2質点モデルによる風力発電機の 過渡安定度シミュレーション

学生員 島 義和* 正員 高橋 理音*
 正員 村田 年昭* 正員 田村 淳二*
 正員 戸巻 雄一** 非会員 富永 忍**
 正員 坂原 淳史**

Transient Stability Simulation of Wind Generator Expressed by Two-Mass Model

Yoshikazu Shima*, Student Member, Rion Takahashi*, Member, Toshiaki Murata*, Member,
 Junji Tamura*, Member, Yuichi Tomaki**, Member, Shinobu Tominaga**, Non-member,
 Atsushi Sakahara**, Member

Recently, wind power generation is increasing in the world. In the wind power stations, induction machines are mostly used as generators. Since induction generators have a stability problem similar to the transient stability of synchronous machines, it is important to analyze the transient stability of power systems including wind generators. Although there have been some reports analyzing the transient stability problem, wind turbine and wind generator are, in most cases, modeled as one mass shaft system having total inertia constant. This paper presents simulation analyses of transient stability of power system including induction generator which is expressed by a two-mass shaft model and analyzes an effect of shaft system modeling on the transient stability characteristics. Simulations are performed by PSCAD/EMTDC in this study.

キーワード：風力発電機，多質点モデル，過渡安定度

Keywords: wind generator, multi-mass model, transient stability

1. はじめに

近年，風力・太陽光などの自然エネルギーが注目されている。自然エネルギー源の開発および有効利用の研究は世界各地において推進されており，特に化石エネルギーに乏しい我が国においては，自然エネルギーの有効利用が将来のエネルギー源確保につながることから，風力発電システムの導入は非常に重要な課題と考えられている。現在，国内の電力系統においても風力発電の導入が増加しており，風力発電機出力が系統に与える影響は徐々に無視できないレベルになりつつある。風力発電機としては，低廉，堅牢等の理由により誘導機が最も多く用いられているが，周知

のように誘導発電機には最大出力を与える回転数を境として安定・不安定領域があり，運転条件によっては同期発電機と同様に加速脱調する場合がある。従って，風力発電機を含めた電力系統の安定度に関する検討は重要である。

著者らはこれまで風力発電機を含む電力系統の安定度に関する検討を進めており，文献(1)～(3)等において，系統側での地絡故障等の外乱に伴う誘導発電機の安定度に関する検討結果を報告してきた。しかしながら，以上の検討においてはいずれも単質点風力発電機モデルを使用しており，多質点モデルは考慮していない。一般に，風力発電機においては軸のバネ係数が水力や火力等の通常の同期発電機の場合に比べて小さいので，多質点モデルを考慮しない場合，解析結果に大きな誤差が生じる可能性がある。これに対して，文献(4)では多質点モデルに基づいた安定度解析が示されているが，風車のブレードごとに1質点で表現するなどモデルが複雑すぎ，通常の系統解析には向いていない。文献(5)では振動の観点からは2質点モデルで多くの場合に十分な精度が得られると記されている。同様に，系統の安定度解析の観点からも，駆動トルク発生源である風車と発

* 北見工業大学工学部電気電子工学科
 〒090-8507 北見市公園町 165 番地
 Kitami Institute of Technology

165, Koen-cho, Kitami 090-8507

** 北海道電力(株)工務部
 〒060-8677 札幌市中央区大通東 1
 Hokkaido Electric Power Co. Inc.
 East-1, Ohdori, Chuo-ku, Sapporo 060-8677

電機を軸で結合した 2 質点のモデルが実用上妥当であると考えられる。このような背景の下、文献 (6) , (7) では 2 質点モデルを用いた検討が行われており、中でも文献 (7) では地絡故障に対する解析も行われているが、安定度解析結果に対する 2 質点モデル表現の影響を明らかにするという点では不十分である。本論文では、風力発電機の風車軸系に 2 質点モデルを採用し、種々の条件下における過渡安定度の特性を電力系統解析ソフト PSCAD/EMTDC を用いて解析する。

