拡張した記述関数法によるサイリスタ回路の解析

正 員 丸 橋 徹 (神戸大)
 正 員 羽根田 博 正 (神戸大)
 准 員 青 野 義 和 (神戸大)

1. はじめに

周知のように、従来の記述関数⁽¹⁾は系に存在する交流基本波分に対して定義されたものであって、それによる解析結果は近似ではあるが、基本波分が支配的な系では、その交流基本波分に対しては良い結果が得られる。

一方、サイリスタ回路では、元来サイリスタが整流素子であるため、直流分の存在はさけられず、またサイリスタがスイッチ動作するので、通常高調波分の発生を伴うものである。そのうえ普通(逆阻止3端子)サイリスタはその電流が零(厳密には保持電流以下)になって消弧するので、その導通角が予めわからない場合が多く、これがこの種の回路解析を困難ならしめる一因となっている。

従って、上のような特性を持つサイリスタ回路に従来の基本波分のみを考慮した記述関数法を適用することは適当でなく、このような解析からその直流分、高調波分および導通角を算定することはできない。

ここに述べる記述関数法は、基本波分に加えて直流分⁽²⁾、高調波分の影響を考慮した方法で、具体的には従来の記述関数法を拡張して、非線形要素(ここではサイリスタ)の入出力側に存在する直流分の比、基本波分の比、および高調波分(影響の最も大きい高調波分を一つ選ぶ)の比をそれぞれ直流記述関数、基本波記述関数(従来の記述関数はこれに対応する)、高調波記述関数を定義して、これらをサイリスタ回路解析に適用しようとするものである。

本法によれば、サイリスタ回路に存在する基本波分のみならず、直流分および高調波分も求まるし、また

未知なるサイリスタの導通角も算定できるが、高調波分も考慮した場合は解析精度は高いが、やや計算が面倒になるきらいがある。一方、直流分と基本波分を考慮するだけで、かなり精度の高い近似解を得る場合が多い。よって本文では、まず解析の簡単な実用性の高い直流および基本波記述関数による方法⁽³⁾⁽⁴⁾について述べ、しかる後高調波記述関数をも用いた解析法について説明している。本文では整流回路、インバータ、ACレギュレータ回路など幾つかの回路形式の異なるサイリスタ回路を例題として、本法を説明し、得られた結果について種々検討している。

2. 理 論

〈2・1〉 拡張した記述関数 ここていう拡張した記述関数というのは、従来の記述関数の考え方の自然な拡張であり、非線形要素の入力として従来のように基本波分ただ一つだけを考えるのではなく、これに更に直流分と適当に選ばれた一つの高調波分を考え、これら三つの異なった周波数成分が同時に非線形要素に加わったときの同一周波数成分についての入出力比をもって定義する。但しここで選ばれる高調波分は、解析しようとするサイリスタ回路の動作に最も大きな影響を与える次数のものとする。

すなわち、図1のように、非線形要素 N の入力を $u(t)$ とし、 $u(t)$ を直流分 $\bar{U}$ と、振幅 U_m 、角周波数 ω なる基本波分、および振幅 U_{mk} の第 k 調波分の3成分の和として

$$u(t) = \bar{U} + U_m \sin \omega t + U_{mk} \sin(k\omega t + \xi) \dots (1)$$

とする。このとき非線形要素 N の出力 $r(t)$ をフーリエ級数展開すれば

$$r(t) = \bar{R} + R_m \sin(\omega t + \lambda) + R_{m2} \sin(2\omega t + \lambda_2) + \dots$$

Fig. 1. Nonlinear element N .

Analysis of Thyristor Circuit by Modified Describing Function Method. By Toru Maruhashi, Member, Hiromasa Haneda, Member, Yoshikazu Aono, Associated (Department of Electrical Engineering, Kobe University).

