UDC 621.791.762:536.2:519.673

論 文

55-B7

バット溶接部における熱伝導系の アナログシミュレーション

正 員 安 陪

正 員 浮 田

稔 (京 大)

勇 (京 大)

1. ま え が き

溶接法の一つである抵抗溶接（バット溶接あるいは点溶接など）は古くから実用されており、現在も各種棒材の溶接や自動車などの車体材料の溶接に応用されている。しかし、その溶接結果には現在もなおかなりのばらつきがあり、特に軽金属の抵抗溶接においてその傾向が著しい。従って、車体などの点溶接を行なう場合には、必要以上に多くの点に溶接を施し、個々の溶接結果にはばらつきがあっても、全体として要求される強度をもたせるようにするのが通例である。

抵抗溶接結果を左右する主な因子は、溶接進行中における溶接部の過渡的な温度変化および温度分布変化であると考えられている。しかし、抵抗溶接部の熱伝導系においては、通電初期に瞬間的に急激な発熱が起こり、溶接部の過渡的な温度変化も極めて急激であるので、この温度変化ならびに温度分布変化の模様を実験的に観測することは困難である。また、この熱伝導系を記述する方程式は、時間的に変化する複雑な境界条件を含む偏微分方程式になり、これを理論的に解析することも困難である。このような観点から、筆者らは抵抗回路網とアナログ記憶要素とを組み合わせた熱伝導系のシミュレータを開発し、抵抗溶接部における熱伝導問題を解析する有効な方法を考案した⁽¹⁾⁽²⁾。

本論文では、抵抗溶接の基本的な例としてバット溶接をとり上げ、溶接部の熱伝導問題を上記のシミュレータによって解析した結果について報告する。

2. バット溶接部の熱伝導系を記述する 方程式

バット溶接では、第1図に示すように2本の溶接材を突き合わせて電極ではさみ、加圧して電流を流し、

第1図 バット溶接の原理図

Fig. 1. Schematic diagram of butt welding.

溶接材間の接触抵抗と溶接材の固有抵抗によるジュール熱を熱源として溶接を行なう⁽³⁾。

この熱伝導系を詳細に解析するためには、電極も含めた三次元の熱伝導方程式を考察しなければならないが、バット溶接が直径数 mm 程度の細い棒材に適用されることに注目して、一次元の熱伝導系として取り扱う。更に、バット溶接を繰り返して行なっても、電極部分の温度上昇はほとんどないことから、電極が熱伝導系に与える影響を無視し、接触面の反対側の境界条件として半無限長の媒質の条件を適用する。

〈2・1〉 同種材料間のバット溶接部における熱伝導方程式 同種の材料の間でバット溶接を行なう場合、これら2本の金属棒が互いに均一材質、同寸法であるとする、この熱伝導系の温度分布は接触面に関して左右対称であると考えられるので、片側だけについて考察すれば十分である。

接触面においては、接触抵抗による発熱が起こるので、この発熱を境界条件として考慮する。また、電流は溶接材断面を均一に流れるものとする、系を記述する熱伝導方程式として次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + 0.24 \frac{\rho_0}{c \sigma} (1 + \alpha \theta) \left(\frac{i}{S} \right)^2 \\ \text{境界条件} \quad 0 \leq x < \infty, \quad \theta(\infty, t) &= 0 \\ KS \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} &= -\frac{1}{2} \times 0.24 R_c i^2 \\ \text{初期条件} \quad \theta(x, 0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 $\theta(x, t)$: 温度上昇（室温を基準とする）（℃）、 t : 時間（s）、 x : 熱の伝導する方向にとった座

Analog Simulation of Problems on Heat Conduction in Butt Welding. By Minoru Abe, Member & Isamu Ukita, Member (Faculty of Engineering, Kyoko University).