2. シミュレーションモデル

図 1 に示す同期発電機 SG と誘導発電機 IG から成るモデルシステムを用いて、3 線地絡故障 (3LG) に対するシミュレーションを行った。図中に示す値は全て系統ベースの pu 値である。IG は風力発電機としての特殊かご型誘導発電機を表している。実際の風力発電所では一般に多数台の発電機が並列接続されるが、ここでは出力の似通った何台かの発電機を等価な一台の発電機にまとめ、定格容量 10 [MW] の発電機 5 台から構成されるとした。一般に、風力機端子には力率改善コンデンサを設置して総合力率がほぼ 1 になるように調整される。本研究でも定格運転時 (定格出力 $P = 0.10$ [pu] 発電時に端子電圧 $V = 1.0$ [pu]) に総合力率が 1 になるような値のコンデンサ C (0.0528 pu 一定) を発電機端子に設置した。なお、 C 一定であるので、部分負荷発電時には総合力率が進みになるが、この点に関して北海道内にある 5 箇所の誘導発電機を用いた風力発電所に関して調査を行った。その結果、コンデンサ補償後の定格出力時の総合力率は、96% ~ 100% の範囲であり、かつ 2 重定格発電機で低風速時における定格変更時にコンデンサバンク切り替えを行う例を除いて全てコンデンサは一定であった。従って、本論文における設定は妥当と考えられる。

本研究で用いた各発電機の定数を表 1 に示す。風車と誘導発電機の質点系は各々 H_{WT} , H_G の慣性定数と K_{WT} のバネ定数による 2 質点モデルで表現した。なお、誘導発電機-風車系の場合、現実には風車軸と発電機間にギア (増速器) が入るが、本研究では理想ギアを想定し、慣性定数・バネ定数を各部の回転数を基礎とする pu 値で表し、これを PSCAD/EMTDC に代入して解析を行った。風力発電システムに対する 2 質点モデルの定数値は文献などにはあまり示されていないので、付録に示すようにいくつかの形状の風車に対して慣性定数とバネ定数の概算を行った。これらの結果から、標準的な値として風車の慣性定数を 3.0 [sec], 発電機の慣性定数を 0.2 [sec], バネ定数を 30 [pu] と推定した。一方、文献 (6) , (7) にもこれら定数の値が示されており、それらを表 2 に示す。これより、上記の標準値は一般性を欠く値ではないと考えられる。なお、比較のため慣性定数を $H_G + H_{WT}$ とした単質点モデルによる計算も行った。

また、本論文では風速一定として解析を行った。これは、本研究の目的は系統側故障に対する発電機の過渡安定度解析であり、過渡安定度解析の対象とする時間幅は一般に数

図 1 モデル系統

Fig. 1. Model system.

表 1 発電機定数 (自己容量ベース値)

Table 1. Parameters of generators.

Synchronous Generator SG		Wind Generator IG	
Rated power	100[MVA]	Rated power	10[MW]
r_a [pu]	0.003	The number of poles	4
x_a [pu]	0.13	R_1 [pu]	0.01
X_d [pu]	1.2	X_1 [pu]	0.1
X_q [pu]	0.7	X_{m1} [pu]	3.5
X_d' [pu]	0.3	R_{21} [pu]	0.035
X_d'' [pu]	0.22	R_{22} [pu]	0.014
X_q'' [pu]	0.25	X_{21} [pu]	0.03
T_{d0} [sec]	5	X_{22} [pu]	0.098
T_{d0}'' [sec]	0.04	H_G [sec]	0.2
T_{q0} [sec]	0.05	H_{WT} [sec]	3
H [sec]	2.5	K_{WT} [pu/electrical rad]	30

表 2 慣性定数とバネ定数の例

Table 2. Examples of inertia and spring constants.

Reference No.	H_{WT} [sec]	H_G [sec]	K_{WT} [pu]
(6)	4.5	0.5	21
(7)	5	0.45	50

秒程度であるので、風速を一定と仮定しても一般性を失うことはないと考えたからである。風速変化を考慮した解析、例えば突風に対する安定度解析等は今後の課題と考えている。一方、風車のトルク-速度特性としては文献 (2) に示したものを使用した。なお、本論文の目的は風車軸系表現の安定度に対する影響を明白にすることであるので、風車ピッチ制御系は考慮していない。

シミュレーションの条件は、2 回線送電線の同期発電機至近端において、 $t = 0.1$ [sec] で 3LG 発生、 $t = 0.2$ [sec] で故障線を遮断し故障除去した後、 $t = 1.0$ [sec] で再開路とした。計算の刻み幅は 50 [μ s] である。

