送電損失を考慮したラグランジュ緩和法による 火力発電機の起動停止計画

学生員 村田 大介* 正 員 山城 迪*

Unit Commitment Scheduling by Lagrange Relaxation Method Taking into Account
Transmission Losses

Daisuke Murata*, Student Member, Susumu Yamashiro*, Member

After the application of the Lagrange relaxation method to the unit commitment scheduling by Muckstadt in 1979, many papers using this method have been reported so far. The greatest advantage of applying the Lagrange relaxation method for the unit commitment problem is that it can relax (ignore) each generator's output dependency caused by demand-supply balance constraint so that an unit commitment of each generator is determined independently by Dynamic Programming. However, when we introduce the transmission loss into the demand-supply balance constraint, we cannot decompose the problem into the partial problems in which each generator's unit commitment is determined independently and have to take some measures to get an optimal schedule by Lagrange relaxation method directly. In this paper, we present an algorithm for the unit commitment schedule using the Lagrange relaxation method for the case of taking into account transmission losses.

キーワード：起動停止計画，ラグランジュ緩和法，動的計画法，送電損失，DC-OPF

Keywords: unit commitment, Lagrange relaxation method, dynamic programming, transmission losses, DC-OPF

1. まえがき

火力発電機の起動停止計画問題は，翌日あるいは1週間先といった期間での電力需給バランスや他の様々な運用制約を満足しながら，運用コストが最小となる発電機の起動停止および出力を決定する問題である。この問題は発電機の運転，停止状態を表す多数の0-1変数のため，このままの形で動的計画法のような数値計画法などを使って直接問題を解くことは非常に難しい。起動停止問題に対する研究は今まで多くなされてきたが，問題の複雑さのため，そのほとんどが送電ネットワークを考慮しておらず，それを考慮に入れた論文はあまり見当たらない。ネットワークを無視した手法により得られる起動停止計画は，実運用上からは種々の問題が生じることが予想され，例えば，線路過負荷の発生や送電損失を考慮していないため運転予備力が確保されないなどの問題が挙げられ，ネットワーク運用を反映する重要な指標である送電損失を含む発電機起動停止計

画決定手法の確立は，とりわけ重要となるものと考えられる⁽¹⁾。

近年，大規模システムの起動停止計画に用いられているラグランジュ緩和法は，混合整数計画問題の近似解法の一つであり，双対問題を解くことで主問題の近似解を得ようとするものである。

この方法の利点は，需給バランスのようなシステム全体に関わる制約条件をラグランジュ乗数を用いて緩和することで，問題を発電機毎の部分問題に分割して解くことができる点にあり，文献(3)，(4)など，これまでに数多くの研究例が報告されている。

しかしながら，この方法で得られる近似解は制約条件をすべて満たさない可能性があり，さらに，送電損失を需給バランス制約に導入する場合，発電機毎の部分問題に直接分解することができず，何等かの対応が必要となる。ラグランジュ緩和法における送電ネットワークの制約を考慮した起動停止計画に関する研究⁽⁵⁾⁽⁶⁾は，過去に線路セキュリティ制約や母線電圧制約などを考慮したものがあるが，送電損失自体を計画決定のアルゴリズムの中で直接考慮したものはいまだ報告されていない。また，文献(7)等ではラグランジュ緩和法によらないネットワークを考慮した起動停止計画法が報告されているが，線路潮流制約への対応等

* 北見工業大学 電気電子工学科
〒090-8507 北見市公園町 165 番地
Department of Electrical and Electronic Engineering, Kitami
Institute of Technology
165, Koen-cho, Kitami 090-8507

が中心の計画法であり、計画決定過程に損失を考慮することの意義や具体的な考察は見られない。

以上の考察から、本論文では、送電ネットワークを考慮した起動停止計画決定の重要性に注目し、需給制約に損失を含む場合でも、発電機毎の部分問題への分解を可能にするラグランジュ緩和法を開発する。即ち、アルゴリズム自体に送電損失を導入したラグランジュ緩和法による起動停止計画決定法を提案し、シミュレーションにより、手法の有効性と計画決定における損失考慮の意義を具体的に明らかにする。提案手法は、ラグランジュ緩和法のアルゴリズム内で送電損失を考慮することから、初期の発電計画を求めた後に、ヒューリスティクスなどを利用し損失を考慮した発電計画に修正する必要があるなど、計画決定アルゴリズムの単純化、計算効率および解の経済性の向上が得られ、大規模系統に有効とされるラグランジュ緩和法の更なる展開に繋がるものと期待される。