安陪 稔: 正員, 京都大学工学部電気工学科

浮田 勇: 正員, 京都大学工学部電気工学科

標, κ : 温度拡散率 ($K/c\sigma$) (cm^2/s), c : 比熱 ($\text{cal/g}\cdot\text{deg}$), σ : 密度 (g/cm^3), ρ_0 : 固有抵抗 (Ω/cm), α : 抵抗の温度係数 ($1/\text{deg}$), S : 溶接材の断面積 (cm^2), i : 溶接電流 (A), K : 熱伝導率 ($\text{cal}/\text{cm}\cdot\text{s}\cdot\text{deg}$), R_c : 接触抵抗 (Ω)

(1) 式の第 1 式において, 右辺の第 2 項は溶接材の固有抵抗 ρ_0 による発熱を表わしており, 抵抗の温度係数 α によって固有抵抗が温度上昇と共に増加することを考慮している。また, 第 2 式は半無限長の媒質として境界条件を取り扱うことを表わし, 第 3 式は接触抵抗 R_c による発熱量が接触面 ($x=0$) の左右に等分されて熱流になることを表わしている。

〈2・2〉 異種材料間のバット溶接部における熱伝導方程式 異なる材料の間でバット溶接を行なう場合には, 系の温度分布は接触面に関して左右非対称になる。接触面の両側について方程式をたてる必要がある。

いま, 第 2 図において, 2 種の金属 I および II をバット溶接する場合を考える。金属 I および II の温度上昇をそれぞれ $\theta(x, t)$ および $\theta'(x', t)$ とし, (1) 式の各物理定数について, 金属 II に関するものに記号 ' を付けて表わすものとすれば, 系を記述する熱伝導方程式は次式で与えられる。

(1) 金属 I に関して

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + 0.24 \frac{\rho_0}{c\sigma} (1 + \alpha \theta) \left(\frac{i}{S} \right)^2 \\ 0 \leq x < \infty, \quad \theta(\infty, t) &= 0, \quad \theta(x, 0) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(2) 金属 II に関して

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta'}{\partial t} &= \kappa' \frac{\partial^2 \theta'}{\partial x'^2} + 0.24 \frac{\rho_0'}{c'\sigma'} (1 + \alpha' \theta') \left(\frac{i}{S} \right)^2 \\ 0 \leq x' < \infty, \quad \theta'(\infty, t) &= 0, \quad \theta'(x', 0) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

更に, 接触面において成り立つべき境界条件は

$$\theta(0, t) = \theta'(0, t) \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} KS \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} + K'S \frac{\partial \theta'}{\partial x'} \Big|_{x'=0} &= -0.24 R_c i^2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

で与えられる。(4) 式は接触面における温度の連続の式であり, (5) 式は接触面における発熱量が金属 I お

Fig. 2. Butt welding of two different materials.

よび II に分配され, それぞれに熱流を与えることを表わす式である。この発熱量の分配率に関しては既に考察があり, $\sqrt{c\sigma K}$ に比例して分配されることが知られている⁴⁾。

上述のように, バット溶接においては, 溶接材間の接触抵抗と溶接材の固有抵抗とによる発熱が熱源になる。しかし, これらの抵抗値は溶接進行中に急激に変化するので, 熱伝導系を記述する方程式は時間的に変化する複雑な境界条件を含むことになる。

この種の熱伝導問題を簡便に解くことを目的として, 筆者らは文献(2)に述べた熱伝導方程式求解用アナログシミュレータを開発したので, これを用いて以下のシミュレーションを行なった。

3. 同種材料のバット溶接部における熱伝導系のシミュレーション

同種の材料をバット溶接する場合の熱伝導系は, 前章に述べたように(1)式で記述される。本章においては, 従来から実用されている鋼-鋼およびアルミニウム-アルミニウムのバット溶接を例にとり, それぞれの場合のシミュレーション結果について述べる。

〈3・1〉 鋼-鋼のバット溶接部における熱伝導系のシミュレーション

(a) 模擬回路の構成 いま, 溶接する鋼棒の直径を実例を参照して 6 mm とする⁽³⁾⁽⁵⁾。また, (1) 式の x 軸方向の分割は, 文献(2)の〈2・6〉節に述べた半無限長の媒質の条件を考慮して, 第 3 図に示すように, $\delta x_1 = 0.03 \text{ cm}$, 公比 $\beta = 1.5$ の等比分割を行なう。なお, 溶接電流は 60 Hz の交流電流を用いるものとし, その振幅が 2,000, 2,500 および 3,000 A である三つの場合について模擬回路を構成する。これらの電流値は実例を参考にして選んだ。

いま, (1) 式において, $i = 10^3 a \sin \omega t$ ($a = 2.0, 2.5, 3.0, \omega = 120\pi$) とおく。実例によれば, 直径数 mm の鋼棒をバット溶接する場合の通電時間は 2~4 秒程度であることが知られているので, 時間の分割幅 δt を 20 ms に選ぶことにし, (1) 式の i として電流の実効値をとることにする。

(1) 式の第 1 式に鋼の物理定数および電流 i の実効

第 3 図 等比分割

Fig. 3. Division by geometric progression.

