UDC 621.311.1.016.352:621.3.072.2

論文

55-B60

電力系統の潮流多根問題と安定判別

准 員 横 山 明 彦 (東京大)

正 員 関 根 泰 次 (東京大)

1. ま え が き

現在、電力系統の電圧安定性について盛んに研究されているが、今までに、次のようなことがいわれている。一般のネットワーク系統における受電電圧の静的な電圧安定性は、受電端の $\partial V_k / \partial P_k < 0$ (k は受電端ノードを示す) であれば安定であると判断して正しいということ¹⁾である。

この電圧安定性を解析するにあたって必要なのが、潮流平衡解(電圧解)およびその性質である。潮流計算の際、初期条件として各ノードに対して P - Q または P - V を指定すると、電力潮流方程式は非線形となるので、同一負荷条件下では、幾つもの潮流平衡解が生じる。この複数の潮流平衡解を求める手法は、既に筆者らによって文献(3)に示されている。その解法を簡単に述べると、系統内の一つのノードに注目したとき、周囲のノードの電圧(絶対値, 位相角)を固定すると、そのノードの電圧に2個のモード(プラスとマイナスのモード)が存在することに着目し、すべてのモードの組合せに対して Newton-Raphson 法を用いて解を求める方法である。

しかし、この手法では、負荷が重負荷になり電圧安定限界付近になると解が求まらないことがある。また軽負荷でもモードによっては解が求まらないことがある。そこで本論文では、文献(3)に示されている手法を実数領域から複素数領域に拡張した複素数領域における潮流多根解析手法について述べる。

ある負荷条件において、従来の計算手法では解が発散する場合、解の存在性を明確にすることができなかったのが、本手法では、解が物理的に存在する場合には実数解が求まり、物理的に存在しない場合には虚数解が求まるので、解の物理的存在性を明確にすることができるし、また、極めて接近する解も求めることができる。

本手法を用いて潮流多根解の特性を調べてみると、ある一つのモードに対して、複数の解が存在すること、つまり潮流平衡解を各モードによって完全に分離することができないことや、前述した静的電圧安定性の条件 $\partial V_k / \partial P_k < 0$ (k は受電端ノードを示す) だけでは、電圧安定性を判別することはできないということなどがわかった。

以上のように、本論文は多根解のもつ特性を明らかにし電圧安定性が問題となる領域の潮流平衡解を求める手法を示すものである。

2. 基礎となる多根解析手法

〈2.1〉 定式化の準備 文献(3)に示されている手法の要約を述べるが、詳細はこの文献を参照されたい。第1図に示した N ノード系統のノード k における電力潮流方程式は次式で表わされ、潮流解はこの式を解くことにより得られる。

$$P_k + jQ_k = \dot{V}_k \sum_{l \in S_k} \left\{ \frac{\dot{V}_l - \dot{V}_k}{\dot{Z}_{lk}} \right\}^* + jY_k V_k^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

但し、 P_k, Q_k : ノード k から引き出される有効無効電力、 $\dot{Z}_{lk} = R_{lk} + jX_{lk}$: ノード l, k 間の線路インピーダンス、 $\dot{V}_k = V_k e^{j\theta_k}$: ノード k の電圧、 Y_k : 線路の充電容量を π 形等価にしたときのノード k におけるサセプタンスと調相容量のサセプタンスとを加えた値、 S_k : ノード k に接続するノード番号の集合、 $k=1,$

Fig. 1. Network of N-node system.

Multisolutions for Load Flow Problem of Power System and Their Physical Stability Test. By Akihiko Yokoyama, Associate, & Yasuji Sekine, Member (University of Tokyo)
横山明彦: 准員, 東京大学工学部
関根泰次: 正員, 東京大学工学部

2, ..., N

次に、ノード k が短絡したときにノード k に流込む電流 (これを短絡電流と呼ぶことにする) を定義する。

$$\dot{I}_k \triangleq \sum_{l \in S_k} \dot{V}_l / \dot{Z}_{lk} = I_{k1} + j I_{k2} = I_k e^{j\phi_k} \dots (2)$$