2. 問題の定式化

発電機の起動停止計画は、各種の制約条件を満たした上で、考察期間全体にわたる燃料費と起動費からなる総運転費を最小にするような発電機の運用計画を求めるものであり、その目的関数は以下のように表わすことができる。

$$\text{Min} : \Phi = \sum_{t=1}^T \sum_{n=1}^N [u_n^t F_n(p_n^t) + u_n^t (1 - u_n^{t-1}) F S_n] \quad \dots\dots\dots (1)$$

代表的な制約条件としては、

$$\text{需給制約} : \sum_{n=1}^N u_n^t p_n^t = P_{load}^t + P_{loss}^t \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{予備力制約} : \sum_{n=1}^N u_n^t p_n^{\max} \geq P_{load}^t (1 + SR) + P_{loss}^t \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{発電機上下限出力制約} : p_n^{\min} u_n^t \leq p_n^t \leq u_n^t p_n^{\max} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{最小運転・停止時間 (MUT・MDT) 制約} \quad \dots\dots (5)$$

ここで、

T	: 考察期間数
N	: 総発電機数
p_n^t	: 発電機 n の時刻 t における出力
u_n^t	: 発電機 n の時刻 t における状態変数 (1: 運転, 0: 停止)
$F_n(p_n^t)$	: 発電機 n の燃料費
$F S_n$	: 発電機 n の起動費
P_{load}^t	: 時刻 t における総需要
P_{loss}^t	: 時刻 t における送電損失
SR	: 時刻 t における運転予備率
$p_n^{\min}, p_n^{\max}$	: 発電機 n の最低出力, 最大出力

(1) 式は発電機の燃料費と起動費からなる目的関数、(2) 式は需給バランス制約、(3) 式は予備力制約、(4) 式は発電機の出力上下限制約、(5) 式は発電機の最小運転・停止時間制約である。

目的関数 Φ と (2)、(3) 式の制約を用いて、次のようにラグランジュ関数を定義する。

$$L(p_n^t, u_n^t, \lambda_{LR}^t, \mu_{LR}^t) = \Phi + \sum_{t=1}^T \left[\lambda_{LR}^t \left(P_{load}^t + P_{loss}^t - \sum_{n=1}^N u_n^t p_n^t \right) + \mu_{LR}^t \left(P_{load}^t (1 + SR) + P_{loss}^t - \sum_{n=1}^N u_n^t p_n^{\max} \right) \right] \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $\lambda_{LR}^t, \mu_{LR}^t \geq 0$ はラグランジュ乗数である。

このとき双対関数は (7) 式により表される。

$$q(\lambda_{LR}^t, \mu_{LR}^t) = \text{Min}_{p_n^t, u_n^t} L(p_n^t, u_n^t, \lambda_{LR}^t, \mu_{LR}^t) \quad \dots\dots (7)$$

ラグランジュ双対問題は、(7) 式を最大にする $\lambda_{LR}^t, \mu_{LR}^t$ を決定する問題となる。

$$\bar{q}(\lambda_{LR}^t, \mu_{LR}^t) = \text{Max}_{\lambda_{LR}^t, \mu_{LR}^t} q(\lambda_{LR}^t, \mu_{LR}^t) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ラグランジュ緩和法は、双対問題 (8) 式を解くことによって主問題の近似解を得る方法であり、具体的には、はじめにラグランジュ乗数 $\lambda_{LR}^t, \mu_{LR}^t$ に初期値を与えて (7) 式を解き、その解 p_n^t, u_n^t を用いて双対関数の値を最大にするラグランジュ乗数 $\lambda_{LR}^t, \mu_{LR}^t$ を更新していく反復解法である。