3. シミュレーション結果

3線地絡故障に対するシミュレーション結果を表3に示す。表中の○が故障後に安定、×が故障後に不安定、△は臨界的なケースを表している。出力は5台の風力発電機それぞれの初期出力である。表3の*1~*3の点をそれぞれケース1, 2, 3として、3つのケースそれぞれに対して単質点モデルと2質点モデルで計算した結果（風力発電機端子電圧、回転速度、有効・無効電力の応答）を図2~図4に示す。なお、初期出力が同じ発電機の応答は全く同じになる。同図より分かるように、2質点モデルの場合、ケース1では全ての風力機が不安定、ケース3では安定となる。ケース1の不安定の場合には、発電機と風車の回転数が加速し続け（加速脱調）（図2b）、同時に系統側から風力発電機が引き込む無効電力の増加（図2d）に伴って発電機端子電圧が低下（図2a）する（電圧不安定現象）⁽³⁾。発電機の慣性が風車に比べてかなり小さいので、発電機の回転数は振動的発散となっている。次に、ケース2のIG4の場合は（図3のe, f, g, h）安定と不安定の間での臨界的なケースである。端子電圧は低下したままであり、回転速度も持続振動状態となっている。ただし、回転数がケース1の場合のように発散はしていないので、加速脱調とは言えない。この場合IG1~IG3は脱調しており、その影響でウィンドファーム全体の電圧が低下し、IG4はこの低い電圧下で辛うじて加速脱調せずに運転していると解釈できる。ケース3（図4）は安定な場合で、全ての状態量が初期値に復帰し

ている。これら2質点風力発電機モデルによる結果に対して、単質点モデルでは全てのケースで安定となった。以上の結果より、単質点モデルでは安定になっても2質点モデルでは不安定になる場合が少なからずあることが分かった。

上記の結果は表1に示した1組の風車と発電機の慣性定数に対する結果であるが、付録で求めたこれら定数は概算であり、かつ付表1に示すようにばらつきがある。そこで以下ではこれらの定数を変化させて同様な検討を行う。ケース2において、発電機と風車の慣性定数の比とばね定数を変化させた場合のIG1のシミュレーション結果を表4に示し、図5にばね定数を変化させた場合、図6に慣性定数を変化させた場合の発電機端子電圧、発電機と風車の回転速度の応答を示す。表4から発電機の慣性が大きい程安定であり、またばね定数が大きい程安定となることが分かる。これら以外にも多くの組み合わせで計算を行ったが、それらを総合すると発電機と風車の慣性定数の合計値が大きいほど安定度が高く、合計値を一定として発電機と風車の慣

表3 シミュレーション結果 (I)

Table 3. Simulation result (I).

Initial Power of Wind Generator [MW]					Transient Stability of Wind Generator					
IG 1	IG 2	IG 3	IG 4	IG 5	IG 1	IG 2	IG 3	IG 4	IG 5	
10	10	10	10	10	×	×	×	×	×	*1
10	10	10	10	5	×	×	×	×	○	
10	10	10	10	1	×	×	×	×	○	
10	10	10	5	5	×	×	×	△	△	*2
10	10	10	5	1	○	○	○	○	○	
10	10	10	1	1	○	○	○	○	○	
10	10	5	5	5	○	○	○	○	○	*3
10	10	5	5	1	○	○	○	○	○	
10	10	5	1	1	○	○	○	○	○	
10	10	1	1	1	○	○	○	○	○	
10	5	5	5	5	○	○	○	○	○	
10	5	5	5	1	○	○	○	○	○	
10	5	5	1	1	○	○	○	○	○	
10	5	1	1	1	○	○	○	○	○	
5	5	5	5	5	○	○	○	○	○	
5	5	5	5	1	○	○	○	○	○	
5	5	5	1	1	○	○	○	○	○	
5	5	1	1	1	○	○	○	○	○	
5	1	1	1	1	○	○	○	○	○	
1	1	1	1	1	○	○	○	○	○

図2 CASE 1の応答

Fig. 2. Responses of CASE 1.

図 3 CASE 2 の応答

Fig. 3. Responses of CASE 2.

図 4 CASE 3 の応答

Fig. 4. Responses of CASE 3.

表 4 シミュレーション結果 (II)

Table 4. Simulation result (II).

