電機 1 の機械的入力 $P_{m1} = 15100$ (MW) として線路 1-2 が重潮流になった状態を想定する。

システムの固有値を求めた結果、最も不安定なモードに対しては発電機 1、次の不安定モードに対しては発電機 5 の寄与が大きいことが分かった。そこで発電機 10 を基準として、発電機 1 および発電機 5 の二機の発電機について 4 次非線形モデルを構成した。表 3 に最小二乗法による係数決定の際の残差平方和を示す。従来の 2 次モデルによる近似では誤差が大きくなるが、今回提案する 4 次モデルにより精度が飛躍的に向上していることが確認できる。

図 15 は、4 次近似システムの分岐図であり、パラメータ

図 13 WEST10 機系統モデル

Fig. 13. IEEJ WEST10-machine system.

図 14 励磁系モデル

Fig. 14. Exciter model.

表 3 残差平方和の比較

Table 3. Comparison of residual.

model	2nd-order	4th-order
$\dot{x}_1$	3.868×10^{-1}	1.539×10^{-7}
$\dot{x}_3$	1.178×10^1	8.399×10^{-8}

図 15 分岐図

Fig. 15. Bifurcation diagram.

図 16 位相平面上での応答と不安定周期軌道

Fig. 16. System responses and unstable limit cycle on the phase plane.

α_1 を P_{m1} に変換して示している。また、動作点における不安定周期軌道を図 16 に示す。同図には、故障により安定および不安定となる場合の応答も示している。図より、求めた周期軌道により大域的安定領域が定められており、その外側に状態が移った場合に不安定と判断できることが

図 17 モード動揺の比較

Fig. 17. Comparison of mode swings.

分かる。ただし、それぞれの故障除去時間は 0.01 sec および 0.011 sec とした。実システムにおける遮断時間から考えた場合、これらは極めて短い除去時間であるが、安定限界を良好に評価できた数値例として示している。また、図 17 は原システム、近似システムの固有ベクトルを用いて求めたモードの動揺である。両者の傾向がよく一致していることから、提案手法の有効性を確認することができた。

5. むすび

本論文では、システム動揺データを用いた非線形動特性の数値的解析手法について、従来の 2 次近似モデルを拡張し、他モードの影響を考慮できる 4 次非線形連成振動モデルを用いた大域的安定領域の評価手法を提案した。まず、手法を 3 機くし形システムに適用し、汎用プログラムを用いた詳細な解析から得られた結果と比較した。その結果、従来法では解析が困難であった複数モードが寄与する動揺に対して、二振動系の相互作用を考慮した 4 次非線形連成振動モデルを構成することにより、非線形特性を良好に評価できることが分かった。また、手法を WEST10 機システムモデルに適用し、多機くし形システムにおいて特徴的な長周期動揺の非線形性によって定まるシステムの安定性評価における有効性を確認した。

(平成 15 年 2 月 24 日受付、平成 15 年 6 月 9 日再受付)

文 献

- (1) K. Kawasaki, P. Miao, T. Imamura, Y. Mitani, and K. Tsuji: "A Method for Analysis of Dynamics in Generator Swing Based on Nonlinear System Theory", *T. IEE Japan*, Vol.120-B, No.3, pp.325-332 (2000-3) (in Japanese)
川崎光喜・苗 沛耘・今村 司・三谷康範・辻穀一郎:「非線形動特性のシステム理論に基づく発電機動揺の動特性解析」, 電学論 B, 120,

- 3, pp.325-332 (2000-3)
- (2) H. Amano, T. Kumano, T. Inoue, and H. Taniguchi: "A Stability Criterion for Nonlinear Oscillations in Power Systems by Hopf bifurcation Theory", *T. IEE Japan*, Vol.121-B, No.6, pp.708-714 (2001-6) (in Japanese)
天野博之・熊野照久・井上俊雄・谷口治人:「電力システムにおける振動現象のホップ分岐理論による安定性判別」, 電学論 B, 121, 6, pp.708-714 (2001-6)
- (3) C.D. Vournas, M.A. Pai, and P.W. Sauer: "The effect of Automatic Voltage Regulation on the bifurcation evolution in power systems", *IEEE Trans. Power Systems*, Vol.11, No.4, pp.1683-1688 (1996)
- (4) M. Watanabe, P. Miao, Y. Mitani, and K. Tsuji: "A Model for Numerical Evaluation of Global Stability Region in Power Systems Determined by Nonlinear Limit Cycle", *T. IEE Japan*, Vol.122-B, No.8, pp.883-890 (2002-8) (in Japanese)
渡邊政幸・苗 沛耘・三谷康範・辻穀一郎:「非線形周期軌道によって定まる電力システム大域的安定領域の特性評価のための数値的解析モデル」, 電学論 B, 122, 8, pp.883-890 (2002-8)
- (5) 電力システムモデル標準化調査専門委員会編:「電力システムの標準モデル」, 電気学会技術報告 第 754 号 (1999)
- (6) S. Wiggins: *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*, Springer-Verlag, New York (1990)
- (7) J. Guckenheimer and P. Holmes: *Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields*, Springer-Verlag, New York (1983)
- (8) W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery: *Numerical recipes in C: the art of scientific computing*, Cambridge University Press (1992)
- (9) E.J. Doedel, A.R. Champneys, T.F. Fairgrieve, Y.A. Kuznetsov, B. Sandstede, and X. Wang: *AUTO97: Continuation and bifurcation software for ordinary differential equations (with HomCont)* (1997)