(7) 式の最小化プロセスにおいて、形式的には送電損失を考慮しているという意味で、次のように各発電機の部分問題に分解した形に表すことができる。

$$\text{Min}_{p_n^{\min} \leq p_n^t \leq p_n^{\max}} [F_n(p_n^t) - \lambda_{LR}^t (p_n^t - P_{loss}^t) - \mu_{LR}^t (p_n^{\max} - P_{loss}^t)] \quad \dots\dots\dots (9)$$

しかし、一般に、送電損失 P_{loss}^t が並列発電機出力の関数となることから、このままでは (9) 式を発電機毎の部分問題に分解して解くことができないため、送電損失を発電機の起動停止判定時に反映させることができない。

一方、(9) 式の発電機出力 p_n^t に関する最適化条件は、(10) 式で与えられ、

$$\frac{dF_n(p_n^t)}{dp_n^t} - \lambda_{LR}^t \left(1 - \frac{\partial P_{loss}^t}{\partial p_n^t} \right) + \mu_{LR}^t \cdot \frac{\partial P_{loss}^t}{\partial p_n^t} = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

需給制約を考慮した経済負荷配分により予備力制約が満足される場合は、(11) 式が得られるので、

$$p_n^t \cdot \frac{dF_n(p_n^t)}{dp_n^t} = \lambda_{LR}^t, \left(p_n^t = 1 \left/ \left(1 - \frac{\partial P_{loss}^t}{\partial p_n^t} \right) \right. \right) \quad \dots\dots\dots (11)$$

もし仮に、事前に増分送電損失、すなわちペナルティファ

クター p_n^t が得られ、起動停止判定時に反映できれば、(7) 式の最小化問題を、(9) 式の発電機毎の部分問題として解くことが可能となる。

以上の考察から、従来のラグランジュ緩和法における部分問題決定アルゴリズムを、送電損失を考慮したものに拡張することが期待できる。

3. 送電損失を考慮した部分問題決定アルゴリズム

まず、ラグランジュ緩和法のアルゴリズムについて簡単に触れ、その後、本稿で提案する手法について詳しく説明する。

図 1 は、送電損失を無視した従来のラグランジュ緩和法のアルゴリズムであり、その手順を以下に簡単に示す。

《ラグランジュ緩和法のアルゴリズム》

(1) 初期化：ラグランジュ乗数を初期化する。

(2) 部分問題の求解：DP 法を用いて、(9) 式の発電機毎の部分問題を解き、 p_n^t, u_n^t を求める。

(3) 収束判定：収束条件を満たしていれば計算終了。そうでなければ次の手順 (4) へ移る。

(4) ラグランジュ乗数の更新：例えば勾配法を用いて、ラグランジュ乗数 $\lambda_{LR}^t, \mu_{LR}^t$ を更新する。

次に、送電損失を考慮する場合は、図 1 の従来のラグランジュ緩和法の部分問題決定アルゴリズムにおいて、起動停止判定をする前に送電損失が得られるようなアルゴリズムを組み込むことにより、図 2 の送電損失を考慮したラグランジュ緩和法に発展させることができる。

この際、損失を考慮した起動停止計画を得るには、収束性の向上、計算時間の短縮化といった理由から、先ず、従来のラグランジュ緩和法により送電損失を無視した起動停止計画を得た後にその結果を提案手法に入力し、送電損失

を考慮した起動停止計画を得るといったラグランジュ緩和法の 2 段階の形をとることで、送電損失を考慮した起動停止計画を容易に得ることができる。提案手法の具体的な手順を以下に説明する。

《送電損失を考慮した提案手法のアルゴリズム》

(1) 初期化：ラグランジュ乗数を初期化する。収束を早めるために、従来のラグランジュ緩和法で得られたラグランジュ乗数の最適値を初期値として扱い、計算を始める。

(2) 部分問題の求解：DP 法を用いて、(9) 式の発電機毎の部分問題を解き、 p_n^t, u_n^t を求めた後、部分問題の求解における送電損失を考慮するアルゴリズムに移り、以下の Step を踏む。

[Step 1] DP 法により得られた起動停止 (UC) パターンに基づいて、DC-OPF⁽⁸⁾ を適用し、ラグランジュ乗数、並列発電機出力、ペナルティファクター (pf) および送電損失を求め、発電計画 G を作成する。