Spring Constant K_{wt} [pu]		Transient Stability of Wind Generator
20		×
30		×
40		×
45		○
Inertia Constant		Transient Stability of Wind Generator
H_{wt} [sec]	H_G [sec]	
3.1	0.1	×
3	0.2	×
2.9	0.3	○
2.8	0.4	○

図 5 ばね定数の変化に対する CASE 2 の応答

Fig. 5. Responses of CASE 2 for change of spring constant.

性定数の比を変化させた場合は、発電機の慣性定数が大きいほど安定度が高いという結果が得られた。ばね定数に関しては、大きい場合ほど過渡安定度が高くなった。

4. 解析結果に関する考察

前章において得られた結論、すなわち単質点モデルでは安定であっても2質点モデルでは不安定になる場合があるという点に関して、何故このようなことが生ずるかという観点から考察する。誘導発電機においては、周知のように

図 6 慣性定数の変化に対する CASE 2 の応答

Fig. 6. Responses of CASE 2 for change of inertia constant.

最大トルクを発生する回転数を境として安定不安定領域があり、動作点が不安定領域に入ると基本的には加速脱調する。これは、原動機からの入力トルクに対する発電機の発生トルク（減速トルク）が回転数の上昇に対して減少する特性になるからである。本論文ではこの加速脱調を念頭に置いて、風力発電機の安定度を過渡安定度と捉えて解析してきた。しかしながら、前章で示した2質点モデルにおける不安定性は、2質点モデル表現した時に不安定現象が発生し、かつ振動的な発散過程になることから、タービン発電機における軸ねじれ不安定現象のようにも見える。ここでは、この点に主眼をおいて考察する。

軸ねじれ振動現象は、一般にタービン軸系を状態微分方程式で表現し、その固有値・固有ベクトルを求めることにより解析できる⁽⁸⁾。従って、もし不安定固有値を有するような条件であれば、基本的に外乱の大小に無関係に不安定となるはずである。そこで、外乱として風速のステップ増加を想定し、5台の風力発電機すべてが定格出力運転している状態で $t = 0.1$ [sec] に風速をステップ状に上昇させた時の応答を計算した。その結果を図7(2質点モデル)と図8(単質点モデル)に示す。2質点モデルでは、風速のステップ上昇が 1.4 [m/s] までは不安定にならず、 1.5 [m/s] で不安定となった。一方、単質点モデルにおいても、 1.5 [m/s] までが安定で 1.6 [m/s] で不安定となった。このように外乱の大きさがある値を超えると不安定になる現象は、不安定固

有値では説明できない。通常の同期発電機においても、原動機入力をステップ増加させた場合、同様にある点を越えると不安定になるが、これは加速脱調である。図 8 の単質点モデルの場合の不安定現象は、誘導機のすべりトルク特性を基礎として容易に説明することができる。すなわち、風速増加に伴う風車トルクの増加に応じて回転数が上昇し、発電機発生トルクおよび出力も増加するが、同時に誘導機が系統から引き込む無効電力が増加するので端子電圧が低下する⁽³⁾。電圧低下に伴い、図 9 のすべりトルク特性に示すように発電機発生トルクのピーク値が減少する。誘導機は同期速度（すべり $s = 0$ ）とこのピーク点对應する速度の間で原動機トルクとの平衡点が見出せなければピーク点を越えて不安定（加速脱調）になる。図 7 の 2 質点モデルの場合も基本的な挙動は図 8 の場合と同様であり、そのメカニズムは以下のように説明できると著者は考えている。この場合には小さな慣性を有する発電機が比較的小さなバ

図 7 風速をステップ増加させたときの 2 質点モデルの応答

Fig. 7. Responses of two-mass model for step increase of wind speed.

ネ係数で大きな慣性を有する風車に連結されており、発電機部分の回転数のみが図 7(c) のように大きく振動できる状況になっている。従って、外乱後の振動の過程で発電機はすべりトルク曲線の不安定領域に入ったり戻ったりを繰り返しながら系全体として不安定に向かうと考えられる。この際、発電機回転数がすべりトルク特性のピーク点を越えた時点でそのまま単純に加速脱調しないのは、全体の平均的な回転数が慣性の大きな風車で決まるからであると考えられる。2 質点モデルで有るが故に発電機回転数の振動が発生し、その過程で発電機が部分的に不安定領域に入ることが単質点モデルに比べて安定度が低下する原因であると考えられる。図 7 と図 8 の (c) 図を比較しても分かるように、2 質点モデルにおける発電機回転数には振動分が重畳しているがその平均的な振る舞いは単質点モデルの場合と全く同様である。

