UDC 621.313.333.016.1 : 621.311.69

論文

55-B 25

運転中における誘導電動機の変周波電源への再投入による過渡トルク特性

正員 三木 一郎 (明治大)

正員 松瀬 貢規 (明治大)

正員 西山 栄枝 (明治大)

1. ま え が き

誘導電動機は変周波電源が容易に得られるようになったこと、および保守の容易さなどから周波数制御による電動機システムの一部を構成し、その制御対象として各方面で実用に供されている。このような動きに伴って、変周波電源で駆動される電動機の特長等について研究が行なわれている。また、Y-Δ 始動や自動しゃ断器の安全性の問題に関連し、商用電源再投入時の過渡現象が二軸理論および瞬時値対称座標法によって解析されている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。最近、一部の誘導電動機に対して、変周波電源により低周波始動を行ない、所定の速度に達した後、商用電源に切換える運転方法が行なわれようとしている。このようなことから、運転中の誘導電動機を電源から開放し、短時間後、電圧と周波数の比を一定にした状態における変周波電源に再投入した場合の誘導電動機の過渡現象⁽⁴⁾を明らかにすることは重要であると考えられる。

本論文においては、まず、電源再投入時における誘導電動機の過渡電流および過渡トルク式を瞬時値対称座標法⁽³⁾⁽⁵⁾により導出した。次に、このトルク式と運動方程式を組合せ、慣性負荷としての直流発電機を連結した状態における過渡トルクを電算機により求めた。このようにして得られた結果、および二軸理論によるシミュレーション結果を実測値と比較し、本解析結果の妥当性を確認した。再投入時の残留電圧、再投入電圧およびそれらの位相関係などの条件は一般に不定であり、種々の場合がある。そこで、次に多くの数値計算および実測結果から過渡トルク特性に顕著な影響を及ぼす条件における代表的な例を示し、次の事柄

について検討した。まず、電源再投入時における過渡トルク波形および負荷を含む慣性モーメントの影響について述べた後、再投入電圧位相と電源の周波数が過渡トルク特性に及ぼす影響について調べた。そして最後に、残留電圧と過渡最大トルクの関係について明らかにした。なお、本研究では、一般用電動機として広く使用されている低圧三相普通かご形誘導電動機を対象にしている。

2. 瞬時値対称座標法による過渡特性の解析

<2-1> 解析における基本的な仮定および条件

誘導電動機の変周波電源への再投入時における過渡特性の解析にあたり、誘導電動機に関する基本的な仮定は次のとおりである。

- (1) 巻線は固定子、回転子共平衡しており、正弦波起磁力を発生する。
- (2) 飽和の影響は小さく、これを無視できる。
- (3) うず電流およびヒステリシスは無視でき、空けきは一樣とする。
- (4) 電動機の抵抗およびインダクタンスは周波数に関係なく一定である。

投入電源の条件については、

- (5) 電圧は変動せず、三相平衡な正弦波である。
- (6) 線間電圧 V と周波数 f は、 $V/f \approx \text{一定}$ という関係を保ち、本研究では定格が 200 V, 50 Hz の電動機を供試機としているので、 $V/f \approx 4 \text{ V/Hz}$ としている。

<2-2> 等価回路および電圧方程式 誘導電動機の瞬時値正相分等価回路を第 1 図に示す⁽³⁾。

電圧方程式は、電源を再投入した時刻を基準とする、第 1 図より

$$v_{s1} = (R_s + P L_s) i_{s1} + P L_m i_{r1} \dots\dots\dots (1)$$

$$0 = (R_r + P L_r) i_{r1} + P L_m i_{s1} - e_{v1} \dots\dots\dots (2)$$

$$e_{v1} = j \omega_m (L_r i_{r1} + L_m i_{s1}) \dots\dots\dots (3)$$

Characteristics of Transient Torque in Induction Motor due to Rapid Reconnection to Variable Frequency Supply. By Ichiro Miki, Member, Kouki Matsuse, Member & Sakae Nishiyama, Member (Faculty of Engineering, Meiji University).
三木一郎: 正員, 明治大学工学部電気工学科
松瀬貢規: 正員, 明治大学工学部電気工学科
西山栄枝: 正員, 明治大学工学部電気工学科

第 1 図 瞬時値正相分等価回路

Fig. 1. Instantaneous-positive-sequence equivalent circuit.

但し、 $L_s = l_s + L_m$ 、 $L_r = l_r + L_m$ であり、 e_{v1} は速度起電力、 ω_m は回転子の電気角速度および P は d/dt を表わしている。

〈2・3〉 過渡電流 (1)～(3) 式を整理し、 i_{s1} 、 i_{r1} をラプラス変換〔 $\mathcal{L}$ 〕した I_{s1} 、 I_{r1} を求めると、

$$I_{s1} = \{(V_{s1} + L_m i_{r10} + L_s i_{s10})\{R_r + (s - j\omega_m)L_r\} - (L_r i_{r10} + L_m i_{s10})s L_m\} / \Delta(s) \quad (4)$$

$$I_{r1} = \{(L_m i_{s10} + L_r i_{r10})(R_s + s L_s) - (V_{s1} + L_s i_{s10} + L_m i_{r10})(s - j\omega_m)L_m\} / \Delta(s) \quad (5)$$

$$\Delta(s) = (L_s L_r - L_m^2)(s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \quad (6)$$

但し、添字 0 は初期値を表わし、 V_{s1} は $\mathcal{L}\{v_{s1}\}$ を示す。また、 λ_1 、 λ_2 は $\Delta(s) = 0$ の根であり、

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{L_s R_r + L_r R_s}{L_s L_r - L_m^2} + j\omega_m \pm \sqrt{\left(\frac{L_s R_r + L_r R_s}{L_s L_r - L_m^2} - j\omega_m \right)^2 - \frac{4 R_s (R_r - j\omega_m L_r)}{L_s L_r - L_m^2}} \right\} \quad (7)$$