また、この発電計画は初回に限り、pf 値が 1 であるため、送電損失を無視した UC パターンを反映した発電計画が得られる。

[Step 2] UC パターンを求める前の発電計画 G' と Step 1 の UC パターンが得られた後の発電計画 G を比較し、発電計画の修正がないかチェックする。

これは、起動停止判定時に使用した pf の値が、起動停止判定で得られた UC パターンに基づき、DC-OPF により得られる pf の値と一致していなければならないという考えから、発電計画の修正をする必要性を意味している。

[Step 3] 発電計画の修正が無ければ、手順 (3) の収束判定へ。修正がある場合、UC パターンが得られた後の発電計画 G を発電計画 G' に置き換え、DC-OPF による pf を

図 1 ラグランジュ緩和法のアルゴリズム

Fig. 1. Lagrange relaxation algorithm.

図 2 送電損失を考慮した提案アルゴリズム

Fig. 2. Proposed algorithm taking into account transmission losses.

図3 計算手順の流れ

Fig. 3. Flow of calculation procedure.

用いて、手順 2)へ戻り、再び (9) 式を解いて、DP 法により UC パターンを求め、Step 1~3 を繰り返す。

なお、pf の値が小さいほど、発電機の起動数が多い UC が、この UC から逆に大きな pf が得られることから、図 2 の $G \rightarrow G'$ のループで、 $G \leftrightarrow G'$ の振動が発生する場合には、 G' を G'' とし、ループを巡後に、 $G = G''$ を確認し、次の step に進むものとする。

また、初回に限り、前の発電計画 G' は存在しないため、発電計画 G をそのまま発電計画 G' に置き換えて、手順 2) へ戻る。

(3) 収束判定：収束条件を満たしていれば計算終了。そうでなければ次の手順 4) へ移る。

(4) ラグランジュ乗数の更新：例えば勾配法を用いて、ラグランジュ乗数 $\lambda_{LR}^t, \mu_{LR}^t$ を更新する。

つまり、起動停止 (UC) パターンを求める際に、必要なデータ (ペナルティファクター pf_n^t 、発電計画 G') をフィードバックさせることで、送電損失を考慮した UC パターンを得ることができる。

図 1 にラグランジュ緩和法のアルゴリズムを、また、図 2 に提案する送電損失を考慮したラグランジュ緩和法のアルゴリズムを示しており、 $G \rightarrow G'$ の部分が部分問題決定アルゴリズムにあたる。図 3 に、送電損失を考慮した起動停止計画が得られるまでの計算手順の流れを簡潔に示す。

なお、図 1、図 2 に示すように、計画決定に際しては需給および予備力制約を満足するように、 λ と μ の 2 重の調整が必要である。しかしながらこれにより収束の悪化が懸念され、一方で、全ての発電機が最大出力で運転するケースはまれであり、従って損失を考慮した需給制約を満足する計画は、予備力制約もある程度満足することが期待される。また、本論文の主目的が送電損失を計画決定アルゴリズムに直接導入する手法の開発にあるので、研究の第 1 段階として、以下の考察では予備力制約に関するラグランジュ乗数 $\mu = 0$ としてシミュレーションを行い、得られた計画に対して予備力の評価を行うものとする。

4. シミュレーション

4.1 シミュレーションモデル 提案手法の有効性を

確認するため、シミュレーションを行う。シミュレーションモデルは、36 台の発電機を持つ IEEE-118 母線系統を使用して、考察期間 24 時間の起動停止計画を求める。36 機の発電機モデルの燃料費特性 ($F(P) = a + bP + cP^2$)、出力上下限值 ($P^{\max}, P^{\min}$)、最小運転および停止時間制約 (MUT, MDT)、起動費等を表 1 に、また、各母線の負荷割合⁽¹⁾は、時間帯によって変わらないものとして表 2 に示す。なお、表 1 の Initial state は計画初期時点での運転履歴で、+ は運転時間数、- は停止時間数を表わしている。