(2) 式を (1) 式に代入すると次のようになる。

$$(P_k + G_k V_k^2) + j(Q_k + B_k V_k^2) = \dot{V}_k \dot{I}_k^* \quad (3)$$

但し、

$$G_k \triangleq \sum_{l \in S_k} R_{lk} / (R_{lk}^2 + X_{lk}^2)$$

$$B_k \triangleq \sum_{l \in S_k} X_{lk} / (R_{lk}^2 + X_{lk}^2) - Y_k$$

(これは、文献(3)では B_k' となっているが、ここでは “” をとって B_k として何ら差支えない)

〈2・2〉 ノード k が P - Q 指定の場合 この場合 V_k と δ_k が未知数であるから (3) 式より V_k, δ_k を求めると、次の (4), (5) 式が得られる。

$$V_k = \left[\frac{-(2P_k G_k + 2Q_k B_k - I_k^2)}{2(G_k^2 + B_k^2)} \pm \frac{\{(2P_k G_k + 2Q_k B_k - I_k^2)^2 - 4(G_k^2 + B_k^2)(P_k^2 + Q_k^2)\}^{1/2}}{2(G_k^2 + B_k^2)} \right]^{1/2} \quad (4)$$

$$\delta_k = \tan^{-1} \left\{ \frac{I_{k1}(Q_k + B_k V_k^2)}{I_{k1}(P_k + G_k V_k^2)} \pm \frac{+I_{k2}(P_k + G_k V_k^2)}{-I_{k2}(Q_k + B_k V_k^2)} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

(4) 式で複号の (+) の場合を V_{k+} , (-) の場合を V_{k-} と表わして、 V_{k+} をノード k の (+) モードの電圧値、 V_{k-} をノード k の (-) モードの電圧値と呼ぶ。また、(5) 式で V_k に V_{k+} を代入した δ_k を δ_{k+} , V_{k-} を代入した δ_k を δ_{k-} と表わして、それぞれ (+) モードの位相角、(-) モードの位相角と呼ぶ。

ここで、注意しなければならないことは、この二つの (+), (-) モードの電圧解では、今注目しているノード k での負荷状態 P_k, Q_k は同じであるが、ノード k 以外のノードでの負荷状態 P_l, Q_l ($l \neq k$) は異なるということである。これは、ノード k に接続するノードの電圧 $\dot{V}_l$ ($l \in S_k$) を固定して考えているためである。

〈2・3〉 ノード k が P - V 指定の場合 この場合 δ_k と Q_k が未知数である。 V_k の指定値を V_{ks} として (3) 式より Q_k, δ_k を求めると、次の (6), (7) 式が得られる。

$$Q_k = -B_k V_{ks}^2 \pm \{(V_{ks}^2 I_k^2 - (P_k + G_k V_{ks}^2)^2)^{1/2}\} \dots \dots \dots (6)$$

$$\delta_k = \tan^{-1} \left(\frac{Q_k + B_k V_{ks}^2}{P_k + G_k V_{ks}^2} \right) + \phi_k \dots \dots \dots (7)$$

但し、 ϕ_k は短絡電流 $\dot{I}_k$ の偏角である。

(6) 式で複号の (+) の場合を Q_{k+} , (-) の場合を Q_{k-} と表わして、それぞれ (+) モード、(-) モードとする。また、(7) 式で Q_k に Q_{k+} を代入した δ_{k+} を δ_{k+} , Q_{k-} を代入した δ_k を δ_{k-} と表わして、それぞれ (+) モードの位相角、(-) モードの位相角と呼ぶ。

以上でノード k が P - Q 指定、 P - V 指定の場合のモードの概念が定式化されたわけである。

〈2・4〉 潮流方程式の各変数の微小変動量に関する線形化 潮流方程式には、各ノードにおける変数が P, Q, V, δ の四つ存在する。従って、その四つの変数の微小変動量の間の、関係式を求めておかねばならない。(3) 式より次の (8), (9) 式を得る。

$$\sum_{l=1}^N \lambda_{kl} \Delta V_l + \sum_{l=1}^N \mu_{kl} \Delta \delta_l + p_k \Delta P_k + q_k \Delta Q_k = 0 \quad (k=1, \dots, N) \dots \dots \dots (8)$$