ここで、 $\lambda_1 = -\alpha_1 + j\beta_1$ 、 $\lambda_2 = -\alpha_2 + j\beta_2$ とおくと、

$$\alpha_1, \alpha_2 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{L_s R_r + L_r R_s}{L_s L_r - L_m^2} \mp \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{A^2 + B^2} + A)} \right\} \quad (8)$$

$$\beta_1, \beta_2 = \frac{1}{2} \left\{ \omega_m \mp \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{A^2 + B^2} - A)} \right\} \quad (9)$$

$$A = \left(\frac{L_s R_r + L_r R_s}{L_s L_r - L_m^2} \right)^2 - \frac{4 R_s R_r}{L_s L_r - L_m^2} - \omega_m^2 \quad (10)$$

$$B = 2\omega_m (L_s R_r - L_r R_s) / (L_s L_r - L_m^2) \quad (11)$$

ここで、 V_{s1} と固定子および回転子正相電流の初期値 i_{s10} 、 i_{r10} を求める。再投入相電圧の実効値を V_1 、その角周波数を ω および投入電圧の初期位相を ξ とすると、

$$V_{s1} = \sqrt{\frac{3}{2}} V_1 e^{j\xi} \frac{1}{s - j\omega} \quad (12)$$

となる。再投入直前は電源が開放されている状態なので、

$$i_{s10} = 0 \quad (13)$$

である。次に i_{r10} を求める。再投入前の i_{r1} は残留電圧を発生させる要因であり、残留電圧を考慮するためには、まずこの電流について検討する必要がある。ここで、電源開放時を基準とった時間を t' とする。残留電圧は、回転速度に比例した周波数の交流電圧であり、電気的時定数に比較して機械的時定数が大きいために、ほぼ二次開路時定数 L_r/R_r に従って減衰すること⁽³⁾⁽⁶⁾から、三相のうちの基準の相における残留電圧の瞬時値 e_a は

$$e_a = \sqrt{2} E(1-S)e^{-(R_r/L_r)t'} \cos \{(1-S)\omega' t' + \varphi'\} \quad (14)$$

と表わせる。但し、 S はすべりであり、 E および ω_r はそれぞれ、開放前の電源電圧の実効値と角周波数である。また、 φ' は残留電圧の初期位相である。残留電圧は回転子電流により発生したものであり、ここで二次基準相の電流を i_{ra} とすると、

$$L_m \frac{d i_{ra}}{d t'} = e_a \quad (15)$$

が成立する。従って、これを解くと、

$$i_{ra} = \frac{\sqrt{2} E(1-s)}{L_m} e^{-(R_r/L_r)t'} \times \frac{\{(-R_r/L_r) \cos(\omega_m t' + \varphi') + \omega_m \sin(\omega_m t' + \varphi')\}}{(R_r/L_r)^2 + \omega_m^2} \quad (16)$$

但し、 $(1-s)\omega' = \omega_m$ である。ここで、 t' は残留電圧継続期間内の比較的短い時間であり、 R_r/L_r も ω_m に比較し、十分小さいので、

$$i_{ra} = \frac{\sqrt{2} E(1-s)}{\omega_m L_m} e^{-(R_r/L_r)t'} \sin(\omega_m t' + \varphi') \quad (17)$$

と近似できる。 i_{ra} を正相分電流 i_{r1} に変換すると、

$$i_{r1} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{E_0}{\omega_m L_m} e^{j(\omega_m t' + \varphi' - \pi/2)} \quad (18)$$

が得られる。但し、 $E_0 = E(1-S)e^{-(R_r/L_r)t'}$ である。以上で i_{r1} が求まったので、これより i_{r10} が求められる。すなわち、再投入時の時刻 t' とすべり S より、まず E_0 が得られる。次に(18)式において t' を新たに再投入時を基準とした時間 t に置き換え、更に、 $t = 0$ とすると、

$$i_{r10} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{E_0}{\omega_m L_m} e^{j(\varphi - \pi/2)} \quad (19)$$