丸橋 徹: 正員, 神戸大学工学部
 羽根田博正: 正員, 神戸大学工学部
 青野義和: 准員, 神戸大学工学部

$$+R_{mk} \sin(k\omega t + \lambda_k) + \dots \quad (2)$$

このとき各記述関数を次のように定義する。

$$\left. \begin{array}{l} \text{直流記述関数; } N_0 \triangleq \bar{R}/\bar{U} \\ \text{基本波記述関数; } N_1 \triangleq R_m e^{j\lambda}/U_m \end{array} \right\} \quad (3)$$

高調波記述関数 (第 k 調波に対する);

$$N_k \triangleq R_{mk} e^{j(\lambda_k - \phi)}/U_{mk} \quad (4)$$

さて一般にサイリスタ回路の動作はほとんど直流分と基本波分で決まることが多く、かつ第4章で述べるように高調波分を考慮した解析は精度は高いが、幾分計算が複雑となるので、実用上は直流および基本波記述関数を用いた解析が有用と思われる。よって以下まずこれについて述べ、しかる後高調波記述関数をも用いた解析について説明しよう。

〈2.2〉 サイリスタの直流および基本波記述関数

まずサイリスタ素子そのものを理想スイッチと見なし、その特性を記述関数で表わすことも考えられるが⁽⁵⁾、出力に多くの高調波分が含まれ、誤差が多いので、直列リアクトルを含んだ形で記述関数を定義するのが得策である⁽⁴⁾⁽⁶⁾。

図2のように直列にリアクトル L を含むサイリスタを考え、 e_s, i を定める。電圧 $e_s(t)$ を入力とみなし、それを直流分を含んだ正弦波と考え、電流 $i(t)$ を出力としたときの L を直列に含むサイリスタの直流および基本波記述関数を、前節の定義に基づいて以下に求めよう。

(a) 直流および基本波記述関数 $e_s(t)$ を入力とし、直流分を含んだ正弦波と仮定し、その直流分を $\bar{E}_s$ 、交流基本波振幅を E_{sm} とすると

$$e_s(t) = \bar{E}_s + E_{sm} \sin \omega t \quad (5)$$

となる。このとき図3のように出力 $i(t)$ は点弧角 α' から流れ始め、 $\omega t = \alpha' + \gamma$ までの期間正方向に流れ、負方向へはその整流特性のため流れない。従って γ の期間以外は零となり、次式で表わされる。

図2 直列に L を含むサイリスタ

Fig. 2. Thyristor containing reactor L in series.

図3 e_s と i の波形

Fig. 3. Waveforms of e_s and i .

$$i(t) = \begin{cases} \{E_{sm}(\cos \alpha' - \cos \omega t) + \bar{E}_s(\omega t - \alpha')\}/(\omega L) & (\alpha' \leq \omega t \leq \alpha' + \gamma) \\ 0 & (\text{他の期間}) \end{cases} \quad (6)$$

$$\omega t = \alpha' + \gamma \text{ で } i(t) = 0$$

となる条件から、(6)式より

$$\bar{E}_s/E_{sm} = \{\cos(\alpha' + \gamma) - \cos \alpha'\}/\gamma \quad (7)$$

(6)式をフーリエ展開し、(7)式を用いて整理すれば

$$i(t) = \bar{I} + I_m \sin(\omega t + \lambda) + \dots + I_{mk} \sin(k\omega t + \lambda_k) + \dots \quad (8)$$

となる。ここで

$$\begin{aligned} \bar{I} &= \gamma \bar{E}_s [\sin \alpha' - \sin(\alpha' + \gamma) \\ &\quad + \gamma \{\cos \alpha' + \cos(\alpha' + \gamma)\}/2] / \\ &\quad \{2\pi \omega L [\cos(\alpha' + \gamma) - \cos \alpha']\} \\ I_m e^{j\lambda} &= E_{sm} \left\{ [\cos(\alpha' + \gamma) - \cos \alpha'] \{e^{-j\alpha'} - e^{-j(\alpha' + \gamma)}\} / \gamma + \{e^{-j\alpha'} \sin \alpha' - e^{-j(\alpha' + \gamma)} \sin(\alpha' + \gamma)\} \right. \\ &\quad \left. + \gamma\} / 2 \right\} / (\pi j \omega L) \end{aligned} \quad (9)$$