但し、

$$\begin{aligned} \lambda_{kk} &= 4V_k^3(G_k^2 + B_k^2) + 2V_k(2P_k G_k + 2Q_k B_k - I_k^2) \\ \lambda_{kl} &= -2V_k^2 \{ I_{k1}(R_{lk} \cos \delta_l + X_{lk} \sin \delta_l) + I_{k2}(R_{lk} \sin \delta_l - X_{lk} \cos \delta_l) \} / (R_{lk}^2 + X_{lk}^2) \quad (k \neq l) \end{aligned}$$

$$\mu_{kk} = 0$$

$$\mu_{kl} = -2V_k^2 V_l \{ I_{k1}(-R_{lk} \sin \delta_l + X_{lk} \cos \delta_l) + I_{k2}(R_{lk} \cos \delta_l + X_{lk} \sin \delta_l) \} / (R_{lk}^2 + X_{lk}^2) \quad (k \neq l)$$

$$p_k = 2G_k V_k^2 + 2P_k$$

$$q_k = 2B_k V_k^2 + 2Q_k$$

$$\sum_{l=1}^N \xi_{kl} \Delta V_l + \sum_{l=1}^N \nu_{kl} \Delta \delta_l + u_k \Delta P_k + w_k \Delta Q_k = 0 \quad (k=1, \dots, N) \dots \dots \dots (9)$$

但し、

$$\xi_{kk} = 2G_k V_k I_{k1} - 2B_k V_k I_{k2} - I_k^2 \cos \delta_k$$

$$\begin{aligned} \xi_{kl} &= \{(P_k + G_k V_k^2 - 2V_k I_{k1} \cos \delta_k) \times (R_{lk} \cos \delta_l + X_{lk} \sin \delta_l) \\ &\quad - (Q_k + B_k V_k^2 + 2V_k I_{k2} \cos \delta_k) \times (R_{lk} \sin \delta_l - X_{lk} \cos \delta_l)\} / (R_{lk}^2 + X_{lk}^2) \quad (k \neq l) \end{aligned}$$

$$\nu_{kk} = V_k I_k^2 \sin \delta_k$$

$$\begin{aligned} \nu_{kl} &= V_l \{ (P_k + G_k V_k^2 - 2V_k I_{k1} \cos \delta_k) \times (-R_{lk} \sin \delta_l + X_{lk} \cos \delta_l) \\ &\quad - (Q_k + B_k V_k^2 + 2V_k I_{k2} \cos \delta_k) \times (R_{lk} \cos \delta_l + X_{lk} \sin \delta_l) \} / (R_{lk}^2 + X_{lk}^2) \end{aligned}$$

$$+X_{ik}^2) \quad (k \neq l)$$

$$u_k = I_{k1}, \quad w_k = -I_{k2}$$

この(8), (9)式の係数を決める動作点である V_k , δ_k は各ノードのモードがわかっているの、それにより V_{k+} , δ_{k+} か、または V_{k-} , δ_{k-} となる。

〈2.5〉 指定モードに対応する系統の状態の反復計算法 これまでに述べたように、ある一つのノードに電圧のモードが(+)モードと(-)モードの二つ存在する。従って、 N ノード系統では全体で 2^{N-1} 個のモードの組合せが存在する。ここで各ノードにモードを指定したときの系統全体のモードを $S=(m_2, m_3, \dots, m_N)$ とする。但し、 m_k はノード k のモードで(+)か(-)をとるものとする。 $k=2$ から始まっているのは $k=1$ のノードを基準ノードとするためである。このモード S に対応する系統状態を計算する手法は、従来の Newton-Raphson 法に Gauss-Seidel 法を加えた反復計算法である。

計算を行なうにあたっての初期値の問題や、(8), (9)式を用いたヤコビ行列の作成法および解法、フローチャートなどは、文献(3)に詳細に述べてあるので、ここでは省略する。

〈2.6〉 本手法の問題点 本章で述べた解析手法の問題点は、従来の Newton-Raphson 法において起こる解の発散ではなく、系統が特異であったり、負荷が重負荷になったり、ある指定モード S に解が物理的に存在しない場合などに、反復計算途中で、モード指定条件である(4)式や(6)式の根号の中が負になり計算をそれ以上進めることができなくなるという点である。第2図に示す3ノード系統で重負荷の場合を計算したのが第3図である。図中に示すように、収束遅速定数 α_k (文献(3)参照)をいくら小さくしても点Bで解が複素数となって計算が止まってしまう。この場合には、指定した負荷状態で物理的潮流解が存在するか否かを判別することができない。存在するならばそ

第2図 3ノードモデル系統
Fig. 2. 3-node model system.