上記考察の 1 つの裏付けとして、発電機と風車の慣性定数を入れ替えて（風車慣性定数 0.2 sec, 発電機慣性定数 3.0 sec, パネ定数 30 pu）ケース 1 のシミュレーションを行った結果を図 10 に示す。これは表 4 の慣性定数比を変えた検討の極端な場合に相当する。上記の考察を基礎とすると、この場合には発電機の慣性が大きく、従って発電機回転数がすべりトルク特性の不安定領域まで入り込まないので、図示のように安定な結果が得られる。この場合の

図 8 風速をステップ増加させたときの 単質点モデルの応答

Fig. 8. Responses of one-mass model for step increase of wind speed.

図9 すべり-トルク曲線

Fig. 9. Slip-torque curve.

図10 CASE 1において風車と発電機の慣性定数を入れ替えたときの応答

Fig. 10. Responses of CASE 1 when generator and wind turbine inertia constants are reversed.

2 質点モデルとしての固有振動数は、バネ定数が同じであるので図 2 の場合と同様である。もし系等側の何らかの周波数と 2 質点系の固有振動数が共振して軸ねじれ振動が生ずるのであれば、この場合も図 2 と同様に不安定になるはずである。従って以上の考察から、前章の解析で得られた 2 質点モデルで現れる不安定現象は、軸ねじれ不安定現象であるとは考えにくく、誘導機本来のすべり-トルク特性を基礎として決まる単質点モデルの場合の加速脱調と同様な不安定現象であると考えることができる。

5. あとがき

本論文では、風力発電機を含む電力系統の過渡安定度に関する検討を行い、その際風力発電機の風車軸系に 2 質点モデルを導入し、2 質点モデルで解析した結果と、風車と発電機をトータルの 1 質点として解析した結果との比較に重点を置いて解析を行った。その結果、単質点風力発電機モデルでは安定となる条件でも 2 質点モデルでは不安定になる場合があることが明らかとなった。更に、2 質点モデル

で現れる不安定性に対する物理的な考察も行った。

現実の風車-発電機系は複雑な多質点系を構成しているが、本論文で用いた 2 質点モデルは最も簡単な表現ではあるものの過渡安定度解析の観点からは実用上有効と考えられる。通常の同期発電機においては、火力・原子力機のタービン軸系ねじれ振動の解析等に多質点モデルが用いられるが、過渡安定度解析に多質点モデルが用いられることはほとんど無い。同様に、風力発電機の過渡安定度解析においても、従来は単質点モデルがほとんどであった。しかしながら、本研究によって単質点モデルによる過渡安定度解析が楽観サイドの解を与える可能性があることが明らかとなったわけであり、この点において意義が大きいと考えられる。今後は、多質点モデルに対する定数の決定法等の検討が重要になると考えている。