値を代入すると、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0.0954 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + 12.482 a^2 (1 + 5 \times 10^{-3} \theta) \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。いま、

$$\theta/200 = V, \quad t = \tau, \quad x/\sqrt{0.0954} = y \quad \dots (7)$$

なる変数変換を施し、(6)式を書き換えると、

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + 0.0624 a^2 (1 + V) \quad \dots\dots\dots (8)$$

が得られる。(7)式より、 $\delta \tau = \delta t = 0.02$ s であることを用いて、(8)式を差分方程式に書き換えると、分割幅 δy_1 に関して

$$\begin{aligned} & \frac{V_{l,n} - \{(1 + 0.0624 a^2 \delta \tau) V_{l,n-1} + \\ & * + 0.0624 a^2 \delta \tau\}}{\delta \tau} = \frac{1}{1 - 0.0624 a^2 \delta \tau} * \\ & * \frac{V_{l+1,n} - 2 V_{l,n} + V_{l-1,n}}{\delta y_1^2} \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

となる〔文献(2)の〈2・3〉節を参照〕。また、 $\delta x_1 = 0.03$ cm とおいているので、(7)式から

$$\delta y_1 = \delta x_1 / \sqrt{0.0954} = 0.0971 \quad \dots\dots\dots (10)$$

であり、文献(2)の〈2・1〉節の考察および(9)式から、模擬回路の抵抗比 R_0/R_x は

$$\frac{R_0}{R_x} = \frac{2 \delta \tau}{(1 + \beta)(1 - 0.0624 a^2 \delta \tau) \delta y_1^2} \quad \dots (11)$$

となる。従って、電流値が与えられると(11)式の a が決まり、 R_x を例えば 10 k Ω と選べば、模擬回路の抵抗値はすべて決定される。なお、文献(2)の〈2・6〉節の考察より、 x 方向の分割点は 9 番目までとすることにする。第 4 図は、一例として溶接電流の振幅が 2,000 A ($a=2$) の場合の模擬回路を示したものである。同図において、 $x=0$ の点(接触面)における時間の分割に対応する抵抗が

$$2\{\delta \tau / (1 - 0.0624 a^2 \delta \tau) \delta y_1^2\} R_x = 42.6 \text{ k}\Omega$$

になっているのは、文献(2)の〈2・5〉節の考察に基づき、(1)式の第 3 式で与えられる熱流の条件を模擬するためである。また、同図に付けた番号は接触面から始まる各分割点の位置に対応しており、以下同様の表現を用いることにする。なお、(9)式において $V_{l,n-1}$

第 4 図 鋼-鋼溶接の場合の模擬回路
($i=2,000 \sin \omega t$)

Fig. 4. Simulator circuit for butt welding of steel-steel.

の係数 $(1 + 0.0624 a^2 \delta \tau)$ は、アナログ記憶要素で記憶した電圧を $(1 + 0.0624 a^2 \delta \tau)$ 倍して読み出すことを意味しており、文献(2)の〈2・10〉節に述べた記憶要素の抵抗 r を調整して設定することができる。更に、発熱項 $0.0624 a^2 \delta \tau$ はアナログ記憶要素の E 端子に $0.0624 a^2 \delta \tau$ (V) の電圧を加えることによって実現できる。

(b) 接触抵抗による発熱とその模擬方法 鋼の物理定数、電流の実効値および(7)式の変数変換を用いて(1)式の第 3 式を書き換えると、次式を得る。

$$\left. \frac{\partial V}{\partial y} \right|_{y=0} = -2.85 \times 10^3 a^2 R_c \quad \dots\dots\dots (12)$$

文献(2)の〈2・5〉節に述べた熱流の境界条件の模擬方法によって、接触面に対応するアナログ記憶要素の E 端子に加えるべき電圧を E (V) とすると

$$E = \frac{5.7 \times 10^3 a^2 R_c}{1 - 0.0624 a^2 \delta \tau} \frac{\delta \tau}{\delta y_1} \quad \dots\dots\dots (13)$$

