Development of an Eigenvalue Estimation Method (Mode Coupling Method) for Small Signal Stability Analysis of Power System

Naoyuki Uchida Member (Tokyo University of Science)

Keywords: power system, steady state stability, eigen value, modal analysis, mode coupling method

The estimation method of the eigenvalue with the mode coupling is described in this thesis. This eigenvalue estimation method that the author had developed was named Mode Coupling Method. In small signal stability analysis in the electric power system, the eigenvalue analysis is frequently used. The Mode Coupling Method is a method of estimating the change of the eigenvalue with high degree of accuracy, when the parameter changes.

The author has done various researches on the stability analysis in the power systems so far. The author had developed the small signal stability analysis technique (S method) in the large-scale electric power system, the control system optimization technique for the system stabilization, and the monitoring and the preventive control method of small signal stability. The method of estimating the changes of the eigenvalues due to the parameter changes is important in these studies.

The eigenvalue sensitivity analysis method has been used to estimate the change of the eigenvalue. The eigenvalue sensitivity analysis is a linear estimation of the change of the eigenvalue. However, the eigenvalue shows a nonlinear change frequently. Therefore, the calculation efficiency and the calculation speed were insufficient.

In the Mode Coupling Method, first of all, it searches for the important mode that pays attention and the modes with a strong interaction, strongly related modes.

Next, these two or more modes are coupled and a new eigenvalue of the coupled matrix is calculated those are good estimation of new eigenvalues. The size of the coupled matrix is very small. We can consider mutual interaction between important modes. As a result, it is a powerful method in which nonlinear estimation of the eigenvalue is possible.

The calculation accuracy of the mode coupling method was verified by using IEEJ standard model EAST30. In this power system model, there are 240 eigenvalues.

Figure 1 shows the result of eigenvalues estimation by the MC method, where n is the total dimension of coupling modes. Fig. 2 shows error of eigenvalues estimated by the MC method. The results show that the MC method will be a powerful tool for fast and accurate eigenvalues estimation.

In general, the QR method is used for the calculation of the eigenvalues. The computing time of the eigenvalue analysis by the QR method is proportional to the third power of the matrix size. The matrix size used for eigenvalue estimation by the mode coupling method is about 1/8 of the original matrix. Therefore, the computing time of the eigenvalue estimation becomes less than 1% of the former computing time.

(a) Real part of estimated eigenvalues

(b) Imaginary part of estimated eigenvalues

Fig. 1. Estimated eigenvalues by MC method

Fig. 2. Error of eigenvalues estimated by MC method

電力系統の定態安定度解析の為の 固有値推定法(モード結合法)の開発

正 員 内田 直之*

Development of an Eigenvalue Estimation Method (Mode Coupling Method) for Small Signal Stability Analysis of Power System

Naoyuki Uchida*, Member

In this paper Eigenvalue estimation method for small signal stability analysis of the electric power systems is proposed. The developed method is named Mode Coupling Method which is the method for estimating the non-linear change of the eigenvalue for the change of parameter, efficiently. The eigenvalue sensitivity analysis method, which has been used to estimate the change of the eigenvalue, is a linear estimation of the change of the eigenvalue. However, the eigenvalue shows a strong nonlinear change frequently. Therefore, the calculating efficiency and the calculating speed were insufficient by the conventional method. In the Mode Coupling Method, at first, it selects the important and most related modes with the major mode for that we pay attention. Next, these two or more selected modes are coupled and a new eigenvalues of the coupled matrix are calculated, those are good estimation of new eigenvalues. The size of the coupled matrix is very small. We can consider mutual interaction between important modes. As a result, it is a powerful method in which nonlinear estimation of the eigenvalue is possible. When QR method is used, the calculation time which is required for eigenvalue analysis, is proportional to the third power of the size of the matrix. The size of the matrix which is used for Mode Coupling Method, is approximately 1/6 of the origin. Therefore, the computing time for eigenvalues estimation becomes less than 1% of computing time of the origin. Concerning the computing accuracy of the proposed method, verification was done with IEEJ standard power system model EAST30.