第3図 $P, Q-k$ 曲線 (+, +) モード
Fig. 3. $P, Q-k$ curve (+, +) mode.

の潮流解を求め、存在しないならばそれを証明する必要がある。そこで、次の章で示すような複素数領域に計算領域を拡張する。

3. 複素数領域における潮流計算法

〈3.1〉 基本的考え方 この計算法は〈2.6〉節で述べたように、モード指定条件である(4), (6)式の根号内が負になっても計算を止めないで虚数として扱い強引に計算を続行させ、物理的な潮流平衡解が存在するならば実数に収束させ、存在しないならば虚数に収束させるという、解の存在にかかわらず P, Q を指定値にまで近づけて収束させることを目的とするものである。ここでは、極座標表示で計算を行なっているため、物理的に潮流解が存在する場合には、電圧値と位相角がそれぞれ実根をもち、物理的に潮流解が存在しない場合は電圧値と位相角がそれぞれ虚根をもつことになる。このようにすると物理的に潮流解が存在するか否かを容易に判別できる。

〈3.2〉 定式化およびプログラム化 まず、電圧を極座標表示する。

$$\dot{V}_k = V_k e^{j\delta_k} \quad \dots\dots\dots (10)$$

電圧の絶対値(電圧値) V_k , 位相角 δ_k をそれぞれ複素数と考えて、直交座標表示をすると次式のようになる。

$$V_k = V_{kR} + iV_{kI}, \quad \delta_k = \delta_{kR} + i\delta_{kI} \quad \dots\dots (11)$$

(11)式を(10)式に代入する。

$$\dot{V}_k = (V_{kR} + iV_{kI}) e^{j(\delta_{kR} + i\delta_{kI})} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ノード k から引き出される有効、無効電力も複素数で表示する。

$$\left. \begin{aligned} P_k &= P_{kR} + iP_{kI}, \quad Q_k = Q_{kR} + iQ_{kI} \\ P_k + jQ_k &= (P_{kR} + iP_{kI}) + j(Q_{kR} + iQ_{kI}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

これらの式において、虚数単位 j をもつ複素平面と虚数単位 i をもつ複素平面とは全く異なる平面であり、 $j \times i = -1$ とはならない。この計算は実数領域から出発するので、最初は $V_{k1}, \delta_{k1}, P_{k1}, Q_{k1}$ はすべて零である。そして計算途中で、あるノード k のモード指定条件の(4)式または(6)式の根号内が負になると $V_{k1} \neq 0, \delta_{k1} \neq 0$ となり、その過程が繰返されてすべてのノードの $V_{k1}, \delta_{k1}, P_{k1}, Q_{k1}$ が零でなくなる。

虚数になると、モード指定条件のうち電圧値に関する(4)式の根号や無効電力に関する(6)式の根号は、複素根号になり、根号のとり領域が問題となるが、これについては後で述べる。位相角に関する(5), (7)式は次のようになる。

(a) ノード k が P - Q 指定の場合—(5)式—
(3)式より次式を得る。

$$\begin{aligned} \cos \delta_k + j \sin \delta_k &= \{(P_k + G_k V_k^2) \\ &\quad + j(Q_k + B_k V_k^2)\} / V_k (I_{k1} - j I_{k2}) \\ \text{従って,} \\ \cos \delta_k &= \{I_{k1} (P_k + G_k V_k^2) - I_{k2} (Q_k \\ &\quad + B_k V_k^2)\} / V_k I_k^2 \\ \sin \delta_k &= \{I_{k1} (Q_k + B_k V_k^2) + I_{k2} (P_k \\ &\quad + G_k V_k^2)\} / V_k I_k^2 \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

また,

$$\begin{aligned} \cos (\delta_{kR} + i \delta_{kI}) &= \cos \delta_{kR} \cosh \delta_{kI} \\ &\quad - i \sin \delta_{kR} \sinh \delta_{kI} \\ \sin (\delta_{kR} + i \delta_{kI}) &= \sin \delta_{kR} \cosh \delta_{kI} \\ &\quad + i \cos \delta_{kR} \sinh \delta_{kI} \dots (15) \end{aligned}$$