で与えられる。

さて、前章に述べたように、接触抵抗 R_c は接触面の温度によって時間的に変化することが知られており、その変化の様子は第 5 図のようになる⁽⁶⁾⁽⁷⁾。すなわち、接触面の温度が溶接材料の軟化点付近に達するまでは、ほぼ一定値 R_{c0} を示し、その後温度上昇と共に時間的に減少する。従って、(12)式から、接触面に対応するアナログ記憶要素の E 端子に加える電圧 E (V) も R_c に応じて変化させる必要があり、第 5 図に示したような時間関数を別のアナログ計算機によって発生させた。

(c) シミュレーション結果およびその考察 上述の考察に基づき、第 5 図の接触抵抗変化のパラメータ (R_{c0}, t_a, t_b) を種々の値に仮定し、第 1 表に従ってシミュレーションを行なった。但し、鋼の軟化点を 1,000 °C とし、接触面の温度がこの軟化点に達するまでの時間を t_a とした。また、接触抵抗が減少し始めてからの時間的変化は、実例を参考にして簡単のため指数関数的に減少するものとし、第 5 図において、時間 $t_b=2$ s の間に約 90% 減少する指数関数をアナログ計算機によって発生させた。なお、時間 t_a の設定は比

第 5 図 接触抵抗の時間的変化

Fig. 5. Transient variation of contact resistance.

較器を用い、接触面に対応する模擬回路の節点（第4図の節点1）の電圧が所定の電圧に達したとき、自動的に指数関数発生器が動作するようにした。

シミュレーションによって得られた結果を第6図～第12図に示した。また、これらの結果から、接触面が鋼の融点1,530°Cに達するまでの時間を読み取り、 t_w として第1表に付記した。なお、図の解曲線に付けた番号は各分割点に対応する模擬回路の節点（第4図）の番号を表し、以下同様の表現を用いる。

以上のシミュレーションの結果を要約すると、次の第1表 鋼-鋼のバット溶接のシミュレーション

Table 1. Simulation of butt welding of steel-steel.

分類	i (振幅) (A)	R_{co} (m Ω)	シミュレーション結果	t_w (s)
S-S1	2,000	0.2	第6図	5.11
S-S2	2,000	0.3	第7図	4.79
S-S3	2,000	0.6	第8図	4.44
S-S4	2,500	0.2	第9図	2.84
S-S5	2,500	0.3	第10図	2.43
S-S6	3,000	0.1	第11図	2.28
S-S7	3,000	0.2	第12図	1.65

第6図 シミュレーション結果

Fig. 6. Results obtained by simulation.

第7図 シミュレーション結果

Fig. 7. Results obtained by simulation.

第8図 シミュレーション結果

Fig. 8. Results obtained by simulation.

ようになる。

(1) 接触面の初期温度上昇は接触抵抗による発熱によって支配され、通電開始直後は極めて急激な温度上昇が起こる。接触抵抗が減少し始めると、温度上昇のこう配は急に小さくなるが、やがて材料の抵抗温度係数による発熱量の増加が起こり、接触面の温度は加速度的に上昇して融点に達している。

(2) 溶接電流の振幅が2,000 Aの場合でも、時間をかければ接触面の温度は融点に達する。しかし、3,000 Aの場合に比べて、接触面から離れた場所でも

第9図 シミュレーション結果

Fig. 9. Results obtained by simulation.

第10図 シミュレーション結果

Fig. 10. Results obtained by simulation.

第11図 シミュレーション結果

Fig. 11. Results obtained by simulation.

第 12 図 シミュレーション結果

Fig. 12. Results obtained by simulation.

かなりの温度上昇があり、熱影響部が大きくなって効率が悪く、従って、大きい電流を短時間流して溶接を行なうようにすべきである。

(3) 溶接に要する時間（通電時間）の長短は初期接触抵抗値 R_{c0} および接触抵抗変化のパターンなどにもよるが、特に電流値の影響が支配的である。

なお、これらのシミュレーション結果から読み取られる通電時間は、実際のバット溶接の結果とよく一致している⁽⁸⁾。

〈3・2〉 アルミニウム-アルミニウムのバット溶接部における熱伝導系のシミュレーション

(a) 模擬回路の構成 前節と同様に、系の基本方程式は(1)式で与えられる。溶接を行なうアルミニウム棒の断面の直径および x 方向の分割を前節と同じに選び、溶接電流 i を $i = 10^4 a \sin \omega t$ ($a = 1.0, 1.2$, $\omega = 120\pi$) とした二つの場合について模擬回路を構成した。