キーワード：電力系統，定態安定度，固有値，モード解析，モード結合法

Keywords: power system, steady state stability, eigen value, modal analysis, mode coupling method

1. はじめに

電力供給コストの低減を進めるためには、送変電線設備を最大限に利用することが必要であるが、電力系統の安定限界をより正確に把握しておくことが極めて重要となっている。

本論文は、電力系統の定態安定度解析において必要となる固有値の高精度な推定法を提案している。この手法をモード結合法 (Mode coupling method: 以下 MC 法と呼ぶ) と名づけた。一般に系統の各種パラメータが変化すると定態安定度解析で用いる係数行列が変化し、さらに係数行列の変化に対して固有値が変化する。係数行列の変化も固有値の変化も非線形な変化となるが、係数行列の変化に伴う固有値の変化は極めて強い非線形性を示すことがある。今回

提案する MC 法によってこの非線形な特性を持つ固有値の変化を精度良く推定することが可能となった。

著者は、これまで、大規模電力系統の定態安定度解析手法 (S 法) の開発⁽¹⁾⁽²⁾、系統安定化のための制御系設計手法の開発⁽³⁾、定態安定度の監視・予防制御方式の開発⁽⁴⁾などを進めてきた。これらの中で、係数行列の変化に対する固有値の変化を推定する方法として、固有値感度解析法が大きな役割を果たしてきた。しかしながら、固有値感度解析法は線形推定であるのに対し、固有値の変化が係数行列の変化に対し強い非線形性を示すことがある⁽⁵⁾。そのため、パラメータの変化に対しその都度、固有値を再計算する必要があり、従来の方法で制御系の最適化計算などを行うには多大な量の計算が必要であった。MC 法は、着目するモードと、このモードと強い相互作用を持つ複数のモードを選択しこれらを連結して固有値を求める方法である。これにより固有値の非線形な変化の高精度な推定が可能となった。

固有値の計算に QR 法を用いる場合は、固有値解析の主要計算部分に要する計算時間が、行列のサイズのほぼ 3 乗

* 東京理科大学工学部電気工学科
〒102-0073 東京都千代田区九段北 1-14-6
Faculty of Engineering, Tokyo University of Science
1-14-6, Kudankita, Ciyoda-ku, Tokyo 102-0073

に比例する。MC 法に用いる行列のサイズは、元の行列のおよそ 1/8 程度で十分であり、したがって、固有値推定に要する時間は元の行列の計算時間の 1% 以下となる。

MC 法の計算精度については、電気学会標準モデル EAST30[®] を例題系統として検証を行った。また、連結すべきモードの選定法やその場合の固有値誤差の推定法についても検討を行いその有効性を検証することができた。

2. 定態安定度解析

〈2・1〉 定態安定度とモード解析 電力系統の基本方程式は一般に次の非線形微分方程式で表すことができる。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha) \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $\mathbf{x}$ は状態変数ベクトル、 α は任意のパラメータである。

定態安定度解析は (1) 式の平衡点 $\mathbf{x}_0$ ($\mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha) = 0$ となる点 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$) のまわりで微小変化に対する系統の安定性を論じるものである。すなわち、次式

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}$$

で微小変化量 $\Delta\mathbf{x}$ に変数の変換を行い、(1) 式を次の (2) 式

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} \dots\dots\dots (2)$$

で線形近似し、この線形微分方程式の安定性を問題とする。ここで行列 $\mathbf{A}$ は次式で表される $n \times n$ の行列である。

$$\mathbf{A} = \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0}$$

本論文ではいずれも状態変数の微小変動量に対する線形微分方程式を基本方程式とするので、煩雑さを避けるため $\Delta\mathbf{x}$ をあらためて $\mathbf{x}$ と書き直し、次式を基本方程式とする。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $\mathbf{A}$ の右固有ベクトルを並べた行列 $\mathbf{P}$ (以下モード行列と呼ぶ) を用いて

$$\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{y} \dots\dots\dots (4)$$

とし、(3) 式を変形すると

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{P}\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{y} \\ \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{y} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

となる。ここで $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$ は行列 $\mathbf{A}$ の固有値 ($\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$) が対角線上に並ぶ対角行列 $\mathbf{\Lambda}$ となる。

$$\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P} = \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

また行列 $\mathbf{P}^{-1}$ の横ベクトルは行列 $\mathbf{A}$ の左固有ベクトルである。

固有値 λ_i が実数の場合はこの一組の固有値 λ_i と固有ベクトル $\mathbf{p}_i$ のセットをモード i と呼ぶ。また、固有値 λ_i が複素数の場合はこの固有値 λ_i と固有ベクトル $\mathbf{p}_i$ およびこれらと夫々共役な固有値 λ_{i+1} と固有ベクトル $\mathbf{p}_{i+1}$ のセットをモード $(i, i+1)$ と呼ぶこととする。ただし、特に混乱を生じない場合には後者の複素数のモード $(i, i+1)$ も単にモード i と呼ぶことにする。