渡 邊 政 幸 (学生員) 2001 年 3 月大阪大学工学部電気工学科卒業。2002 年 3 月同大学院工学研究科電気工学専攻博士前期課程修了。同年 4 月同専攻博士後期課程に進学、現在に至る。主に電力システムの非線形解析に関する研究に従事。IEEE 会員。

三 谷 康 範 (正員) 1986 年 3 月大阪大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了。1988 年同大学低温センター助手、同工学部電気工学科講師を経て、1994 年同助教授。1994 年 California 大学 Berkeley 校客員研究員。2003 年 4 月九州工業大学工学部電気工学科教授、現在に至る。主に電力システムの動特性解析、システム安定化制御に従事。工学博士。システム制御情報学会、IEEE 等の会員。

辻 穀 一 郎 (正員) 1968 年 3 月大阪大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。1973 年 6 月 Case Western Reserve 大学大学院システム工学専攻博士課程修了。同年 8 月大阪大学工学部電気工学科助手、同講師、同助教授を経て、1988 年 12 月同教授。この間、一時国際応用システム分析研究所 (IIASA) 研究員。Ph.D.。主に応用システム分析に従事。エネルギー資源学会、IEEE 等の会員。

電力・エネルギー部門大会座長のコメントと回答

—A05 安定度解析—

質 疑

座長 雪田 和人

1. 同セッションでの対象論文への質疑応答

(1)

Q : 3 機系統の AVR について、ケース 1 とケース 2 でゲインや時定数が異なっていますが、これにより大きな違いが現れているのでしょうか？ また、なぜその設定値を用いているのでしょうか？

A : AVR の影響によって非線形周期軌道が形成されるため、AVR の特性によって分岐特性は大きく異なります。また、AVR の設定値につきましては、従来法と提案法で得られた結果を比較する際、両者の差異が明確に分かるような設定としております。

(2)

Q : 4 次の連成振動モデルは、発電機の出力が増大した場合や発電機数が増加した場合でも適用可能なのでしょうか？

A : 系統の支配モードの数に応じて次数を増やす必要があると思われませんが、従来の 2 次モデルを用いた解析手法と比較しますとモデル化の精度はかなり向上しますので、手法の適用可能性は高くなっていると考えられます。

(3)

Q : 通常のケースにおいても非線形連成振動モデルを適用する必要があるのでしょうか？ 本ケースは特別なケースなのでしょうか？

A : 支配モードに対する他モードの影響が小さいケースにおいては、従来の 2 次モデルを用いた解析で精度の高い評価が可能です。一方、長距離くし形系統においては 2 つのモード間の相互作用が生じやすいことが知られております（垣本直人：「長距離くし形系統の内部共振による長周期動揺不安定性」，電学論 B, Vol.115, No.3, pp.219-226, 1995-3）。本論文で対象としたくし形系統においては、両端の発電機間で互いに逆方向に動揺する長周期モード（モード 1）

が不安定になりやすく、また次に不安定なモード（モード 2）の影響が見られるということで、連成振動モデルを用いた解析を行っております。支配的となるモードの数によってはさらに高い次数での検討が必要になってくると考えられます。

2. 著者に照会したい座長コメント

貴論文では、AVR のリミタ、ならびに GOV などを考慮していない場合を想定しておられますが、AVR のリミタや GOV などを考慮した場合には系統の非線形性が強くなると思います。特に δ - ω 位相平面に関しては、非線形要素を考慮すると平衡点の移動などがあると思われますが、ご提案手法はこの場合にも適用できる可能性はあるのでしょうか。

応 答

渡邊 政幸（大阪大）

三谷 康範（九州工大）

辻 毅一郎（大阪大）

「著者に照会したい座長コメント」への回答

ご指摘のとおり、AVR のリミタや GOV などを考慮した場合は非線形性が強くなります。とくに AVR のリミタが周期軌道の形成に多大な影響を与えることがわかっております（文献(4)）。本論文で提案した連成振動モデルにおける励磁系リミタの考慮に関しましては、既に検討を進めており、励磁系のリミタが分岐特性に与える影響を良好に評価できることが確認されています（電力技術・電力系統技術合同研究会資料，PE-03-91/PSE-03-102）。

一方、リミタが作用する状態で平衡点が定まっている場合には、リミタ値の変化とともに平衡点が移動し、平衡点の周りの分岐特性も変化することになります。このような場合には、平衡点から離れた領域における非線形性の影響を対象としている本論文とは異なる議論が必要になってくるものと思われます。