但し、 φ は再投入時を基準とした場合の残留電圧の

初期位相である。(6)式～(13)式および(19)式の関係を用いて、(4)式、(5)式を逆変換し、 i_{s1} および i_{r1} を求めると、

$$\begin{aligned}
 i_{s1} = & \sqrt{\frac{3}{2}} \delta \left\{ V_1 e^{j\xi} \left(\frac{R_r/L_r}{\{\alpha_1 + j(\omega - \beta_1)\} \{\alpha_2\}} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{j(\omega - \omega_m)}{j(\omega - \beta_2)} e^{j\omega t} \right. \right. \\
 & + \frac{R_r/L_r - \alpha_1 + j(\beta_1 - \omega_m)}{\{-\alpha_1 + j(\beta_1 - \omega)\} \{\alpha_2 - \alpha_1 + j(\beta_1 - \beta_2)\}} \\
 & \times e^{(-\alpha_1 + j\beta_1)t} \\
 & + \frac{R_r/L_r - \alpha_2 + j(\beta_2 - \omega_m)}{\{-\alpha_2 + j(\beta_2 - \omega)\} \{\alpha_1 - \alpha_2 + j(\beta_2 - \beta_1)\}} \\
 & \times e^{(-\alpha_2 + j\beta_2)t} \Bigg) \\
 & + \frac{E_0}{\omega_m} e^{j(\varphi - \pi/2)} \left(\frac{R_r/L_r - j\omega_m}{\alpha_2 - \alpha_1 + j(\beta_1 - \beta_2)} e^{(-\alpha_1 + j\beta_1)t} \right. \\
 & \left. + \frac{R_r/L_r - j\omega_m}{\alpha_1 - \alpha_2 + j(\beta_2 - \beta_1)} e^{(-\alpha_2 + j\beta_2)t} \right) \Bigg\} \dots (20) \\
 i_{r1} = & \sqrt{\frac{3}{2}} \delta \left\{ \frac{L_m}{L_r} V_1 e^{j\xi} \right. \\
 & \times \left(\frac{j(\omega_m - \omega)}{\{\alpha_1 + j(\omega - \beta_1)\} \{\alpha_2 + j(\omega - \beta_2)\}} e^{j\omega t} \right. \\
 & + \frac{\alpha_1 - j(\beta_1 - \omega_m)}{\{\alpha_2 - \alpha_1 + j(\beta_1 - \beta_2)\} \{-\alpha_1 + j(\beta_1 - \omega)\}} \\
 & \times e^{(-\alpha_1 + j\beta_1)t} \\
 & + \frac{\alpha_2 - j(\beta_2 - \omega_m)}{\{\alpha_1 - \alpha_2 + j(\beta_2 - \beta_1)\} \{-\alpha_2 + j(\beta_2 - \omega)\}} \\
 & \times e^{(-\alpha_2 + j\beta_2)t} \Bigg) \\
 & + \frac{E_0}{\omega_m L_m} e^{j(\varphi - \pi/2)} \left\{ \frac{R_s + L_s(-\alpha_1 + j\beta_1)}{\alpha_2 - \alpha_1 + j(\beta_1 - \beta_2)} e^{(-\alpha_1 + j\beta_1)t} \right. \\
 & + \frac{R_s + L_s(-\alpha_2 + j\beta_2)}{\alpha_1 - \alpha_2 + j(\beta_2 - \beta_1)} e^{(-\alpha_2 + j\beta_2)t} \\
 & - \frac{L_m^2}{L_r} \left(\frac{-\alpha_1 + j(\beta_1 - \omega_m)}{\alpha_2 - \alpha_1 + j(\beta_1 - \beta_2)} e^{(-\alpha_1 + j\beta_1)t} \right. \\
 & \left. \left. + \frac{-\alpha_2 + j(\beta_2 - \omega_m)}{\alpha_1 - \alpha_2 + j(\beta_2 - \beta_1)} e^{(-\alpha_2 + j\beta_2)t} \right) \right\} \Bigg\} \dots (21)
 \end{aligned}$$

但し、 $\delta = L_r / (L_s L_r - L_m^2)$ であり、 i_{s1} 、 i_{r1} は瞬時値正相分電流であるから、これより一次および二次の基準の相における電流 i_s 、 i_r は、

$$i_s = \frac{2}{\sqrt{3}} R_e(i_{s1}), \quad i_r = \frac{2}{\sqrt{3}} R_e(i_{r1}) \dots (22)$$

の関係を用いて変換すれば求められる。但し、 R_e は実部を表わす。従って、

$$\begin{aligned}
 i_s = & \sqrt{2} \delta \{ V_1 \{ \eta_1 \cos(\omega t + \xi) - \eta_2 \sin(\omega t + \xi) \} \\
 & + [V_1 \{ \eta_3 \cos(\beta_1 t + \xi) - \eta_4 \sin(\beta_1 t + \xi) \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (E_0/\omega_m) \{ \eta_7 \cos(\beta_1 t + \varphi - \pi/2) \\
 & - \eta_8 \sin(\beta_1 t + \varphi - \pi/2) \}] e^{-\alpha_1 t} \\
 & + [V_1 \{ \eta_5 \cos(\beta_2 t + \xi) - \eta_6 \sin(\beta_2 t + \xi) \} \\
 & - (E_0/\omega_m) \{ \eta_7 \cos(\beta_2 t + \varphi - \pi/2) \\
 & - \eta_8 \sin(\beta_2 t + \varphi - \pi/2) \}] e^{-\alpha_2 t} \dots (23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_r = & \sqrt{2} \delta \left\{ \frac{L_m}{L_r} V_1 \{ \eta_{10} \sin(\omega t + \xi) - \eta_9 \cos(\omega t \right. \\
 & + \xi) \} + \left[\frac{E_0}{\omega_m L_m} \{ \eta_{15} \cos(\beta_1 t + \varphi - \pi/2) \right. \\
 & - \eta_{16} \sin(\beta_1 t + \varphi - \pi/2) \} \\
 & - \frac{L_m}{L_r} V_1 \{ \eta_{11} \cos(\beta_1 t + \xi) - \eta_{12} \sin(\beta_1 t \\
 & + \xi) \} - \frac{L_m E_0}{\omega_m L_r} \{ \eta_{19} \cos(\beta_1 t + \varphi - \pi/2) \\
 & - \eta_{20} \sin(\beta_1 t + \varphi - \pi/2) \}] e^{-\alpha_1 t} \\
 & + \left[\frac{E_0}{\omega_m L_m} \{ \eta_{17} \cos(\beta_2 t + \varphi - \pi/2) \right. \\
 & - \eta_{18} \sin(\beta_2 t + \varphi - \pi/2) \} \\
 & - \frac{L_m}{L_r} V_1 \{ \eta_{13} \cos(\beta_2 t + \xi) - \eta_{14} \sin(\beta_2 t \\
 & + \xi) \} - \frac{L_m E_0}{\omega_m L_r} \{ \eta_{21} \cos(\beta_2 t + \varphi - \pi/2) \\
 & - \eta_{22} \sin(\beta_2 t + \varphi - \pi/2) \}] e^{-\alpha_2 t} \Bigg\} \dots (24)
 \end{aligned}$$

となる。 $\eta_1 \sim \eta_{22}$ は付第1表に示す。以上により、再投入時の一次および二次の電流が求まった。これらの式はある回転数における電流の式である。