最後に本研究は科学研究費補助金（基盤研究 C）の補助を受けたことを付記する。

（平成 16 年 12 月 1 日受付，平成 17 年 3 月 2 日再受付）

文 献

- (1) J. Tamura, M. Ueno, Y. Matsumura, and S. Kimoto: "Transient Stability Simulation of Power System Including Wind Generator (Part2)", *T. IEE Japan*, Vol.121-B, No.12, pp.1623-1632 (2001-12)
田村淳二・上野昌裕・松村喜治・木元伸一:「風力発電機を含む電力系統の過渡安定度シミュレーション(続報)」, 電学論 B, **121**, 12, pp.1623-1632 (2001-12)
- (2) T. Yamazaki, R. Takahashi, T. Murata, J. Tamura, S. Yonaga, Y. Matsumura, and H. Kubo: "A Simulation for Transient Stability of Wind Generators (Analysis of the case including multiple generators)", The Papers of Joint Technical Meeting on Power Engineering and Power Systems Engineering, IEE Japan, PE-02-17, PSE-02-27 (2002)
山崎哲哉・高橋理音・村田年昭・田村淳二・世永 茂・松村喜治・久保 宏:「風力発電機の過渡安定度シミュレーション(複数の発電機を含む場合の解析)」, 電気学会電力技術研資, PE-02-17 (2002)
- (3) J. Tamura, S. Yonaga, Y. Matsumura, and H. Kubo: "A Consideration on the Voltage Stability of Wind Generators", *T. IEE Japan*, Vol.122-B, No.10, pp.1129-1130 (2002-10)
田村淳二・世永 茂・松村喜治・久保 宏:「風力発電機の電圧安定性に関する考察」, 電学論 B, **122**, 10, pp.1129-1130 (2002-10)
- (4) S.A. Papathanassiou and M.P. Papadopoulos: "Mechanical Stresses in Fixed-Speed Wind Turbines Due to Network Disturbances", *IEEE Trans. Energy Conversion*, Vol.16, No.4, pp.361-367 (2001)
- (5) R. Gasch and J. Tvele: *Wind Power Plants — Fundamentals, Design, Construction and Operation —*, p.360, Solarpraxis AG, Germany (2002)
- (6) A.G.G. Rodriguez, M.B. Payan, and C.I. Mitchell: "PSCAD Based Simulation of the Connection of a Wind Generator to the Network", 2001 IEEE Porto Power-Tech. Conference, No.DRS3-307 (2001)
- (7) J.M. Rodriguez, J.L. Fernandez, D. Beato, R. Iturbe, and J. Usaola: "Incidence on Power System Dynamics of High Penetration of Fixed Speed and Doubly Fed Wind Energy Systems: Study of the Spanish Case", *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol.17, No.4, pp.1089-1095 (2002)
- (8) 関根泰次: 電力系統過渡解析論, p.556, オーム社 (1984)
- (9) 高木隆司: 力学 (II), 裳華房 (2001)
- (10) 清水幸丸: 風力発電技術, パワー社 (1999)
- (11) P. Kundur: *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill, inc (1994)

付 録

風車慣性定数等の計算

風車ブレードの形状は非常に複雑であり、厳密な慣性定数を求めることは容易でない。そこで、本研究ではブレードの形状をいくつかの簡単な形で模擬することによって慣

性定数の概算を行った。対象としたのは二等辺三角形，円柱，長方形，ひし形，長方形と二等辺三角形を組み合わせたもの，の5つである。更に風車と発電機間の軸のばね定数の計算も行った。

慣性定数とは角運動量の大きさを支配する定数であり，風力発電機の動作に大きな影響を及ぼす。慣性定数は剛体の形，剛体内部の質量の分布，回転軸の位置を指定すれば決定され，慣性定数の基本式は(付1)式で示される。以下で求めた慣性定数の単位は $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ で表される⁹⁾。

$$I = \sum m_i r_i^2 \dots\dots\dots (\text{付1})$$

m_i : ひとつの微少部分の質量， $r_i = (x_i, y_i, z_i)$: 位置座標

二等辺三角形の慣性定数の導出過程を以下に述べ，続いてそれ以外の形状に対しては結果のみを示す。なお，ブレードの質量，長さ，幅をそれぞれ， M, L, D とする。

(1) 二等辺三角形の板

直角三角形2個に分けて考えて， $M = 2m, D = 2d$ とすると，図より x 軸における慣性定数は

$$y = d \left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

であり，微小部分の質量は

$$dm = \frac{2mydx}{Ld}$$

となるので

$$\begin{aligned} I_x &= \int_0^L x^2 dm \\ &= \frac{2m}{Ld} \int_0^L x^2 y dx \\ &= \frac{2m}{Ld} \int_0^L x^2 d \left(1 - \frac{x}{L}\right) dx \\ &= \frac{2m}{L} \int_0^L \left(x^2 - \frac{x^3}{L}\right) dx \\ &= \frac{2m}{L} \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{x^4}{4L} \right]_0^L \\ &= \frac{1}{6}mL^2 \end{aligned}$$

同様に， y 軸に関する慣性定数は

$$I_y = \frac{1}{6}md^2$$

平面形の定理より，平面板内の直角座標軸 x, y の各軸に関する慣性モーメント I_x, I_y の和は，原点を通り板に垂直な z 軸に関する慣性モーメント I_z に等しいので，

$$I_z = I_x + I_y = \frac{1}{6}m(L^2 + d^2)$$

よって直角三角形二枚の慣性定数を合計すると

$$I = \frac{1}{3}m(L^2 + d^2) = \frac{1}{6}M \left(L^2 + \left(\frac{D}{2} \right)^2 \right) \dots\dots\dots (\text{付2})$$

(2) 円柱

$$I = M \left(\frac{D^2}{16} + \frac{L^2}{3} \right) \dots\dots\dots (\text{付3})$$