アルミニウムの熱伝導率は鋼に比べて大きいので、 10^4 A 以上の大電流を流し、短時間で溶接を完了させるのが通例である。この点を考慮して、時間の分割幅を $\delta t = 1$ ms に選び、電流の瞬時値を用いて考察する。

(1) 式の第 1 式にアルミニウムの各物理定数および電流 i を代入し、更に

$$\theta/100 = V, t = \tau, x/\sqrt{0.816} = y \dots (14)$$

なる変数変換を施して、前節の(11)式に対応する模擬回路の抵抗比 R_0/R_x を求めると、

$$\frac{R_0}{R_x} = \frac{2\delta\tau}{(1+\beta)(1-2.4a^2\delta\tau)\delta y_1^2} \dots (15)$$

となる。但し、(15)式を求めるにあたり、 $\sin^2 \omega \tau$ はその平均値に置き換えて近似した。なお、 x 方向の分割点は 8 番目までとることになると、模擬回路の抵抗比はすべて決定される。第 13 図は $a = 1$, $R_x = 10$ k Ω

第 13 図 アルミニウム-アルミニウム溶接の場合の模擬回路 ($i = 10,000 \sin \omega t$)

Fig. 13. Simulator circuit for butt welding of aluminium-aluminium.

としたときの模擬回路である。

(b) 接触抵抗による発熱とその模擬方法 前節と同様にして、接触面に対応するアナログ記憶要素の E 端子に加えるべき電圧 E (V) は次式で与えられる。

$$E = 4.29 \times 10^4 a^2 R_c \sin^2 \omega \tau \dots (16)$$

ここに、接触抵抗 R_c は第 5 図と同様な時間的変化をするものと仮定する。なお、以下のシミュレーションでは、アルミニウムの軟化点を 400°C とし、第 5 図の t_0 を 0.1 s として指数関数発生器を動作させた。

(c) シミュレーション結果およびその考察 第 2 表に従ってシミュレーションを行ない、その結果を

第 2 表 アルミニウム-アルミニウムのバット溶接のシミュレーション

Table 2. Simulation of butt welding of aluminium-aluminium.

分類	i (振幅) (A)	R_{c0} (m Ω)	シミュレーション結果	t_w (s)
A-A 1	10,000	0.10	第 14 図	0.40
A-A 2	10,000	0.15	第 15 図	0.34
A-A 3	12,000	0.05	第 16 図	0.27
A-A 4	12,000	0.08	第 17 図	0.23

第 14 図 シミュレーション結果

Fig. 14. Results obtained by simulation.

第 15 図 シミュレーション結果

Fig. 15. Results obtained by simulation.

第 16 図 シミュレーション結果

Fig. 16. Results obtained by simulation.

第 17 図 シミュレーション結果

Fig. 17. Results obtained by simulation.

第 14 図～第 17 図に示した。また、第 1 表と同様に、接触面の温度がアルミニウムの融点 660°C に達するまでの時間 t_w を第 2 表に付記した。

これらの結果から、アルミニウムのバット溶接を行なう場合も前節と同様の考察が成り立ち、大電流を短時間通電するように溶接条件を設定すれば、効率良く、かつ確実に溶接できることがわかる。

なお、第 18 図は第 15 図の場合 (第 2 表の A-A2) について、交流電流の瞬時値を用いてシミュレーションを行なった場合と、実効値を用いた場合との接触面の温度変化の模様を比較して示したものである。同図に見られるように、実効値を用いた場合の温度変化は瞬時値を用いた場合の結果の平均的な曲線を描くことがわかる。従って、前節に述べた方法によるシミュレーションでも、実際の物理現象をよく模擬していると

第 18 図 溶接電流の瞬時値と実効値とによるシミュレーション

Fig. 18. Results obtained by simulation using instantaneous value and effective value of welding current.