〈2.4〉 過渡トルク 発生トルク T は(20)式、(21)式を用いれば次式により求められる。

$$T = -2 p I_m (L_m \bar{i}_{s1} i_{r1}) \dots (25)$$

ここで、 T は瞬時値であり、 p は極対数を表わす。また、 i_{s1} は i_{s1} の共役複素数を示し、 I_m は虚部を表わす。(25)式に(20)式および(21)式を代入して整理すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 T = & -3 p L_m \delta^2 \left\{ \left[\left(\frac{E_0}{\omega_m L_m} \left(K_{18} - \frac{L_m^2}{L_r} K_{22} \right) \right. \right. \right. \\
 & - \frac{L_m}{L_r} V_1 K_{14} \Bigg] \left(V_1 K_3 + \frac{E_0}{\omega_m} K_7 \right) \\
 & - \left[\frac{E_0}{\omega_m L_m} \left(K_{17} - \frac{L_m^2}{L_r} \right) K_{21} \right. \\
 & - \frac{L_m}{L_r} V_1 K_{13} \Bigg] \left(V_1 K_4 + \frac{E_0}{\omega_m} K_8 \right) \Bigg\} e^{-2\alpha_1 t} \\
 & + \left[\left(\frac{E_0}{\omega_m L_m} \left(K_{20} - \frac{L_m^2}{L_r} K_{24} \right) \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{L_m}{L_r} V_1 K_{16} \left(V_1 K_5 + \frac{E_0}{\omega_m} K_9 \right) \\
& - \left\{ \frac{E_0}{\omega_m L_m} \left(K_{19} - \frac{L_m^2}{L_r} K_{23} \right) \right. \\
& \left. - \frac{L_m}{L_r} V_1 K_{15} \left(V_1 K_6 + \frac{E_0}{\omega_m} K_{10} \right) \right\} e^{-2\alpha_1 t} \\
& + \left\{ \frac{E_0}{\omega_m L_m} \left(K_{20} - \frac{L_m^2}{L_r} K_{24} \right) \right. \\
& \left. - \frac{L_m}{L_r} V_1 K_{16} \left(V_1 K_3 + \frac{E_0}{\omega_m} K_7 \right) \right. \\
& \left. + \left\{ \frac{E_0}{\omega_m L_m} \left(K_{18} - \frac{L_m^2}{L_r} K_{22} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{L_m}{L_r} V_1 K_{14} \left(V_1 K_5 + \frac{E_0}{\omega_m} K_9 \right) \right. \right. \\
& \left. \left. - \left\{ \frac{E_0}{\omega_m L_m} \left(K_{17} - \frac{L_m^2}{L_r} K_{21} \right) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \frac{L_m}{L_r} V_1 K_{13} \left(V_1 K_6 + \frac{E_0}{\omega_m} K_{10} \right) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \left\{ \frac{E_0}{\omega_m L_m} \left(K_{19} - \frac{L_m^2}{L_r} K_{23} \right) \right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \frac{L_m}{L_r} V_1 K_{15} \left(V_1 K_4 + \frac{E_0}{\omega_m} K_8 \right) \right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \left\{ \frac{E_0 V_1}{\omega_m L_m} \left(\left(K_{18} - \frac{L_m^2}{L_r} K_{22} \right) K_1 - \left(K_{17} \right. \right. \right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \frac{L_m^2}{L_r} K_{21} \right) K_2 \right\} + \frac{L_m}{L_r} V_1^2 (K_2 K_{13} + K_4 K_{11} \right. \right. \\
& \left. \left. - K_1 K_{14} - K_3 K_{12}) + \frac{L_m E_0 V_1}{\omega_m L_r} (K_8 K_{11} \right. \right. \\
& \left. \left. - K_7 K_{12}) \right\} e^{-\alpha_1 t} + \left\{ \frac{E_0 V_1}{\omega_m L_m} \left(\left(K_{20} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{L_m^2}{L_r} K_{24} \right) K_1 - \left(K_{19} - \frac{L_m^2}{L_r} K_{23} \right) K_2 \right\} \\
& + \frac{L_m}{L_r} V_1^2 (K_2 K_{15} + K_6 K_{11} - K_1 K_{16} \\
& - K_5 K_{12}) + \frac{L_m E_0 V_1}{\omega_m L_r} (K_{10} K_{11} - K_9 K_{12}) \Big] \\
& \times e^{-\alpha_2 t} + \frac{L_m}{L_r} V_1^2 (K_2 K_{11} - K_1 K_{12}) \Big] \\
& \dots \dots \dots (26)
\end{aligned}$$

但し、 $K_1 \sim K_{24}$ は付第2表に示すとおりである。
(26)式は、ある回転数における発生トルクを示す式であり、本研究では電気、機械的過渡状態を対象としているので、 ω_m は逐次変化する。従って、この場合のトルクは次のように決定できる。すなわち、再投入直前のトルクは零であるので、再投入時の最初の段階ではトルクを零として(27)式の運動方程式に代入し、

Runge-Kutta 法で数値計算することにより次ステップの ω_m を求める。この ω_m を(26)式に代入し、トルクを計算する。更に、トルクを再び(27)式に代入し、以下、同じ繰返し計算によって、 ω_m が変化する場合の時間に対する瞬時トルクが得られる。

$$T = \frac{J}{p} \frac{d\omega_m}{dt} + \frac{D}{p} \omega_m + T_L \dots \dots \dots (27)$$

ここで、 T_L は負荷トルクであり、 J, D はそれぞれ、回転系の慣性モーメントおよび制動係数を示す。これまでに求めた(23)式、(24)式および(26)式は〈2・1〉節で述べた仮定の下では、大きな容量の電動機に適用することも可能である。

3. 実測および解析結果

〈3・1〉 供試機および実測 供試誘導電動機の定格は、1.5 kW, 200 V, 6.6 A, 50 Hz, 4 極で、回路定数⁽⁷⁾は、 $R_s=1.277 \Omega$, $R_r=1.032 \Omega$, $l_s=l_r=0.0041$ H, $L_m=0.0999$ H である。また、供試機自体の機械的定数は、 $J=0.0070$ Nms²/rad², $D=0.00073$ Nms/rad であり、直流発電機を連結した状態では、 $J=0.084$ Nms²/rad², $D=0.0061$ Nms/rad となる。可変周波電源としては、10 kVA で周波数を 10~100 Hz まで変化する三相同期発電機を使用した。過渡トルクは磁わい式トルク計とリニアコーダを接続し、実測した。更に、電流は各相に 0.1 Ω のシャントをそう入し、そのシャントの電圧をリニアコーダに記録させ、回転速度は直流発電機の出力電圧をリニアコーダで記録した。電源の切換えは三相ナイフスイッチを用いた。第2図は 50 Hz 213 V から 30 Hz 120 V の電源に供試機を再投入した場合の過渡特性の実測例であり、慣性負荷として直流発電機を連結している状態である。以後、計算および実測値はすべて直流発電機を連結した状態における値である。また、第2図にも示してある残留電圧について、この電圧の減衰時定数は電源の周

第2図 実測例

Fig. 2. An example of measurement.