同様に、以下の記述では煩雑さを避け分かりやすさを優先するため 2 つのモードを関連づけて説明するとき、まず両モードとも実数のモードの場合についてのみ記述を行うことにする。どちらかあるいは両者が複素数の場合にも容易に拡張できるため、その場合の記述は省略する。

〈2・2〉 従来の固有値推定法 (感度解析法) (1) 式において、パラメータ $\alpha = \alpha_0$ が $d\alpha$ だけ無限小の変化をしたときの固有値 λ_i の変化率すなわち固有値感度は次式で求めることができる。

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha} = \mathbf{q}_i \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \alpha} \right)_{\alpha=\alpha_0} \mathbf{p}_i \dots\dots\dots (7)$$

ここで $\mathbf{q}_i$ は左固有ベクトルであり、その大きさは

$$\mathbf{q}_i \cdot \mathbf{p}_i = 1$$

となるよう規格化しておくこととする。

この固有値感度を利用すれば、 $\alpha = \alpha_0$ が $\tilde{\alpha} = \alpha_0 + \Delta\alpha$ に変化したことによって、 $\mathbf{A}$ が

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \Delta\mathbf{A} \dots\dots\dots (8)$$

に変化したとき、次式によって固有値の変化 $\Delta\lambda_i$ を推定することが出来る。

$$\Delta\lambda_i = \mathbf{q}_i (\Delta\mathbf{A}) \mathbf{p}_i \dots\dots\dots (9)$$

(8) 式による推定は $\Delta\lambda_i$ と $\Delta\mathbf{A}$ の間に線形の関係が成り立っていることを前提としているので、線形推定法と呼ぶこともできる。

3. モードカップリング法 (MC 法) による固有値の非線形推定

〈3・1〉 モードカップリング (MC) 法 行列 $\mathbf{A}$ が (8) 式のように変化したとき行列 $\tilde{\mathbf{A}}$ に $\mathbf{A}$ の固有ベクトルからなるモード行列 $\mathbf{P}$ による相似変換を行うと次式となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{-1}\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{P} &= \mathbf{P}^{-1}(\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A})\mathbf{P} \\ &= \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}^{-1}\Delta\mathbf{A}\mathbf{P} \\ &= \mathbf{\Lambda} + \Delta\mathbf{\Lambda} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここで

$$\Delta\mathbf{\Lambda} = \mathbf{P}^{-1}\Delta\mathbf{A}\mathbf{P}$$

とおいた。

$(\mathbf{\Lambda} + \Delta\mathbf{\Lambda})$ は相似変換で得られる行列である。従って、その固有値は元の行列 $\tilde{\mathbf{A}}$ の固有値と厳密に一致する。

ここで、行列 $(\Lambda + \Delta\Lambda)$ の近似を考える。行列 $\Delta\Lambda$ のすべての要素は一般に非零であり、非対角要素はモード間の相互作用を表すが、〈2・2〉節で示した従来の線形推定法は $\Delta\Lambda$ の要素 $\Delta\lambda_{ij}$ のうち非対角要素を全て 0 として近似したものである。すなわち、モード間の相互作用を全く無視した場合と同等であることが分かる。

そこで、もう少し良い近似を考える。例えば、以下の例のように着目するモードをモード (2, 3) とし、このモードと強い相互作用を示すモードをモード (6, 7) とすれば、これら 2 個のモードに対応する非対角要素 $\Delta\lambda_{ij}$ を残しそれ以外の非対角要素を 0 とすれば、従来の線形推定法と比べて、従来法より高い精度で固有値の推定ができると予想できる。

$$\begin{bmatrix} \Delta\lambda_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Delta\lambda_{22} & \Delta\lambda_{23} & 0 & 0 & \Delta\lambda_{26} & \Delta\lambda_{27} & \cdots & 0 \\ 0 & \Delta\lambda_{32} & \Delta\lambda_{33} & 0 & 0 & \Delta\lambda_{36} & \Delta\lambda_{37} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta\lambda_{44} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta\lambda_{55} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Delta\lambda_{62} & \Delta\lambda_{63} & 0 & 0 & \Delta\lambda_{66} & \Delta\lambda_{67} & \cdots & 0 \\ 0 & \Delta\lambda_{72} & \Delta\lambda_{73} & 0 & 0 & \Delta\lambda_{76} & \Delta\lambda_{77} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \Delta\lambda_{mm} \end{bmatrix}$$