このとき、(3)式の定義により、求めるサイリスタの (L を含めての) 直流記述関数 $N_0(\alpha', \gamma)$ 、基本波記述関数 $N_1(\alpha', \gamma)$ は、それぞれ次のようになる。

$$\begin{aligned} N_0(\alpha', \gamma) &= \bar{I}/\bar{E}_s = [\sin \alpha' - \sin(\alpha' + \gamma) \\ &\quad + \gamma \{\cos \alpha' + \cos(\alpha' + \gamma)\}/2] \\ &\quad \times \gamma / [2\pi \omega L \{\cos(\alpha' + \gamma) - \cos \alpha'\}] \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_1(\alpha', \gamma) &= I_m e^{j\lambda}/E_{sm} \\ &= \{ [\cos(\alpha' + \gamma) - \cos \alpha'] \{e^{-j\alpha'} - e^{-j(\alpha' + \gamma)}\} / \gamma + \{e^{-j\alpha'} \sin \alpha' - e^{-j(\alpha' + \gamma)} \sin(\alpha' + \gamma)\} \\ &\quad + \gamma\} / 2 \} / (\pi j \omega L) \quad (11) \end{aligned}$$

このように直流および基本波記述関数は点弧角 α' 、導通角 γ およびアドミタンス $1/(j\omega L)$ によって表わされる。ここで直流記述関数 N_0 にも ωL という交流成分が含まれており、解析に際しても後述のように、(7)式のような直流系と、基本波系をつなぐ式が必要で、両者が独立でないことが本解析法の特長の一つである。

(b) 記述関数における点弧角 α' 今まで用いて来た点弧角 α' は、 $e_s(t)$ の時間原点から測ったものであった。しかし、一般に実用上、点弧角は交流電源 $e_i(t)$ の時間原点を基準とした α で与えられ、図4のように α と α' の間には、 e_s と e_i の位相差 ϕ だけの差がある。すなわち

図 4 e_i と e_s の位相差

Fig. 4. Phase difference between e_i and e_s .

$$\alpha = \alpha' - \varphi \dots \dots \dots (12)$$

いま、 $e_s(t)$ の交流基本波分、および $e_i(t)$ のベクトル（フェーザ phasor）をそれぞれ $\hat{E}_s, \hat{E}_i$ （以下 $\hat{A}$ は A の交流基本波ベクトルとする）とすると一般に

$$\hat{E}_s = M(j\omega, \alpha', \gamma) \hat{E}_i \dots \dots \dots (13)$$

の関係が成立する。但し、 $M(j\omega, \alpha', \gamma)$ は系の各部の周波数伝達関数と、サイリスタの基本波記述関数 $N_1(\alpha', \gamma)$ より導かれたものである（詳しくは〈2・3〉節の解析手順で述べる）。従って φ は

$$\varphi = \angle[M(j\omega, \alpha', \gamma)] \dots \dots \dots (14)$$

となる。但し、 $\angle[A]$ は A の位相角を表わす。よって(12)式は次のようになる。

$$\alpha = \alpha' - \angle[M(j\omega, \alpha', \gamma)] \dots \dots \dots (15)$$

(c) サイリスタと直列な L について 以上では、サイリスタと直列に L を仮定して記述関数を求めてきたが、一般にこの L として如何なるものを採用すればよいのであろうか。これには幾つかの方法が考えられるが、ここでは次のような方法を用いる⁽⁶⁾。すなわち、サイリスタの負荷側のインピーダンスをラプラス変換形で表現して $Z(s)$ とおき、 $Z(s)$ を s について次のようなべき級数に展開し

$$\begin{aligned} Z(s) &= a_0 s + a_1 + a_2 s^{-1} + a_3 s^{-2} + \dots \\ &\triangleq a_0 s + Z'(s) \dots \dots \dots (16) \end{aligned}$$

とすれば、 a_0 をサイリスタと直列な L 、 $Z'(s)$ を新たな負荷とみなせばよい。

〈2・3〉 解析手順 以上のようにして得られた記述関数を用いて、次の手順で回路解析を行なう。

(1) 直列に L を含むサイリスタを記述関数 N で置き換え、すべての枝特性、電圧、電流をラプラス変換形で表示する（但し、前節(c)の手法を用いたときは、負荷の枝特性は、実際の負荷インピーダンス $Z(s)$ ではなく、(16)式で表わされる $Z'(s)$ を用いる）。次に枝特性、キルヒホッフの電圧則 (KVL)、電流則 (KCL) より電圧、電流に関する連立方程式をつくる。