波数に無関係であることが明らかにされており⁽³⁾⁽⁶⁾, 供試機の場合, 回路定数より減衰時定数は $L_s/R_r = 0.102\text{ s}$ である。なお, 実測結果では 0.107 s であり, 計算値と実測値はほぼ一致した。

〈3・2〉 解析結果と実測結果の比較 前章では残留電圧を考慮した電流およびトルクの式を導出し, 数式的な検討を可能にした。本節では, これらの式の妥当性を確かめるために解析結果と実測結果の比較を行なう。なお, (25)式からも明らかのように, 過渡トルクの妥当性を確かめることにより過渡電流の正しさも確かめられることになるので, ここでは, 過渡トルクについてのみ比較することにする。第3図は 50 Hz 213 V から 30 Hz 120 V に電動機を再投入した場合の過渡トルク特性を示す。但し, 電源を開放後, 再投入するまでの時間 t_s は 0.042 s である。また, 第4図は, 50 Hz 213 V から 70 Hz 280 V に $t_s=0.044\text{ s}$ で再投入した場合の過渡トルク特性である。以上の場合, 任意の時間に電源から電動機を開放し, 任意の短時間後に再投入したものであり, t_s はその実測結果より得られた時間である。従って, 解析結果は実測の後に求められた。両図において, 一点鎖線は二軸理論を用いてシミュレーションを行なった結果⁽⁸⁾であり, 破線は本解析結果である。これらの結果の比較より, シミュレーションおよび本解析結果の両者共, 実測値に比較的良く一致し, 本論文で行なった過渡トルクおよび過渡電流の解析が妥当性を持つことが確かめられた。

4. 検 討

本章では解析および実測結果より, 残留電圧継続期間内での, 可変周波電源への再投入時における電動機の過渡トルク特性を中心に述べる。また, ここでは, 電源開放前の周波数よりも (1) 低い周波数の電源, および (2) 高い周波数の電源に再投入する場合に分類して検討する。

〈4・1〉 過渡トルク波形および J の影響 (1)の場合, 第3図より再投入直後, 負の大きなトルクが発生することがわかる。これは, 再投入直後には回転速度が同期速度以上の期間があり, 電動機が発電機領域の動作特性を示すためである。第5図は, J を種々変化して 50 Hz 213 V から 30 Hz 120 V に t_s (0.043 s), φ および ξ を一定にして, 再投入した場合の過渡トルクおよび回転速度の計算結果である。同図より, J が大きくなると, 再投入直後の負トルクが発生している時間は長くなり, 同時にある程度まで過渡最大トルクが大きくなることもわかる。また, J が小さいほ

第3図 実測値と計算値の比較

Fig. 3. Comparison of measured and calculated results.

第4図 実測値と計算値の比較

Fig. 4. Comparison of measured and calculated results.

第5図 過渡トルクおよび回転速度特性に及ぼす J の影響

Fig. 5. Effects of inertia moment on transient torque and speed characteristics.

ど, トルクの振動回数が增加することも明らかになった。(2)の場合, 第4図に示す波形となるが, この場合は電動機領域の動作状態である。後述するが, 再投入直後, 負の過渡トルクが発生する場合もある。第6図は, J を種々変化して 50 Hz 213 V から 70 Hz 280 V に $t_s=0.044\text{ s}$ で再投入した場合の過渡トルクおよび回転速度の計算結果を示している。この結果は, 正の過渡最大トルクが J の影響をほとんど受けないことを示している。

〈4・2〉 再投入電圧位相 ξ および電源の周波数が過渡トルク特性に及ぼす影響 (1)の場合の例として第7図に, 50 Hz 213 V から $t_s=0.013\text{ s}$ で 40 Hz

第 6 図 過渡トルクおよび回転速度特性に及ぼす J の影響

Fig. 6. Effects of inertia moment on transient torque and speed characteristics.

第 7 図 過渡トルク特性

Fig. 7. Transient torque characteristics.

160 V に再投入した場合の過渡トルクの計算結果を示す。図中に示すように、 ξ の影響をみるため、再投入時における残留電圧の初期位相 φ を $-2\pi/3$ に固定している。過渡最大トルク $T_{\max}$ の最大値は最小値の約 3 倍近くまで達しており、 ξ は $T_{\max}$ に著しい影響を及ぼす。(2) の場合の例としては、第 8 図に 50 Hz 213 V から 70 Hz 280 V に $t_s=0.012$ s で再投入した場合の計算結果を示す。再投入直後の負の過渡トルクは ξ の影響を著しく受けるが、正の最大トルクは ξ に無関係にほぼ一定であることがわかる。以上のことより、場合によっては定格トルクの十倍程度の過渡トルクが発生することもあり、再投入のひん度があまりに多いと、電動機軸の機械的強度に問題を生じる場合があると考えられる。

電源開放前の周波数を f_1 、再投入後の周波数を f_2 として、 f_1 、 f_2 およびその比を種々変えて多くの実測および解析を行なった。その結果、任意の慣性を負う電動機の再投入において、 f_2/f_1 が 0.8 程度では、従来論じられてきた同一電源 ($f_2/f_1=1$) の再投入における場合のように、 φ と ξ の位相関係により $T_{\max}$ は著しく変化する。しかし、 f_2/f_1 が 0.4 程度以下

第 8 図 過渡トルク特性

Fig. 8. Transient torque characteristics.