(14)式と(15)式より次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \delta_{kR} &= \tan^{-1} \frac{\operatorname{Re}\{I_{k1}(Q_k + B_k V_k^2) * \\ &\quad + I_{k2}(P_k + G_k V_k^2)\} / V_k I_k^2}{\operatorname{Re}\{I_{k1}(P_k + G_k V_k^2) * \\ &\quad - I_{k2}(Q_k + B_k V_k^2)\} / V_k I_k^2} \dots \dots (16) \end{aligned}$$

$$\delta_{kI} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \dots \dots \dots (17)$$

但し,

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\operatorname{Im}\{I_{k1}(Q_k + B_k V_k^2) * \\ &\quad + I_{k2}(P_k + G_k V_k^2)\} / V_k I_k^2}{\operatorname{Re}\{I_{k1}(P_k + G_k V_k^2) * \\ &\quad - I_{k2}(Q_k + B_k V_k^2)\} / V_k I_k^2} \end{aligned}$$

(b) ノード k が P - V 指定の場合—(7)式—

$$\begin{aligned} \delta_{kR} &= \tan^{-1} \frac{\operatorname{Re}(I_{k2})}{\operatorname{Re}(I_{k1})} \\ &\quad + \tan^{-1} \frac{\operatorname{Re}(Q_k + B_k V_{ks}^2)}{\operatorname{Re}(P_k + G_k V_{ks}^2)} \dots \dots \dots (18) \end{aligned}$$

$$\delta_{kI} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta} + \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \dots \dots \dots (19)$$

但し,

$$\beta = \frac{\operatorname{Im}(I_{k2})}{\operatorname{Re}(I_{k1})}, \quad \gamma = \frac{\operatorname{Im}(Q_k + B_k V_{ks}^2)}{\operatorname{Re}(P_k + G_k V_{ks}^2)}$$

次に、この複素数領域の潮流計算法のプログラム化について述べる。前述したように、虚数単位 j をもつ複素平面と虚数単位 i をもつ複素平面を分離しなければならないが、第2章で述べた実数領域の計算の場合 V と δ を分離し独立して収束させているために、 j 平面は存在しないと考えてよい。従って、実数領域の計算プログラムに i 平面を新たに加えるだけでよい。

以上のような考えから、第2章で述べた実数プログラムを複素数化する場合、実部と虚部に分離独立させる必要はなく、実数プログラムの実変数を、そのまま複素変数に定義し直すだけでよい。つまり、 $V_k, \delta_k, P_k, Q_k, I_{k1}, I_{k2}, I_k$ などを $\hat{V}_k, \hat{\delta}_k, \hat{P}_k, \hat{Q}_k, \hat{I}_{k1}, \hat{I}_{k2}, \hat{I}_k$ とプログラム上定義する。関数も複素化するわけであるが、モード指定条件の位相角については(16)~(19)式を用いる。(8)式、(9)式の微小変動量に関する線形方程式の係数も、すべて複素変数に定義し直しても複素数の微分の定義から考えて、本計算の収束に関して何ら問題はない。

このようにすることによって、実数で計算を開始しそのまま実数に収束しても、また途中で虚数になって、そのまま虚数に収束したり、再び実数に収束しても問題なく計算を進めることができる。

反復計算は、基本的には電力 P, Q を零から出発して、徐々に指定値にまで増加させる方法をとっているが、無効電力 Q に関しては、近似初期値〔文献(3)参照〕によっては、零ではない値から出発する場合がある。収束判定条件は、 $\hat{V}_k, \hat{\delta}_k$ を用いて計算される潮流 $\hat{P}_k, \hat{Q}_k$ と指定値 P_{ks}, Q_{ks} との複素平面上での距離が次のように、ある指定値 ε 以下になれば収束と判定する。

$$\max_k \{ |P_{ks} - \hat{P}_k|, |Q_{ks} - \hat{Q}_k| \} < \varepsilon \dots \dots (20)$$

〈3・3〉 複素根号の扱い方 虚数領域では、モードを指定している条件式である(4)式、(6)式の根号の扱い方が問題となる。この難点を解決するため(4)式を次のように簡単に表わす。

$$V_k = \sqrt{A \pm \sqrt{B}} \begin{matrix} \textcircled{+} \\ \textcircled{-} \end{matrix} \dots \dots \dots (21)$$

(A, B は複素数)