考えられる。

4. 異種材料のバット溶接部における熱伝導系のシミュレーション

本章では、従来実用された例のある鋼と黄銅のバット溶接について考察する。

〈4.1〉異なる媒質の接触面で発熱がある場合の模擬方法 〈2.2〉節に述べたように、この場合の熱伝導系では接触面に関する温度分布の対称性が成り立たないので、模擬回路の構成に工夫を要する。

いま、第 2 図において、金属 I および II をそれぞれ鋼および黄銅とし、黄銅に関しては記号 ' を付けて表わすものとすれば、熱伝導系を記述する方程式は (2)～(5) 式で与えられる。接触面に発生した熱量の鋼側および黄銅側への分配率は、〈2.2〉節に述べたように $\sqrt{c\sigma K}$ に比例するので、鋼および黄銅の物理定数を代入してこの分配率を求め、(5) 式を書き換えると、

$$\text{鋼} : K S \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = -0.24 R_c i^2 \times 0.441 \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\text{黄銅} : K' S \frac{\partial \theta'}{\partial x'} \Big|_{x'=0} = -0.24 R_c i^2 \times 0.559 \quad \dots\dots\dots (18)$$

が得られる。従って、この場合のシミュレーションは、鋼側および黄銅側に関して、それぞれ (17) 式および (18) 式で表される熱流を与え、かつ両者の間の熱伝導の存在も考慮して行なう必要があり、次の手順によ

第 19 図 等比分割 (鋼-黄銅溶接の場合)

Fig. 19. Division by geometric progression.

第 20 図 異種の媒質の接触面で発熱がある場合の模擬回路

Fig. 20. Simulator circuit in the case of heat generation at the contact surface of two different materials.

第 21 図 鋼-黄銅溶接の場合の模擬回路

Fig. 21. Simulator circuit for butt welding of steel-brass.

って模擬回路を構成した。

(a) 第 19 図における第 1 分割幅 δx_1 および抵抗 R_x を与えて、第 20 図(a)に示す抵抗回路を鋼側について構成し、(17)式に従って、接触面に対応する節点 1 に接続されるアナログ記憶要素の E 端子に全発熱量 $0.24R_x i^2$ の 44.1% に相当する電圧 $[E(V)$ とする]を与える。

(b) 第 20 図(b)に示す抵抗回路を黄銅側について構成する。このとき、節点 1' に接続されるアナログ記憶要素の E 端子に鋼側と同じ電圧 $E(V)$ を与えるものとする。(18)式から黄銅側に与えるべき熱流は全発熱量の 55.9% であるから、等価的にこの熱流が与えられるように、黄銅側の第 1 分割幅 $\delta x_1'$ を決定する [(13)式を参照]。この $\delta x_1'$ を用いて、異種の媒質が接触している場合の熱伝導の条件

$$\frac{R_x}{R_x'} = \frac{K'}{K} \cdot \frac{\delta x_1}{\delta x_1'} \quad (\text{文献(2)の(2.7)節を参照})$$

..... (19)

を満足するように R_x' を決める。

上の手順によって構成された模擬回路を用い、種々の発熱量に対する接触面の温度変化、すなわち節点 1 および 1' の電圧変化を観測すると、両者は全く一致することが確かめられる。更に、接触面において発熱がないときには、異種の媒質が接触している場合の熱伝導の条件(19)式が満足されるべきであるから、第 20 図において、節点 1 および 1' を短絡すれば、接触面における発熱の有無にかかわらずこの場合の熱伝導系を模擬することができる。従って、第 20 図の抵抗 R_{01} と R_{01}' [(11)式と同様に熱流の条件から決定される] とを並列に接続すれば、この場合の模擬回路が得られる。なお、上述の手順では、鋼側の模擬回路をもとにして黄銅側の回路を決める方法を説明したが、反対に黄銅側をもとにして鋼側の回路を決めてもよく、両者のシミュレーション結果は全く一致する。

(4.2) 模擬回路の構成 前節の考察に基づき、実例を参考にして、 $i = 10^4 \sin \omega t (A)$ ($\omega = 120\pi$), $\delta t = 1 \text{ ms}$ の場合について模擬回路を構成する。なお、鋼および黄銅棒の断面の直径は前章と同じ 6 mm とする。

鋼側および黄銅側の第 1 分割幅をそれぞれ δx_1 お

よび $\delta x_1'$ とし、公比 1.5 の等分割を行なう。いま

$$\left. \begin{aligned} \theta/200 = V, \quad x/\sqrt{0.0954} = y, \quad t = \tau \\ \theta'/200 = V', \quad x'/\sqrt{0.38} = y' \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