(2) (1)での連立方程式において、 $s=0$ とおき、直流分に対する式に改める。このとき、サイリスタ部の記述関数 N としては、(10)式で与えられる $N_0(\alpha', \gamma)$ を用いる。

(3) (1)での連立方程式において、 $s=j\omega$ とおき、

基本波分に対する式に改める。このとき、サイリスタ部の記述関数 N としては、(11)式で与えられる $N_1(\alpha', \gamma)$ を用いる。このようにして得られた基本波系の諸式より、 $\hat{E}_s, \hat{E}_i$ 以外の変数を消去すれば、先の(13)式の $M(j\omega, \alpha', \gamma)$ を導くことができる。

(4) (2), (3)で得られた連立方程式に(7), (15)式を加えれば、条件式と変数の数が一致し、解を得ることができる。実際にこれを解くには、まず α' と γ を求める必要があるが、その具体的手順は、回路の性質により、次の三つの場合に分かれる。

(i) 回路に直流、交流電源がともに含まれるときは、(2)で得られた直流系の諸式と(3)で得られた基本波系の諸式と(7)式を連立して、 α' と γ 以外の変数を消去すれば、 α' と γ に関する方程式が得られ、これと(15)式より α' と γ を求める。

(ii) 回路に含まれる電源が交流だけなら、(2)で得られた直流系の連立方程式で定数項はなく、零解以外の有意解を持つためには、直流記述関数 $N_0(\alpha', \gamma)$ を含む係数行列式が零となることが必要で、これと(15)式を連立させて α' と γ を求める。

(iii) 回路に含まれる電源が直流だけなら、(3)で得られた基本波系の複素連立方程式で定数項はなく、零解以外の有意解を持つためには、基本波記述関数 $N_1(\alpha', \gamma)$ を含む複素係数行列式が零となることが必要で、これより α' と γ を求める。但し、このときは直流電源のみであるので、点弧角 α はその意味を失ない、(15)式は不要である。

(5) α' と γ が求まれば、記述関数 $N_0(\alpha', \gamma)$ 、 $N_1(\alpha', \gamma)$ の値が定まり、直流系、基本波系の諸式の係数が決定できたことになり、これらの連立線形方程式より簡単に各枝の直流分、基本波分が求まる。

3. 例 題

直流および基本波記述関数による解析法が、一般のサイリスタ回路の解析に適用できることを示すために各種の回路を解析し、真値（状態変数法による解、またはデジタルシミュレーション⁽⁷⁾による結果と真値とみなす）と、比較検討する。

〈3・1〉 単相半波整流回路 まず最も基本的な、図5に示すような直流電源 E_0 と交流電源 e_i をともに含む RL 直列負荷半波整流回路を例として、本法の適用方法を説明する。ここでサイリスタは、点弧角 α で位相制御されているものとする。図のように変数を選び、〈2・3〉節で示した解析手順 (α' と γ の求め方は、(4)の(i)の手法による)で解析を行なう。まず直列リアクトル L を含むサイリスタを記述関数 N で置

図 5 交直両電源を含む RL 負荷半波整流回路
Fig. 5. Half-wave rectifier circuit containing AC and DC source with RL load.

き換え, すべての枝の電圧, 電流をラプラス変換形で表示し, 枝特性, KVL, KCL より回路方程式を立てると

$$NE_s(s) - I(s) = 0, \quad RI(s) - E_R(s) = 0$$

$$E_s(s) + E_R(s) = E_i(s) + E_0(s)$$

次に, $s=0$ または $j\omega$ と置き, N を $N_0(\alpha', \gamma)$, あるいは $N_1(\alpha', \gamma)$ と置き換え, 直流系および基本波系の諸式をたてると

$$\left. \begin{aligned} \text{直流系;} \quad N_0(\alpha', \gamma) \bar{E}_s - \bar{I} &= 0 \\ R\bar{I} - \bar{E}_R = 0, \quad \bar{E}_s + \bar{E}_R &= E_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{基本波系;} \quad N_1(\alpha', \gamma) \hat{E}_s - \hat{I} &= 0 \\ R\hat{I} - \hat{E}_R = 0, \quad \hat{E}_s + \hat{E}_R &= \hat{E}_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