外側の複素根号 $\textcircled{+}$ は、電圧値に関して実数解は当然正であるので、虚数解になっても、その実部は正であ

るように複素平面の右半平面をとるものとする。内側の根号①は、反復計算過程において、各ステップごとに(21)式の $\sqrt{B}$ の複素平面上の位置が連続的に変化するようにする。つまり、複素平面上において、 B は各ステップごとに原点を中心に回転するのであるがその回転に $\sqrt{B}$ も追従するように根号①を定義するのである。(6)式の根号も、(21)式の内側の根号①と同じものとする。

以上に述べたような複素根号を用いると、モード指定条件(21)式の B と $\sqrt{B}$ が第4図に示すように変化する場合があります。これは、反復計算の途中で B が正の実数から、(a)に示す負の実数になり、(b)～(d)と再び正の実数に戻る過程で、 $\sqrt{B}$ が(a)の正の純虚数から(b)～(d)と負の実数へ収束することを示している。つまり、収束した状態では $\sqrt{1} = -1$ となっているのである。そのために、あるノードのモード指定条件式は、計算開始時には $\sqrt{A - \sqrt{B}}$ (A, B は

第4図 複素数領域での根号の振舞い
Fig. 4. Behavior of complex root.

第5図 フローチャート
Fig. 5. Flowchart.

正の実数) と (-) モードであったのが、虚数領域へ入り再び実数に収束した時点で、 $\sqrt{A - (-\sqrt{B})} = \sqrt{A + \sqrt{B}}$ (A, B は正の実数) と (+) モードに変化することが起こり得る。従って、反復過程で実数領域から虚数領域へ入って再び実数に収束した解が得られた場合には、その実数解がどのモード指定条件を満足しているか確認する必要がある。

本章で述べた複素数領域における潮流計算法のフローチャートを示すと第5図のようになる。

4. 解析結果および考察

〈4.1〉 3 ノード系統 第2図に示したモデル系統で、3組の負荷について計算を行なった結果を第1表～第3表に示す。第1表の解は、すべて虚数解であり、第2表と第3表は、二つのモード S の解が実数解であり、残りの二つのモード S の解が虚数解である。第1表の解への収束の虚数領域での様子を第6図に示す。

次に、同じモデル系統を用いて、ノード③の負荷を固定して、ノード②の負荷を変化させたときの電圧多根解の変化の様子を第7図(a)～(d)に示す。軽負荷

第1表 3 ノードモデル系統の解(1)

Table 1. Solutions of 3-node model system (1).

モード S	ノード	V_i	δ_i
(+, +)	2	0.88040 + i0.17381	-0.68958 + i0.15225
	3	0.90586 + i0.12845	-0.57961 + i0.09841
(+, -)	2	0.61437 + i0.36207	-0.90499 + i0.51746
	3	0.40878 - i0.17350	-1.2261 - i0.26332
(-, +)	2	0.88040 - i0.17381	-0.68958 - i0.15225
	3	0.90586 - i0.12845	-0.57961 - i0.09841
(-, -)	2	0.61437 - i0.36207	-0.90499 - i0.51746
	3	0.40878 + i0.17350	-1.2261 + i0.26332

$P_2 = 6.0$, $P_3 = 4.0$, δ の単位は rad

第2表 3 ノードモデル系統の解(2)

Table 2. Solutions of 3-node model system (2).

モード S	ノード	V_i	δ_i
(+, +)	2	0.96407	-0.61507
	3	1.02162	-0.43664
(+, -)	2	0.63487 + i0.38478	-0.80568 + i0.52680
	3	0.30059 - i0.09723	-1.3073 - i0.13514
(-, +)	2	0.76847	-0.78849
	3	0.90409	-0.50684
(-, -)	2	0.63487 - i0.38478	-0.80568 - i0.52680
	3	0.30059 + i0.09723	-1.3073 + i0.13514

$P_2 = 6.0$, $P_3 = 3.0$, δ の単位は rad

第3表 3ノードモデル系統の解(3)

Table 3. Solutions of 3-node model system (3).