..... (11)

非零の非対角要素が左上に集まるようにこの行列の行と列を並べ替えると、この例では以下の行列となる。

$$\begin{bmatrix} \Delta\lambda_{22} & \Delta\lambda_{23} & \Delta\lambda_{26} & \Delta\lambda_{27} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \Delta\lambda_{32} & \Delta\lambda_{33} & \Delta\lambda_{36} & \Delta\lambda_{37} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \Delta\lambda_{62} & \Delta\lambda_{63} & \Delta\lambda_{66} & \Delta\lambda_{67} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \Delta\lambda_{72} & \Delta\lambda_{73} & \Delta\lambda_{76} & \Delta\lambda_{77} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta\lambda_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta\lambda_{44} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta\lambda_{55} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \Delta\lambda_{mm} \end{bmatrix}$$

..... (12)

この場合には着目するモードの新しい固有値の推定値を得るためには、 4×4 の行列の固有値を求めれば良いことになる。

一般的に記述すれば以下のとおりである。正確に求めたいモード、これを着目モードと呼ぶことにするが、これをモード i とする。着目モードが複数個あっても容易に拡張することができるので、ここでは、説明を複雑にしないため着目モードを 1 個としておく。この着目モード i に強い相互作用を持つ、すなわち強い影響を与えるモードを選択し連結する。これらの強い影響を与えるモードを強相関モードと呼ぶこととする。この強相関モードが $j_1, j_2, \dots, j_m$ の m 個あるとする。着目モードと m 個の強相関モードに対応する非対角要素 $\Delta\lambda_{ij}$ だけを残しそれ以外の非対角要素を 0

として近似すれば固有値のより良い推定値をわずかな計算量で求められることが期待できる。このことは後に示す数値例で明らかにされた。この固有値推定法をモード結合法 (Mode Coupling Method) と呼ぶことにする。本稿では以下 MC 法と記す。

〈3・2〉 強相関モードの選択法 上記の強相関モードの選択法は検討課題の一つである。ここではモード ij 間の影響度 d_{ij} ($j = 1, \dots, n, j \neq i$) を求め、 d_{ij} のうち大きい方から m 個のモード $j_1, j_2, \dots, j_m$ を選ぶことにする。モード間の影響度の算定法としては以下の 2 つの方法を示す。この両者の比較については後述の数値計算例で示す。

(1) 算定法 1 (2 モードの連結を用いる方法) いま着目モードを i とする。モード i と j の両モードを結合して固有値を求める。すなわち次の行列の固有値を求める。

$$\mathbf{M}_{ij} = \begin{bmatrix} \lambda_i + \Delta\lambda_{ii} & \Delta\lambda_{ij} \\ \Delta\lambda_{ji} & \lambda_j + \Delta\lambda_{jj} \end{bmatrix} \cdots \cdots \cdots (13)$$

$\mathbf{M}_{ij}$ の固有値のうち $(\lambda_i + \Delta\lambda_{ii})$ に対応する固有値を μ_{ij} とする。モード i と j を結合したことにより生じる推定固有値の差の絶対値

$$d_{ij}^{(1)} = |(\lambda_i + \Delta\lambda_{ii}) - \mu_{ij}| \cdots \cdots \cdots (14)$$

をモード ij 間のモード間影響度として用いる。

なお煩雑さを避けるため両モードとも実数の固有値の場合について説明を行ったが複素数の場合にも共役となる要素を考慮して容易に拡張できるので省略する。その場合には組み合わせによって行列 $\mathbf{M}_{ij}$ が 3×3 あるいは 4×4 の行列となる。

(2) 算定法 2 (非対角要素の積を用いる方法) 着目モードをモード i とし、モード i とモード j を結びつける非対角要素である $\Delta\lambda_{ij}$ と $\Delta\lambda_{ji}$ の積の絶対値

$$d_{ij}^{(2)} = |\Delta\lambda_{ij} \times \Delta\lambda_{ji}| \cdots \cdots \cdots (15)$$

をモード ij 間の影響度として用いる。

〈3・3〉 推定固有値の誤差の推定値 $(A + \Delta A)$ の真の固有値が不明な状態で提案法による推定固有値について発生する誤差の概略値をあらかじめ知ることができれば、連結すべきモードを何個選べば十分であるかの判断を事前に行うことができる。