第 9 図 過渡トルク特性

Fig. 9. Transient torque characteristics.

第 10 図 過渡トルク特性

Fig. 10. Transient torque characteristics.

では、 ξ は $T_{\max}$ にほとんど影響を与えないことが明らかになった。更に、ある慣性を負う電動機の再投入において、任意の t_s に対し、 f_2/f_1 が 1 から大きくはずれるほど過渡トルクの振動回数が増加する。また定常トルクに到る時間、すなわち過渡状態が継続する期間が長くなることも明らかになった。以上のことは例として挙げた第 7 図、更に第 9 図および第 10 図に顕著に現われている。第 9 図および第 10 図は、50 Hz 213 V から $t_s=0.013$ s でそれぞれ 30 Hz 120 V および 20 Hz 80 V に再投入した場合の過渡トルクの

第 11 図 過渡電流継続期間

Fig. 11. Duration of transient current.

第 12 図 t_s と $T_{\max}$ の関係Fig. 12. Relation between t_s and $T_{\max}$.

計算結果である。

第 7 図～第 10 図の各図より、過渡状態継続期間は f_2/f_1 の値により変化するが、 t_s および φ が同一の場合、 ξ に影響されないことがわかる。次に残留電圧が存在している期間において、種々の周波数の電源に供試機を再投入した場合、過渡電流が定常電流に到るまでの時間を実測より求めた結果を第 11 図に示す。同図より、ある慣性を負う電動機をある周波数の電源に再投入した場合、過渡状態継続期間は t_s 、すなわち残留電圧に関係なく同じであることがわかる。以上のことより、ある慣性を負う電動機をある周波数の電源に再投入する場合、その過渡状態継続期間は残留電圧の大きさ、およびその位相 φ と ξ には無関係となり、 f_2/f_1 だけの関数になることが明らかになった。

〈4.3〉 残留電圧と $T_{\max}$ の関係 実測および計算に際し、任意の t_s で可変周波電源に再投入した場合には、再投入時の残留電圧の位相と投入電圧の位相関係が任意となり、投入条件が相違するため、この場合の残留電圧と $T_{\max}$ の関係を論じることがむずかしい。そこで (1) の例として 50 Hz 213 V から 20 Hz 80 V に再投入した場合について検討する。この場合は、既に〈4.2〉節および第 10 図に示したように $T_{\max}$ は ξ の影響を受けないので、 ξ を無視することができる。第 12 図は多数の実測結果より t_s と $T_{\max}$ の関係を表わしたものである。その結果、 t_s が短いほ

第 1 表 t_s と $T_{\max}$ の関係Table 1. Relation between t_s and $T_{\max}$.

t_s (s)	0.018	0.058	0.12	0.20	0.49
$T_{\max}$ (Nm)	38.0	38.4	38.7	39.5	39.8
残留電圧(V)	229	153	83.8	37.1	1.86

ど、すなわち、残留電圧が大きいくほど $T_{\max}$ は大きくなる傾向を示すことが明らかになった。(2) の例として φ を $-\pi/6$ 、 ξ を $\pi/4$ に固定し、再投入時の残留電圧と投入電圧の位相条件を同じにして 50 Hz 213 V から 70 Hz 280 V に再投入した。そのときの t_s 、すなわち、残留電圧の大きさを変化した場合の $T_{\max}$ について、計算結果より求めた値を第 1 表に示す。それによると t_s が長いほど、すなわち残留電圧が小さいほど $T_{\max}$ はわずかながら大きくなる傾向を示した。

5. む す び

運転中における誘導電動機の変周波電源への再投入による過渡電流、および過渡トルクについて、瞬時値対称座標法により解析を行なった。導出したトルク式と運動方程式を用いて、逐次変化する回転速度に対応した過渡トルクが得られた。こうして求められた解析結果および二軸理論による解析結果は、実測結果に比較的良く一致し、本解析結果が妥当であることを確認できた。更に解析および実測結果を用いて、主に過渡トルク特性について検討した。その結果を要約すると、

(1) 開放前の電源の周波数を f_1 、再投入後の周波数を f_2 とした場合、 $f_2/f_1 < 1$ では負荷を含む慣性モーメント J が大きくなると、再投入直後の負トルクの発生している時間は長くなり、過渡最大トルクはある程度まで大きくなる。また、 J が小さくなると、トルクの振動回数が増加する。次に $f_2/f_1 > 1$ では正の過渡最大トルクは J の影響をほとんど受けない。

(2) 任意の慣性を負う電動機の再投入において、 f_2/f_1 が 0.4 程度以下では再投入電圧位相 ξ は、過渡最大トルク $T_{\max}$ に影響を及ぼさない。

(3) ある慣性を負う電動機を電源開放後、再投入までの任意の時間 t_s で再投入する場合、 f_2/f_1 が 1 から大きくはずれずに伴って、過渡トルクの振動回数は増加し、過渡状態継続期間は長くなる。更にある慣性を負う電動機をある周波数の電源に再投入する場合、その過渡状態継続期間は残留電圧の大きさおよびその位相 φ と ξ には無関係であり、 f_2/f_1 だけの関数となる。

(4) t_s 、すなわち残留電圧の大きさと $T_{\max}$ の関係は、 $f_2/f_1 < 1$ では t_s が短いほど、 $f_2/f_1 > 1$ では

付第 1 表 電流の係数
app. Table 1. Coefficient of current.