4.2 シミュレーション方法 まず、ラグランジュ乗数 λ の修正法については、調整パラメータの設定によるラグランジュ乗数の変化を認識しやすいように、劣勾配にそのまま調整パラメータを掛ける修正法を用いる (付録参照)。ここで、調整パラメータの値は、 $\alpha = 0.01, \beta = 0.0011$ とし、送電損失を無視した起動停止計画を計算する。送電損失を考慮した提案するラグランジュ緩和法における λ 修正法の調整パラメータの値は、 $\alpha = 0.008, \beta = 0.0001$ とした。収束条件は、損失を無視する場合および考慮する場合共に双対ギャップが 1% 以下になるまで計算し、得られた解を最適解とした。ただし損失を考慮する場合の最適解の取り扱い、双対ギャップが小さくても運用コストが高い場合があり得るので、双対ギャップが 1% 以下で、かつ、運転コストが収束過程にあり、コスト改善率が十分小さくなった時点で収束と判定し、その解が得られるまでの計算回数および計算時間を記録した。

4.3 シミュレーション結果 送電損失を無視したラグランジュ緩和法による起動停止パターンを表 3 に、提案手法により得られた送電損失を考慮した起動停止パターンを表 4 に示す。なお、表 3、表 4 は、横軸に考察期間、縦軸に発電機番号を示している。表 3 の解が得られたときのラグランジュ乗数の更新回数、双対ギャップ、および総運転費は 453 回、0.8%、1219025 (千円) であった。また、この送電損失を無視した起動停止パターンを使用して、最適潮流計算により送電損失を考慮する発電計画に修正した場合、黒色で示された時間帯 11 で、並列発電機による負荷への供給力不足に陥った。つまり、従来のラグランジュ緩和法による起動停止パターンでは送電損失を完全に考慮することはできず、最適な起動停止計画を得ることができないのがわかる。なお、時間帯 11 を除いた時の送電損失を考慮した総運転費は 1178579 (千円) である。

提案手法により得られた表 4 の解におけるラグランジュ乗数の更新回数、双対ギャップ、および総運転費は各々 468 回、0.4%、1222440 (千円) である。送電損失考慮後の更新回数が 13 回と大幅に少ないのは、従来のラグランジュ緩和法による送電損失を無視した起動停止計画解の最適なラグランジュ乗数を利用したためであり、更に、時間帯 11 では、発電機 No.17 が運転することにより、負荷供給不足が解消されるなど損失無視の場合にみられるような供給力不足もなく計算効率と供給信頼性に関し、提案手法の有効性を示している。また、最適化過程で損失を考慮する提案

Table 1. Generator model.

Unit No.	Unit characteristic constants			Output(MW)		MUT	MDT	Initial state	Start up cost
	a ($\mu\text{e}^3/\text{yen/h}$)	b ($\mu\text{e}^3/\text{yen/MWh}$)	c ($\mu\text{e}^3/\text{yen/MWh}^2$)	P^{max}	P^{min}	(h)	(h)		
1	24.389	25.547	0.0253	2.4	12	1	1	-1	0
2	118.91	37.964	0.0156	4	20	1	1	-1	30
3	118.46	37.777	0.0136	4	20	1	1	-1	30
4	118.91	37.964	0.0116	4	20	1	1	-1	30
5	119.46	38.777	0.0106	4	20	1	1	-1	30
6	117.76	37.551	0.012	4	20	1	1	-1	30
7	118.11	37.664	0.0126	4	20	1	1	-1	30
8	81.826	13.507	0.0096	15.2	76	3	2	3	80
9	81.136	13.327	0.0088	15.2	76	3	2	3	80
10	81.298	13.354	0.009	15.2	76	3	2	3	80
11	81.626	13.407	0.0093	15.2	76	3	2	3	80
12	217.9	18	0.0062	25	100	4	2	5	100
13	219.78	18.6	0.006	25	100	4	2	5	100
14	218.34	18.1	0.0061	25	100	4	2	5	100
15	216.78	18.28	0.0059	25	100	4	2	-3	100
16	218.78	18.2	0.006	25	100	4	2	-3	100
17	216.78	17.28	0.0058	25	100	4	2	-3	100
18	218.78	19.2	0.007	25	100	4	2	-3	100
19	143.03	10.715	0.0047	54.25	155	5	3	5	200
20	143.32	10.737	0.0048	54.25	155	5	3	5	200
21	143.6	10.758	0.0049	54.25	155	5	3	5	200
22	259.13	23	0.0026	68.95	197	5	4	-4	300
23	259.65	23.1	0.0026	68.95	197	5	4	-4	300
24	260.18	23.2	0.0026	68.95	197	5	4	-4	300
25	260.58	23.4	0.0026	68.95	197	5	4	-4	300
26	261.18	23.5	0.0027	68.95	197	5	4	-4	300
27	260.08	23.04	0.0026	68.95	197	5	4	-4	300
28	176.06	10.842	0.0015	140	400	8	5	10	500
29	177.06	10.862	0.0015	140	400	8	5	10	500
30	176.06	10.662	0.0014	140	400	8	5	10	500
31	177.96	10.962	0.0016	140	400	8	5	10	500
32	310	7.4921	0.0019	100	450	8	5	10	800
33	311.91	7.5031	0.002	100	450	8	5	10	800
34	312.91	7.5121	0.002	100	450	8	5	10	800
35	314.9	7.5321	0.002	100	450	8	5	10	800
36	313.91	7.6121	0.002	100	450	8	5	10	800