(3) 長方形の板

$$I = \frac{1}{3}M \left(L^2 + \frac{1}{4}D^2 \right) \dots\dots\dots (\text{付4})$$

(4) ひし形の板

ひし形を二つの二等辺三角形に分けて考えて，図中左の部分の二等辺三角形(P)と図中右の部分の二等辺三角形(Q)として計算を行い，ひし形状の場合の慣性定数は

$$I = \frac{1}{32}M \left(7L^2 + \frac{4}{3}D^2 \right) \dots\dots\dots (\text{付5})$$

(5) 長方形と二等辺三角形の組み合わせたもの

長方形と二等辺三角形に分けて，図中左の長方形の慣性定数と図中右の二等辺三角形の慣性定数を合計して

$$I = \frac{1}{24}M \left(\frac{17}{4}L^2 + 3D^2 \right) \dots\dots\dots (\text{付6})$$

このようにして求めた慣性定数をブレードの枚数分(本研究では3とした)だけ足し合わせ，さらに回転子軸の慣性定数を加えることで風車の慣性定数を算出する。回転子軸の慣性定数は，文献(10)より(付7)式のように表される。

$$I = \frac{GR^2}{4} \dots\dots\dots (\text{付7})$$

G : 回転子軸の質量 [kg]， R : 回転子軸の直径 [m]

導出した値を PSCAD/EMTDC で用いる場合は以下の式を用いて単位を秒に変換する必要がある。

$$H [\text{sec}] = J [\text{kg} \cdot \text{m}^2] \frac{1}{2} \frac{\omega_m^2}{VA_{\text{base}}} \\ = J \frac{1}{2} \frac{[2\pi(r/\text{min})/60]^2}{VA_{\text{base}}} \dots\dots\dots (\text{付 } 8)$$

ω_m : 質点の角速度 [rad/s]

バネ定数を求める式は文献 (11) より次式で表される。

$$K = \frac{\mu F}{T} [\text{Nm/mechanical rad}] \dots\dots\dots (\text{付 } 9)$$

μ : 軸物質の剛性率 (鉄 : 8.4×10^{10}), T : 軸の長さ [m]

F は幾何学的特長を定義する形状要因で, 円状の場合以下のように表される。

$$F = \frac{\pi q^4}{32} \dots\dots\dots (\text{付 } 10)$$

q : 軸直径 [m]

ばね定数もまた, 導出した値を PSCAD/EMTDC で用いる場合は以下の式を用いて単位を pu に変換する必要がある。電気角と機械角当たりのバネ定数の pu 値を算出する式はそれぞれ (付 11) 式と (付 12) 式で表される。

$$K(\text{pu/electrical rad}) = \frac{K(\text{Nm/mechanical rad})}{\left(\frac{P_f}{2}\right) T_{\text{base}}} \\ = \frac{K(\text{Nm/mechanical rad})}{\left(\frac{P_f}{2}\right) \left(\frac{VA_{\text{base}}}{\omega_{0G}/\text{GearRatio}}\right)} \\ = \frac{K(\text{Nm/mechanical rad})}{\left(\frac{P_f}{2}\right) \left(\frac{VA_{\text{base}}}{\omega_{0m}}\right)} \dots\dots\dots (\text{付 } 11)$$

T_{base} : ベーストルク (風車) [Nm], P_f : 発電機極数

ω_{0G} : 同期角速度 (発電機) [rad/s], GearRatio : ギア比

ω_{0m} : 定格角速度 (風車) [rad/s] (風車側 1)

$$K(\text{pu/mechanical rad}) = \frac{K(\text{Nm/mechanical rad})}{T_{\text{base}}} \\ = \frac{K(\text{Nm/mechanical rad})}{\left(\frac{VA_{\text{base}}}{\omega_{0G}/\text{GearRatio}}\right)} \\ = \frac{K(\text{Nm/mechanical rad})}{\left(\frac{VA_{\text{base}}}{\omega_{0m}}\right)} \dots\dots\dots (\text{付 } 12)$$