ここでは、算定法 1 (2 モードを連結する方法) による誤差の推定法を提案する。算定法 1 で得られる $d_{ij}^{(1)} = |(\lambda_i + \Delta\lambda_{ii}) - \mu_{ij}|$ の値はモード j を連結しなかったときに発生する誤差の大きさを概略示したものと考えることができる。全体で L 個のモードがあり、着目モードを除く $L-1$ 個のモードのうち $d_{ij}^{(1)}$ の大きい方から m 個のモード $j_1, j_2, \dots, j_m$ を選ぶとする。このとき発生する誤差は、 $L-m-1$ 個の連結されなかったモードによる誤差と考えることができるので次式の $E_s(m)$ を誤差の概略推定値とすることができる。

$$E_s(m) = \sum_{j=m+1}^{L-1} d_{ij}^{(1)} \cdots \cdots \cdots (16)$$

4. 数値計算例

〈4・1〉 モデル系統と解析条件 電気学会 EAST30 (peak) 標準モデル系統⁶⁾を用いて、潮流の変化に伴う固有値の変化を本推定法により推定しその精度について検討を行った。潮流はノード番号 2001 に接続されている発電機 1 番 (G1) の出力 PG1 をベースケースの 3.8 p.u. から最大 4.8 p.u. まで 0.2 p.u. ずつ増加し、各ケースについて提案法による推定固有値を求め真の固有値との比較を行った。シング発電機は発電機 25 番 (ノード番号 3010) とし、ここで変化分を吸収させた。発電機モデルは界磁巻線及び d, q 軸に制動巻線を各 1 個とした 3 次の Park 式にロータの運動方程式を含めて 5 次の微分方程式とし、AVR は直流励磁機方式の 3 次の標準定数モデル (Lat = 1) とした。ガバナタービンモデルは省略し機械入力是一定とした。従って 1 機あたり 8 次の微分方程式となり全系では 240 次の微分方程式となる。

なお、PG1 = 4.8 p.u. では系統の定態安定度が不安定となった。表 1 に、各ケースでのこの系統の固有値を示した。これは系統の最も周期が長く不安定となりやすい振動モードの固有値であり、主動揺モードと呼ぶべきモードであるが、この主動揺モードを本解析における着目モードとした。

提案法による固有値の推定はベースケースで求めた固有ベクトルを用いて行った。また潮流計算および A 行列の計算については線形近似などにより簡略計算することはせず、すべてのケースで厳密計算を行った。

図 1 に算定法 1 (2 モードを連結する方法) を用いて計算した着目モード i に対するモード j のモード間影響度の大きさ $d_{ij}^{(1)}$ を示す。図の横軸はモード番号でありモード間影響度の大きい順番に並べ直してある。また、3 本の曲線は PG1 = 4.0, 4.4, 4.8 [p.u.] の各ケースに対応している。

〈4・2〉 解析結果

(1) 推定固有値の精度 図 2 に MC 法による着目モードの推定固有値を示す。横軸 PG1 は G1 の有効電力出力であり、パラメータの n は推定に用いたモードの総次数である。すなわち着目モードと強関連モードで、複素数モードの次数を 2、実数のモードの次数を 1 としたときの次数

の総和である。n = 2 のときは着目モードのみを用いて推定した場合、すなわち従来の固有値感度による線形推定法を用いた場合である。また、n = 240 のときは固有値の厳密解と完全に一致する。PG1 = 4.0 p.u. では線形推定法でもそれほど大きな誤差は生じないが、PG1 = 4.6 p.u. 以上では非線形性が強く線形推定では大きな誤差となる。MC 法では n = 6 でも大幅な改善がなされており、n = 30 (元の次数の 1/8) で実用上支障が無い程度に精度が改善されている。

図 3 に推定固有値の誤差を示す。横軸は推定に用いたモードの総次数 n である。PG1 が大きいほど誤差は大きくなるが、PG1 = 4.8 の場合でも n = 30 程度とすれば誤差が 1% 程度になることが分かる。

〈4・3〉 強関連モードの選択法の比較 〈3・2〉節に示し

図 1 モード間影響度

Fig. 1. Inter-mode correlation.

(a) Real part of estimated eigenvalues

(b) Imaginary part of estimated eigenvalues

図 2 MC 法による推定固有値

Fig. 2. Estimated eigenvalues by MC method.