モード δ	ノード	V_i	δ_i
(+, +)	2	1.32059	-0.20069
	3	1.22961	-0.25460
(+, -)	2	0.85485	-0.33963
	3	0.28193	-1.1620
(-, +)	2	0.19691 - $i0.01025$	-1.2527 - $i0.01620$
	3	0.52684 + $i0.09002$	-0.74643 + $i0.13691$
(-, -)	2	0.19691 + $i0.01025$	-1.2527 + $i0.01620$
	3	0.52684 - $i0.09002$	-0.74643 - $i0.13691$

$P_2=2.0$, $P_3=3.0$, δ の単位は rad

の場合、解(実数解)は四つ存在するが、重負荷になると解は二つしか存在しなくなる。第7図(c), (d)では P_2 をどこにとっても解は二つしか存在しない。第1表に示す解は、第7図(c)において $P_2=6.0$ としたときの解(虚数解)で、第2表、第3表に示す解は、第7図(b)において、それぞれ $P_2=6.0$, $P_2=2.0$ としたときの解である。これらの図において重要なことは、 $\delta(+, +)$ モードと他のモード(ここでは $(-, +)$ または $(+, -)$ モード)との境界点 M が、ノード②の負荷 P_2 が極限となる点 L と一致せず、点 L よりも低いところにあることである。つまり、点 L と点 M の間の解は、 $(+, +)$ モード以外のモード(ここでは $(-, +)$ モードまたは $(+, -)$ モード)から計算は出発するが〈3・3〉節で述べたように、一度虚数領域へ入り、再び実数に収束する際に、 $(-)$ モードが

第6図 複素数領域における V, δ の収束状況
Fig. 6. Convergence behavior of V, δ in complex area.

$(+)$ モードに変化することによって、 $(+, +)$ モードの解になっているのである。点 M から点 L までの V をとる P_2 の値に対しては、 $(+, +)$ モードの解が二つ存在することになるのである。

今までは、全ての多根解をこのモードで分離できると考えていたのであるが、重負荷においては、 $(+, +)$ モードに解が二つ存在することから、完全に分

第7図 P_3 を一定にした P_2-V 曲線
Fig. 7. P_2-V curve with P_3 constant.

第 8 図 5 ノードモデル系統
Fig. 8. 5-node model system.

第 9 図 モードの性質を示す P - V 曲線
Fig. 9. P - V curve for the physical meaning of mode.

離することができないことがわかった。これを 5 ノード系統を用いて解析してみる。

〈4.2〉 5 ノード系統 第 8 図に示すモデル系統を用いる。ノード③, ④の負荷を $P_3=4.0, P_4=3.0$ に固定し, ノード⑤を $P_5=-4.0, V_5=1.01$ の P - V 指定にして, ノード②の負荷 P_2 を変化させたときの V_2 の多根解の様子を示したのが, 第 9 図の破線である。この曲線において, 点 B より上の部分が $(+, +, +)$ モードで点 B より下の部分が $(-, +, +)$ モードである。点 B と点 L との間の解は $(-, +, +)$ モードから計算を出発させて $(+, +, +, +)$ モードに収束した解である。ここで, この破線上の点 A, B, C, D, E において, その点を動作点として, それぞれノード③④⑤の電圧 (絶対値および位相角) を固定し, ノード②の無効電力 Q_2 も固定し, ノード②の

第 10 図 11 ノードモデル系統
Fig. 10. 11-node model system.

第 4 表 11 ノードモデル系統の接近解

Table 4. Two very near solutions of 11-node model system.

出 発 モード	$(+, +, +, +, +, +, +, +, +, +, +)$				$(+, -, +, +, +, +, +, +, +, +, +)$			
収 束 モード	$(+, +, +, +, +, +, +, +, +, +, +)$				$(+, +, +, +, +, +, +, +, +, +, +)$			
反 復 数	53 回				42 回			
ノード	V	δ	V	δ	V	δ	V	δ
2	0.7293	-0.6355	0.7204	-0.6431				
3	0.7191	-0.9993	0.7094	-1.0160				
4	0.8211	-0.9733	0.8140	-0.9875				
5	1.0500	-0.6946	1.0500	-0.7061				
6	0.8214	-0.9395	0.8140	-0.9530				
7	0.9066	-0.7849	0.9035	-0.7946				
8	0.9211	-0.5965	0.9198	-0.6043				
9	1.0375	-0.2662	1.0375	-0.2720				
10	0.9665	-0.3562	0.9644	-0.3611				
11	0.8921	-0.6765	0.8856	-0.6854				