実際に運転されている数種類の風車の寸法に対して以上で求めた式を適用して計算した結果を付表 1 に示す。カタログ等から必要な寸法の値等を取ったが, 不明な定数については他の風車を参考に推定値を取った。A~F のブレードに関して, それぞれ M, L, D を共通として各形状に対して計算した。現実の風車ブレードはいずれの形状とも厳密には一致しないが, 表から分かるように形状が異なっても慣性定数の値は最大でも 2 倍程度とそれほど大きな差はないので, 現実の風車の慣性定数もこれらの値の近辺にあると推定することは妥当であると考えられる。よって, 付表 1 の結果から, 本研究では標準的な値として風車の慣性定数を 3.0 [sec], 発電機の慣性定数を 0.2 [sec], バネ定数を 30 [pu/electrical rad] と推定した。ただし, PSCAD の入力規則ではバネ定数の単位が [pu/mechanical rad] である必要があり, バネ定数は 60 [pu/mechanical rad] を入力する。

付表 1 慣性定数とバネ定数の値

app. Table 1. Values of inertia constant & spring constant.

		A	B	C	D	E
	Rated Power [kW]	1000	1000	1500	2000	2300
	Rated Speed [r/m]	21	22	15.9	17	17
	Generator Weight [kg]	5164	5164	7000	8685	9645
	Generator Rotor Weight [kg]	1538	2084	2084	2586	2872
	Generator Rotor Diameter [m]	0.2	0.2	0.221	0.237	0.246
	Blade Weight M [kg]	4100	4100	5400	5600	5800
	Blade Length L [m]	27	26	34	37	40
	Blade Width D [m]	2.1	2.1	2.6	3.1	3.3
	Shaft Length [m]	3.5	3.5	3.8	4	4.2
	Shaft Diameter [m]	0.35	0.35	0.38	0.4	0.42
H_{wt}	Isosceles Triangle [sec]	3.6207	3.6855	2.8894	3.0432	3.203
	Cylinder [sec]	7.2371	7.3661	5.7758	6.0829	6.4025
	Rectangle [sec]	7.2399	7.3691	5.7779	6.0856	6.4052
	Lozenge [sec]	4.75	4.8347	3.7907	3.9922	4.202
	Rectangle + Isosceles Triangle [sec]	3.8575	3.9273	3.0781	3.2436	3.4136
H_G	Generator Inertia Constant [sec]	0.189	0.209	0.209	0.225	0.233
K_{wt}	Spring Constant [pu/electrical rad]	38.878	40.730	25.116	23.490	23.646

島 義 和 (学生員) 1981 年 1 月 5 日生。2003 年 3 月北見工業大学工学部電気電子工学科卒業。同年 4 月同大学大学院工学研究科博士前期課程電気電子工学専攻, 現在に至る。風力発電機の過渡安定度解析に関する研究に従事。

戸 巻 雄 一 (正員) 1963 年 1 月 18 日生。1987 年 3 月東京大学工学部電気工学科卒業。同年 4 月北海道電力(株)入社。主として電力系統の計画業務に従事。現在, 同社工務部電力システムグループに勤務。

高 橋 理 音 (正員) 1976 年 1 月 4 日生。1998 年 3 月北見工業大学電気電子工学科卒業。同年 4 月北見工業大学電気電子工学科教務職員となり, 現在に至る。主として電力系統および可変速発電機に関する研究に従事。

富 永 忍 (非会員) 1965 年 5 月 17 日生。1989 年 3 月東北大学工学部電気工学科卒業。同年 4 月北海道電力(株)入社。主として電力系統の計画業務に従事。現在, 同社工務部電力システムグループに勤務。

村 田 年 昭 (正員) 1943 年 4 月 27 日生。1966 年 3 月北海道大学工業教員育成所電気工学科卒業。同年合同容器(株)入社。現在, 北見工業大学助教授。主として, 最適制御理論を応用したベクトル制御系の制御系構成法の研究に従事。工学博士。

坂 原 淳 史 (正員) 1969 年 9 月 25 日生。1994 年 3 月早稲田大学大学院理工学研究科電気工学専攻修士課程終了。同年 4 月北海道電力(株)入社。主として電力系統の計画業務に従事。現在, 同社工務部電力システムグループに勤務。

田 村 淳 二 (正員) 1957 年 1 月 17 日生。1984 年 3 月北海道大学大学院博士課程修了。現在北見工業大学電気電子工学科教授。1991 年 9 月より 10 カ月間米国テキサス大学客員研究員。同期機および電力系統の解析に関する研究に従事。工学博士。電気設備学会, 日本風力エネルギー協会会員。IEEE Senior Member。