係数	係数の内容
η_1	$[(R_r/L_r)\{\alpha_1\alpha_2-(\omega-\beta_1)(\omega-\beta_2)\}+(\omega-\omega_m)\{\alpha_1(\omega-\beta_2)+\alpha_2(\omega-\beta_1)\}]/\mu_1$
η_2	$[(\omega-\omega_m)\{\alpha_1\alpha_2-(\omega-\beta_1)(\omega-\beta_2)\}-(R_r/L_r)\{\alpha_1(\omega-\beta_2)+\alpha_2(\omega-\beta_1)\}]/\mu_1$
η_3	$[(R_r/L_r-\alpha_1)\{(\alpha_1-\alpha_2)\alpha_1-(\beta_1-\omega)(\beta_1-\beta_2)\}+(\beta_1-\omega_m)\{(\beta_1-\omega)(\alpha_2-\alpha_1)-(\beta_1-\beta_2)\alpha_1\}]/\mu_2$
η_4	$[(\beta_1-\omega_m)\{(\alpha_1-\alpha_2)\alpha_1-(\beta_1-\omega)(\beta_1-\beta_2)\}-(R_r/L_r-\alpha_1)\{(\beta_1-\omega)(\alpha_2-\alpha_1)-(\beta_1-\beta_2)\alpha_1\}]/\mu_2$
η_5	$[(R_r/L_r-\alpha_2)\{\alpha_2(\alpha_2-\alpha_1)-(\beta_2-\omega)(\beta_2-\beta_1)\}+(\beta_2-\omega_m)\{(\beta_2-\omega)(\alpha_1-\alpha_2)-\alpha_2(\beta_2-\beta_1)\}]/\mu_3$
η_6	$[(\beta_2-\omega_m)\{\alpha_2(\alpha_2-\alpha_1)-(\beta_2-\omega)(\beta_2-\beta_1)\}-(R_r/L_r-\alpha_2)\{\beta_2-\omega)(\alpha_1-\alpha_2)-\alpha_2(\beta_2-\beta_1)\}]/\mu_3$
η_7	$[(R_r/L_r)(\alpha_2-\alpha_1)-\omega_m(\beta_1-\beta_2)]/\mu_4$
η_8	$[\omega_m(\alpha_1-\alpha_2)+(R_r/L_r)(\beta_2-\beta_1)]/\mu_4$
η_9	$[(\omega-\omega_m)\{\alpha_2(\omega-\beta_1)+\alpha_1(\omega-\beta_2)\}]/\mu_1$
η_{10}	$[(\omega-\omega_m)\{\alpha_1\alpha_2-(\omega-\beta_1)(\omega-\beta_2)\}]/\mu_1$
η_{11}	$[\alpha_1\{(\beta_1-\beta_2)(\beta_1-\omega)-\alpha_1(\alpha_1-\alpha_2)\}+(\beta_1-\omega_m)\{\alpha_1(\beta_2-\beta_1)+(\alpha_2-\alpha_1)(\beta_1-\omega)\}]/\mu_2$
η_{12}	$[(\beta_1-\omega_m)\{\alpha_1(\alpha_1-\alpha_2)-(\beta_1-\beta_2)(\beta_1-\omega)\}+\alpha_1\{\alpha_1(\beta_2-\beta_1)+(\alpha_2-\alpha_1)(\beta_1-\omega)\}]/\mu_2$
η_{13}	$[\alpha_1\{(\beta_2-\beta_1)(\beta_2-\omega)-\alpha_2(\alpha_2-\alpha_1)\}+(\beta_2-\omega_m)\{\alpha_2(\beta_1-\beta_2)+(\alpha_1-\alpha_2)(\beta_2-\omega)\}]/\mu_3$
η_{14}	$[(\beta_2-\omega_m)\{\alpha_2(\alpha_2-\alpha_1)-(\beta_2-\beta_1)(\beta_2-\omega)\}+\alpha_2\{\alpha_2(\beta_1-\beta_2)+(\alpha_1-\alpha_2)(\beta_2-\omega)\}]/\mu_3$
η_{15}	$[(R_s-\alpha_1L_s)(\alpha_2-\alpha_1)+L_s\beta_1(\beta_1-\beta_2)]/\mu_4$
η_{16}	$[L_s\beta_1(\alpha_2-\alpha_1)-(\beta_1-\beta_2)(R_s-\alpha_1L_s)]/\mu_4$
η_{17}	$[(R_s-\alpha_2L_s)(\alpha_1-\alpha_2)+\beta_2L_s(\beta_2-\beta_1)]/\mu_4$
η_{18}	$[\beta_2L_s(\alpha_1-\alpha_2)-(\beta_2-\beta_1)(R_s-\alpha_2L_s)]/\mu_4$
η_{19}	$[\alpha_1(\alpha_1-\alpha_2)+(\beta_1-\beta_2)(\beta_1-\omega_m)]/\mu_4$
η_{20}	$[\alpha_1(\beta_1-\beta_2)+(\beta_1-\omega_m)(\alpha_2-\alpha_1)]/\mu_4$
η_{21}	$[\alpha_2(\alpha_2-\alpha_1)+(\beta_2-\beta_1)(\beta_2-\omega_m)]/\mu_4$
η_{22}	$[\alpha_2(\beta_2-\beta_1)+(\alpha_2-\omega_m)(\beta_2-\omega_m)]/\mu_4$

$$\begin{aligned}\mu_1 &= \{\alpha_1\alpha_2-(\omega-\beta_1)(\omega-\beta_2)\}^2 + \{\alpha_1(\omega-\beta_2)+\alpha_2(\omega-\beta_1)\}^2 \\ \mu_2 &= \{(\alpha_1-\alpha_2)\alpha_1-(\beta_1-\omega)(\beta_1-\beta_2)\}^2 + \{(\beta_1-\omega)(\alpha_2-\alpha_1)-(\beta_1-\beta_2)\alpha_1\}^2 \\ \mu_3 &= \{(\alpha_2-\alpha_1)\alpha_2-(\beta_2-\omega)(\beta_2-\beta_1)\}^2 + \{(\beta_2-\omega)(\alpha_1-\alpha_2)-(\beta_2-\beta_1)\alpha_2\}^2 \\ \mu_4 &= (\alpha_1-\alpha_2)^2 + (\beta_1-\beta_2)^2\end{aligned}$$

t_s が長いほど T_{max} は大きくなる傾向を示す。

本論文では解析において回路定数の非線形性を考慮していないが、今後、解析結果の精度向上および中容量以上の電動機について解析を行なうためには、磁気飽和などを考慮する必要がある。従って、回路定数の変化などの現象的な面について検討する予定である。

終りに、日頃御指導を賜わる本学、高木亀一教授ならびに東京電機大学電動力応用研究所長、宮入庄太教授に感謝の意を表すると共に、東芝重電技術研究所の秋山勇治氏に感謝致します。また、実験に御協力頂いた齊藤和夫氏（パイオニア(株)）、本学大学院生 赤沢一

付第 2 表 トルクの係数
app. Table 2. Coefficients of torque.