Table 2. Load rate of each bus.

[illegible]

※ : Load rates at other busses are 0

Table 3. Unit commitment (neglecting transmission losses).

Unit No.	Time (h)																								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
19	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
20	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
21	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
28	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
33	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
34	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
35	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
36	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Table 4. Unit commitment (with transmission losses).

[illegible]

法は損失を無視する従来法に比べ、経済的にも優れた発電計画になると期待されるが、時間帯 11 を除いたときの総運転費は 1165747（千円）と、提案手法による発電計画の方が 12832（千円）ほど低コストになっており、経済性に関しても提案手法の有効性が示されている。

次に，図 4，図 5 は，提案手法による双対関数の収束の

図 4 双対関数の収束の様子

Fig. 4. Convergence characteristic of dual function.

図 5 300 反復以降の双対関数の収束の様子

Fig. 5. Convergence characteristic of dual function after 300th iteration.

図 6 双対ギャップの収束の様子

Fig. 6. Convergence characteristic of duality gap.

図 7 各時間の系統負荷に対する予備率

Fig. 7. Operating reserve for system load of each time period.

様子を表しており、既に述べたように 453 回目では表 3 の送電損失を無視した起動停止計画が求められ、その後 13 回の反復計算で、表 4 の送電損失を考慮した起動停止計画が得られている。なお、図 4、図 5 は、横軸にラグランジュ乗数の更新回数、縦軸に双対関数を示しており、図 5 の矢

印が、従来手法から提案手法に移り変わる部分である。この図 4、図 5 からは、送電損失を無視した起動停止計画をできるだけ時間をかけて正確に求めることで、それに要した反復回数よりもはるかに少ない反復回数で比較的容易に送電損失を考慮した起動停止計画解を求められることがわかる。図 6 は、双対ギャップの収束の様子を示している。

最後に図 7 は、提案手法により得られた発電計画における各時間の系統負荷に対する予備率を評価したもので、予備率の変化幅は 0.4%～14%、平均 3.9%となっており、運転予備率 OR の設定値にもよるが、深夜などいくつかの時間帯を除きほぼ満足できる予備力を確保していることがわかる。

5. おわりに

本論文では、送電損失を考慮したラグランジュ緩和法による発電機の起動停止計画の解法について、損失を無視したラグランジュ緩和法の部分問題の求解において、提案アルゴリズムを導入することにより、送電損失を考慮した発電機の起動停止計画を比較的容易に得ることができることを数値例によって示した。提案手法の特徴を以下に要約することができる。

(1) 損失無視の最適ラグランジュ乗数を利用し、DC-OPFを導入することで、送電損失を考慮した起動停止計画を容易に求めることができ、アルゴリズムの単純化および計算効率の向上を得ることができる。

(2) 提案手法で得られる解の質は、送電損失を無視した解の質に依存するが、この起動停止パターンをヒューリスティクスなどにより損失を考慮する計画に修正する場合に比べ、供給信頼性の確保と経済性の向上が期待できる。