収束判定レベル $\varepsilon=1.0 \times 10^{-6}$, δ の単位は rad

有効電力 P_2 を変化させたときの V_2 の様子を示したのが第 9 図の実線である。その実線の点 M より上側が $(+)$ モード, 下側が $(-)$ モードとしたのが第 2 章でのモードの定義である。従って, 点 A, B, C, D, E が点 M より上側にあるか下側にあるかで, ノード②の $(+), (-)$ モードを判定すると点 A は $(-)$ モード, 点 B は境界点で, 点 C, D, E は $(+)$ モードであることがわかる。つまり, 点 B より上側では, 全体としてのモードは $(+, +, +, +)$ モードで, 下側では $(-, +, +, +)$ モードなのである。

〈4.3〉 11 ノード系統 第 10 図にモデル系統を示す⁽²⁾。負荷状態は, 図の図中に示すとおりでノード③の有効電力 P_3 を変化させて接近解を求めてみたのが第 4 表である。このときの P_3 は $P_3=16.48$ であ

第 11 図 実数領域における $P, Q-k$ 曲線Fig. 11. $P, Q-k$ curve in real area. 第 12 図 複素数領域における P, Q の収束状況Fig. 12. Convergence behavior of P, Q in complex area.

る。この二つの解は、ともにすべてのノードが、(+)モードの解であるが、電圧値の低い方の解は、ノード③だけを(-)モードにして、残りのノードを全て(+)モードにして、つまり(+, -, +, +, +, +, +, +, +), モードから計算を出発させて、虚数領域に入り再び実数に収束した時点で、ノード③が(+)モードになった解である。この解への収束の様子を示す $P, Q-k$ 曲線が第 11 図と第 12 図である。第 11 図は実数領域での様子を示し、第 12 図は虚数領域へ入って再び実数に収束する様子を示している。この 11 ノードモデル系統のほか、3, 5 ノード系統のいずれも、接近解は安定に求まっている。

〈4.4〉考察 以上の解析結果から、重負荷になると、従来の方法で求められる解に非常に接近した解が存在するが、その解は、第 2 章で定義したモードから判別すると、すべてのノードで(+)モードを満足している。これは、すべてのノードの電圧を固定した

ときの $(\partial V_k / \partial P_k)$ がすべてのノードで負であることを意味する。ところが、すべてのノードの負荷状態 (P, Q) を固定したときには $(\partial V_k / \partial P_k)$ がすべてのノードで、正となることがわかる。これは、第 9 図の点 C, D に示すように、ノード 3~5 で電圧が一定に保たれる(実線)か、有効電力が一定に保たれる(破線)かによって、ノード 2 の $\partial V_2 / \partial P_2$ は正にも負にもなることからわかる。

第 1 章で、従来受電電圧の静的な電圧安定性は、受電端で $(\partial V_k / \partial P_k) < 0$ であれば安定であると判断されることが多いと述べた。この条件を用いると安定な解に接近した解は、あるノードで外乱がはいり電圧変動が起こっても、他のノードで電圧が一定に保たれればそのノードの電圧は安定であると判定される。しかし、他のノードの負荷電力 P, Q を一定値に維持しようとして電圧が変化した場合には、そのノードの電圧は不安定になると判定される。従って、 $(\partial V_k / \partial P_k)$ の正負だけで電圧安定性を判別することはできない。また実際には、負荷特性や電圧維持装置その他の制御装置の特性など、様々なものが影響するので、この接近解が単純に安定、不安定であると判別することはできずやはり、これら装置の動特性を考慮にとって判定を行なうべきである。

5. 結 論

本論文で示した手法を用いて解析を行なった結果次のことを明らかにした。

(1) 潮流平衡解が物理的に存在するならば実数解が求まり、存在しないならば虚数解が求まる。

(2) 電圧安定限界付近の接近解を安定に求めることができる。

(3) 系統の電圧安定性は、当然のことながら、各ノードにつながる機器の動特性を考慮にとらなければ判定することはできず、 $\partial V_k / \partial P_k$ の符号のみで判定する従来の方法は、誤った結論に到達する可能性がある。

最後に、本研究を進めるにあたって、文部省科学研究費の補助を得たことを付記し、関係各位ならびに貴重な御討論を賜った東京電力(株)技術研究所の皆様へ感謝の意を表す。

(昭和 54 年 9 月 22 日受付, 同 55 年 4 月 12 日再受付)

文 献

- (1) 高木・関根: 電学誌, 95, 17 (昭 50-1)
- (2) A. Klos, & A. Kerner: Proc. psc 5, 2, 3-1/8 (1975)
- (3) 朴・関根: 電学誌 B, 99, 245 (昭 54-4)