表 1 電気学会 East30 標準系統モデルにおける主動揺モードの固有値

Table 1. Major Eigenvalue of the major mode of IEEJ East 30 power system model.

PG1 [p.u.].	Real(λ) [1/s]	Imag(λ) [1/s]
3.80(ベース)	-0.18175	1.16627
4.00	-0.16110	1.20336
4.20	-0.13583	1.25424
4.40	-0.10054	1.32856
4.60	-0.03158	1.44702
4.80	0.17272	1.57589

図3 MC法による推定固有値の誤差

Fig. 3. Error of eigenvalues estimated by MC method.

図4 強相関モードの選択法の比較

Fig. 4. Comparison of selection of coupling modes.

図5 固有値の実際の誤差と推定誤差

Fig. 5. True error and estimated error of eigenvalues.

た強相関モードを選択する際に用いる影響度を算定する2つの方法(算定法1と算定法2)について得られる推定固有値の誤差の比較を行った結果を図4に示す。両手法による誤差の違いは僅かではあるが、算定法1がいくらか勝っている。

また、算定法1の場合には誤差の推定値を容易に推定できるメリットがある。図5に推定固有値の誤差について(16)式による概略推定値と実際に発生した誤差の相関を示した。両者には十分な相関があり(16)式による誤差の推定法が有効かつ有効であることが分かる。

〈4・4〉計算時間について ここではMC法を用いた場合の計算時間について考察を行う。固有値計算にQR法

表2 固有値計算に要するCPU時間

Table 2. CPU time for computing eigenvalues.

Matrix size n	16	80	240
CPU time [ms]	0.46	15.15	303.9
Time ratio [%]	0.2	5.0	100.0

を用いると、最も計算時間を必要とする演算部分は行列のサイズnの3乗に比例すると言われている。実際にはnに比例する計算やnの2乗に比例する部分などがあるためもう少し計算時間の短縮効果は小さくなる。表2に計測した値を示したが、この例ではCPU時間は2.4乗から2.7乗に比例する程度であることが分かる。

今回のモデルシステムであればPG1 = 4.8 p.u. の場合が最も推定誤差が大きいが、この場合にもn = 30程度で固有値の推定を行えば数msで1%以内の誤差で固有値の計算が可能である。

なお、今回プログラム言語としてはThe MathWorks社のMatlabを用いた。CPUはPentium4の3.0Ghzである。

5. おわりに

本稿では固有値の効率的な推定法であるモードカップリング法(MC法)を提案し、モデルシステムによりその計算精度の検証を行った結果を示した。また、結合すべきモードの選択方法についても提案を行った。計算結果はいずれも満足できる精度と効率の高さを示したものであった。今後は、安定度の監視・予防制御、制御系の設計などへの提案手法の多様な応用が考えられる。

最後に、本手法の検証などを手伝ってくれた本学修士2年鮫島泰希君に感謝の意を表す。

(平成20年6月10日受付, 平成20年7月17日再受付)

文 献

- (1) 内田直之:「新しい固有値解法による電力システムの動的定常安定度解析」, 電学論 B, Vol.100, No.7, pp.17-24 (1980-7)
- (2) N. Uchida and T. Nagao: "A New Eigen-Analysis Method of Steady-State Stability Studies for Large Power Systems: S Matrix Method", IEEE Trans. PAS, Vol.PWR-3, No.2, pp.706-714 (1988)
- (3) 吉村健司・内田直之:「多機系統ロバスト安定化のためのP+ω形PSS定数最適設計手法」, 電学論 B, Vol.118-B, No.11, pp.1312-1320 (1998-11)
- (4) 内田直之・高崎昌洋・吉村健司:「電力システムの安定運用のための予防制御論理(その2)―固有値感度による予防制御の基本論理―」, 電中研研究報告, T86039 (1986)
- (5) 柿本義一・内田直之:「定常安定限界近傍における動揺現象」, 電中研研究報告, 185010 (1985)
- (6) 「電力システムの標準モデル」, 電気学会技術報告, No.898 (1999)

内 田 直 之 (正員) 1978年3月東京大学大学院博士課程修了(電気工学専攻)。同年4月(財)電力中央研究所へ入所。2000~2003年東北大学客員教授。2002年4月より東京理科大学工学部電気工学科教授(現職)。主として、電力システムの解析・計画・運用・制御に関する研究に従事。工学博士。1988年電気学会論文賞受賞。IEEEシニア会員。