今後の課題としては、今回部分問題決定アルゴリズムでは直接考慮しなかった予備力制約を、ラグランジュ緩和法のアルゴリズム内で考慮できる手法の開発や、線路セキュリティや母線電圧制約などを、提案した部分問題決定アルゴリズムへ導入することにより、より実用に即した手法への拡張が考えられる。

(平成 15 年 5 月 2 日受付、平成 15 年 10 月 23 日再受付)

文 献

- (1) G. Zhao and S. Yamashiro: "A Method For Unit Commitment with Transmission losses and flow constraint", *T. IEE Japan*, Vol.122-B, No.3, pp.359-368 (2002-3) (in Japanese)
趙 国梁・山城 迪:「送電損失と線路過負荷を考慮した火力発電機起動停止計画手法」, *電学論 B*, **122**, 3, pp.359-368 (2002-3)
- (2) A.J. Wood and B.F. Wollenberg: *Power Generation Operation and Control*, John Wiley & Sons, Inc. (1996)
- (3) J.A. Muckstadt and S.A. Koenig: "An Application of Lagrangian to Scheduling in Power-Generation Systems", *Operations Research*, Vol.25, No.3, pp.387-403 (1977)
- (4) A. Merlin and P. Sandrin: "A New Method for Unit Commitment at Electricite de France", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, Vol.PAS-102, No.5, pp.1218-1225 (1983)
- (5) J.J. Shaw: "A Direct Method for Security-Constrained Unit Commitment", *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol.10, No.3, pp.1329-1339 (1995)

- (6) H. Ma and S.M. Shahidehpour: "Unit Commitment with Transmission Security and Voltage Constraints", *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol.14, No.2, pp.757-764 (1999)
- (7) R. Tanabe, A. Kurita, Y. Tada, H. Okamoto, and Y. Sekine: "A Practical Algorithm for Unit Commitment Based on Unit Decommitment Ranking", *T. IEE Japan*, Vol.120-B, No.12, pp.1595-1604 (2000-12) (in Japanese)
田辺隆也・栗田 篤・多田泰之・岡本 浩・関根泰次:「系統評価のための停止ランキングに基づく電源起動停止計画手法」, 電学論 B, 120, 12, pp.1595-1604 (2000-12)
- (8) S. Yamashiro: "Optimization of Power Flow by DC Method", *T. IEE Japan*, Vol.97-B, No.11, pp.679-684 (1977-11) (in Japanese)
山城 迪:「直流法による電力潮流最適化」, 電学論 B, 97, 11, pp.31-36 (1977-11)

付 録

λ の修正法

点 p^k, u^k での双対関数の劣勾配を g^k とするとき, 劣勾配法では, 以下のようにラグランジュ乗数を更新する。

$$\lambda^{k+1} = \lambda^k + \delta^k \frac{g^k}{\|g^k\|} \dots\dots\dots (付 1)$$

ただし,

$$\delta^k = \frac{1}{\alpha + \beta k}, \alpha, \beta > 0 \dots\dots\dots (付 2)$$

本論文で扱う λ の修正法は, 劣勾配に対して調整パラメータ α, β をそのまま掛ける方法を採用することとし, 次のよう

に定義する。

$$\frac{g^k}{\|g^k\|} > 0 \text{ のとき } \delta^k = \alpha, \frac{g^k}{\|g^k\|} < 0 \text{ のとき } \delta^k = \beta \dots\dots\dots (付 3)$$

村 田 大 介 (学生員) 1978 年 7 月 18 日生。2001 年 3 月北見工業大学電気電子工学科卒。2003 年 3 月同大学大学院工学研究科電気電子工学専攻博士前期課程修了。主として電力工学, 電力系統工学の研究に従事。同年 4 月東京電力(株)に入社。

山 城 迪 (正員) 1940 年 11 月 22 日生。1963 年 3 月北海道大学工学部電気工学科卒。1967 年 3 月同大学院工学研究科修士課程修了。1971 年 4 月北見工業大学助教授。1978 年 6 月同教授, 現在に至る。1979 年パデュー大学, ロンドン大学客員研究員。工学博士。電力系統工学, 電力工学の研究に従事。電気設備学会, 日本太陽エネルギー学会, 火力原子力発電協会, IEEE 会員。