なる変数変換を施し、(2)式および(3)式の第 1 式をそれぞれ分割幅 δy_1 および $\delta y_1'$ に関して差分方程式に、(17)式および(18)式をそれぞれアナログ記憶要素の E 端子に加えるべき電圧 E および E' に書き換える。更に、前節の考察から、 $E = E'$ となるように黄銅側の第 1 分割幅 $\delta x_1'$ を決めると、

$$\delta x_1' = 1.992 \delta x_1 \dots \dots \dots (21)$$

となり、(19)、(21)両式から、鋼と黄銅の熱伝導率を用いて、 $R_x/R_x' = 1.266$ が得られる。

いま、 $R_x = 10 \text{ k}\Omega$ と選べば、すべての抵抗値が決

第 3 表 鋼-黄銅のバット溶接のシミュレーション

Table 3. Simulation of butt welding of steel-brass.

分 類	$R_{x0}(\text{m}\Omega)$	シミュレーション結果	$t_w(\text{s})$
S-B-1	0.10	第 22 図	0.27
S-B-2	0.15	第 23 図	0.25
S-B-3	0.25	第 24 図	0.01

(a) 鋼

(b) 黄銅

第 22 図 シミュレーション結果
(第 3 表の S-B-1 の場合)

Fig. 22. Results obtained by simulation.

第 23 図 シミュレーション結果
(第 3 表の S-B2 の場合)

Fig. 23. Results obtained by simulation.

第 24 図 シミュレーション結果
(第 3 表の S-B3 の場合)

Fig. 24. Results obtained by simulation.

定される。第 21 図にこの場合の模擬回路を示した。また、接触抵抗 R_c の時間的变化については、接触面の温度が黄銅の軟化点 650°C に至るまでの時間を t_a とした。

〈4.3〉 シミュレーション結果およびその考察 第 3 表に従ってシミュレーションを行ない、その結果を第 22 図～第 24 図に示した。また、接触面の温度が鋼の融点に達するまでの時間 t_w を第 3 表に付記した。

以上のシミュレーション結果から、この場合には接触抵抗の大きさが接触面の温度上昇に大きな影響を与えていることがわかり、初期接触抵抗が比較的大きいときには、極めて短時間で溶接を完了することができると考えられる。従って、溶接を行なう前に接触面に細かい凹凸をつけるなどの配慮をすれば、接触面積が小さくなり、初期接触抵抗が増加して、確実かつ短時間の溶接が可能になると予想される。従来より、接触面を細かい金属ブラシで磨くなどの処理が経験上行なわれるが、上述の結果は、この種の表面処理の妥当性を裏づけるものと考えられる。

ここに述べたシミュレーションでは、黄銅の融解熱および融点到達後の物理定数の変化などを考慮していないが、抵抗溶接が極めて短時間に終了することから、これらを省略した。

5. む す び

抵抗回路とアナログ記憶要素とを組み合わせた熱伝導系のシミュレータを用いて、バット溶接部における熱伝導系のシミュレーションを行なった。

本論文に述べたように、筆者らが製作したシミュレータは、時間的に変化する接触抵抗による発熱の問題、あるいは異種の材料の接触部において発熱がある場合などの複雑な境界条件を模擬することも可能である。上述の手法を用いることによって、従来解析することが困難であったこの種の熱伝導問題の解明が可能となり、現在もお溶接結果にばらつきがある抵抗溶接技術に対して、種々の有益な助言ができるようになった。(昭和 54 年 5 月 7 日受付)

文 献

- (1) 安陪:「偏微分方程式系のアナログシミュレーションとその応用」自動制御技術 21, 95 (昭 50-10)
- (2) 浮田・安陪:「熱伝導方程式求解用アナログシミュレータ」電学論B, 98, 12, p. 979 (昭 53-12)
- (3) 沢井・平塚・塩飽:抵抗溶接, 192, 産報 (昭 37)
- (4) T. Okamoto: "Theoretical and Experimental Researches on Electric Resistance Welding", Memoirs of the College of Engineering, 6, 1, Kyoto University (1929)
- (5) A.L. Phillips: "Welding Handbook", 32, American Welding Soc. (1963)
- (6) 松田(編):電気溶接と電気切断に関する研究, 35, 電気書院 (昭 31).
- (7) N.L. Ioran: "A Device for Measuring Rapidly Changing Ohmic Resistances in Spot Weld Zones" Avt. Svarka 1, 64 (1976)
- (8) 文献(3), 218