係数	係数の内容
K_1	$\eta_1 \cos(\omega t + \xi) - \eta_2 \sin(\omega t + \xi)$
K_2	$\eta_1 \sin(\omega t + \xi) + \eta_2 \cos(\omega t + \xi)$
K_3	$\eta_3 \cos(\beta_1 t + \xi) - \eta_4 \sin(\beta_1 t + \xi)$
K_4	$\eta_3 \sin(\beta_1 t + \xi) + \eta_4 \cos(\beta_1 t + \xi)$
K_5	$\eta_5 \cos(\beta_2 t + \xi) - \eta_6 \sin(\beta_2 t + \xi)$
K_6	$\eta_5 \sin(\beta_2 t + \xi) + \eta_6 \cos(\beta_2 t + \xi)$
K_7	$\eta_7 \cos(\beta_1 t + \varphi - \pi/2) - \eta_8 \sin(\beta_1 t + \varphi - \pi/2)$
K_8	$\eta_7 \sin(\beta_1 t + \varphi - \pi/2) + \eta_8 \cos(\beta_1 t + \varphi - \pi/2)$
K_9	$\eta_7 \cos(\beta_2 t + \varphi - \pi/2) - \eta_8 \sin(\beta_2 t + \varphi - \pi/2)$
K_{10}	$\eta_7 \sin(\beta_2 t + \varphi - \pi/2) + \eta_8 \cos(\beta_2 t + \varphi - \pi/2)$
K_{11}	$\eta_9 \cos(\omega t + \xi) - \eta_{10} \sin(\omega t + \xi)$
K_{12}	$\eta_9 \sin(\omega t + \xi) + \eta_{10} \cos(\omega t + \xi)$
K_{13}	$\eta_{11} \cos(\beta_1 t + \xi) - \eta_{12} \sin(\beta_1 t + \xi)$
K_{14}	$\eta_{11} \sin(\beta_1 t + \xi) + \eta_{12} \cos(\beta_1 t + \xi)$
K_{15}	$\eta_{13} \cos(\beta_2 t + \xi) - \eta_{14} \sin(\beta_2 t + \xi)$
K_{16}	$\eta_{13} \sin(\beta_2 t + \xi) + \eta_{14} \cos(\beta_2 t + \xi)$
K_{17}	$\eta_{15} \cos(\beta_1 t + \varphi - \pi/2) - \eta_{16} \sin(\beta_1 t + \varphi - \pi/2)$
K_{18}	$\eta_{15} \sin(\beta_1 t + \varphi - \pi/2) + \eta_{16} \cos(\beta_1 t + \varphi - \pi/2)$
K_{19}	$\eta_{17} \cos(\beta_2 t + \varphi - \pi/2) - \eta_{18} \sin(\beta_2 t + \varphi - \pi/2)$
K_{20}	$\eta_{17} \sin(\beta_2 t + \varphi - \pi/2) + \eta_{18} \cos(\beta_2 t + \varphi - \pi/2)$
K_{21}	$\eta_{19} \cos(\beta_1 t + \varphi - \pi/2) - \eta_{20} \sin(\beta_1 t + \varphi - \pi/2)$
K_{22}	$\eta_{19} \sin(\beta_1 t + \varphi - \pi/2) + \eta_{20} \cos(\beta_1 t + \varphi - \pi/2)$
K_{23}	$\eta_{21} \cos(\beta_2 t + \varphi - \pi/2) - \eta_{22} \sin(\beta_2 t + \varphi - \pi/2)$
K_{24}	$\eta_{21} \sin(\beta_2 t + \varphi - \pi/2) + \eta_{22} \cos(\beta_2 t + \varphi - \pi/2)$

寿君に御礼申し上げる。なお、計算機 (FACOM 230/38) の使用にあたって、本学計算センターの皆様には御協力頂いたことを付記し、感謝します。

(昭和 54 年 6 月 20 日受付, 同 54 年 11 月 9 日再受付)

文 献

- (1) C.F. Landy: "The prediction of transient torques produced in induction motors due to rapid reconnection of the supply". *SAIEE* 63-7, p. 178 (1972-7)
- (2) F.P. Flynn, R.D. Slater & C. Eng: "Transient negative torques in induction motors due to rapid reconnection of the supply". *Proc. Instn. Elect. Engrs* 116, 12, p. 2009 (1969-12)
- (3) 猪狩: 電気機械理論 p. 144 (昭 52-1) コロナ社
- (4) 例えば、三木・松瀬・西山: 「電源電圧および周波数急変時における誘導電動機の過渡特性」昭 54 年電気学会全大 No. 661
- (5) W.V. Lyon: "Transient analysis of alternating-current machinery," (1954) *John Wiley & Sons*
- (6) 電気工学ハンドブック p. 738 (昭 53) 電気学会
- (7) 山田・城条: 誘導電動機過渡変動について, 電力中研技報(火力 63003) p. 91 (昭 38-5)
- (8) H.E. JORDAN: "Digital computer analysis of induction machines in dynamic systems." *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.* PAS-86, No. 6, p. 722 (1967)