まず, (17) 式より $\bar{E}_s$ について解けば

$$\bar{E}_s = E_0 / \{1 + N_0(\alpha', \gamma)R\} \dots\dots\dots (19)$$

(18) 式より $\hat{E}_s$ について解けば

$$\hat{E}_s = \hat{E}_i / \{1 + N_1(\alpha', \gamma)R\} \dots\dots\dots (20)$$

(20) 式の絶対値をとれば

$$E_{sm} = |\hat{E}_s| = E_{im} / \{1 + N_1(\alpha', \gamma)R\} \dots\dots\dots (21)$$

(19), (21) 式を (7) 式に代入すれば

$$\frac{\{1 + N_0(\alpha', \gamma)R\} \{\cos(\alpha' + \gamma) - \cos\alpha'\}}{|1 + N_1(\alpha', \gamma)R|\gamma} = E_0/E_{im} \dots\dots\dots (22)$$

また, (20) 式より (15) 式は

$$\alpha = \alpha' - \angle \{1 / \{1 + N_1(\alpha', \gamma)R\}\} \dots\dots\dots (23)$$

となる。点弧角 α および E_0, E_{im} を既知とすれば, (22), (23) 式より α' と γ を求めることができる。

さて, 特に直流電源 E_0 が零の場合について考える。このとき (17) 式より (19) 式を導くことが不可能になる。このときは, <2・3> 節解析手順の (4) の (ii) で述べたように (17) 式の係数行列を零とおいた関係を用いる。すなわち

$$\Delta = \begin{vmatrix} N_0(\alpha', \gamma) & -1 & 0 \\ 0 & R & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 + N_0(\alpha', \gamma)R = 0 \dots\dots\dots (24)$$

これと (23) 式より, α' と γ について解けばよい。

以上のようにして α' と γ を求めれば, $N_0(\alpha', \gamma)$,

$N_1(\alpha', \gamma)$ は定数となり, (7), (17) および (18) 式より直ちに解を得ることができる。

以上のようにして得た記述関数による解析結果 (以下単に解析結果と称す) と状態変数法による真解との比較を図 6 に示す。(a) 図では直流電源 E_0 の値 (直流電源 E_0 の値と交流電源の振幅 E_{im} との比 $m \triangleq E_0/E_{im}$) をパラメータとした場合の α と γ の関係を, (b) 図は E_0 を零 (m を零) としたときの α と $\gamma, \bar{I}, I_m$ の関係を示すが, いずれの場合も高い精度で解析できることがわかる。

<3・2> サイリスタ・レオナード 図 7 のような三相半波整流回路で, 他励直流電動機 M を位相制御するサイリスタ・レオナード系を考える⁽⁸⁾。但し, 電動機は次のような特性をもつものとする。

$$\text{運動方程式;} \quad J d\omega_m/dt + B\omega_m = T$$

$$\text{トルク;} \quad T = K_m i_a, \quad \text{逆起電力;} \quad e_a = k_m \omega_m$$

(ここで, J, B, K_m は定数とする)

さて各相サイリスタは同時に働くことはなく, それぞれ独立に動作するものとすれば, すなわち負荷電流 i_a が不連続であると仮定すれば, 図 7 を図 8 で置き換えることができる。そこで L_a をサイリスタに含めて

(a) E_0 を変えたときの α と γ の関係

(b) E_0 を含まないときの α と $\gamma, \bar{I}, I_m$ の関係

図 6 図 5 の解析結果

Fig. 6. Results of analysis of Fig. 5.

Fig. 7. Thyristor Leonard circuit.

Fig. 8. Equivalent circuit of Fig. 7.

記述関数を定義し、かつ各相サイリスタが対称動作をするものとするれば、先の〈3・1〉節と同様に解析することができる。

解析結果とデジタルシミュレーションによる結果(真値とする)を図9に比較する。但し、図は負荷電流 i_a の不連続域、すなわち $\gamma \leq 2\pi/3$ の範囲における点弧角 α と γ および電動機の機械角速度 ω_m の平均値(直流分) ω_m との関係を示したものであり、計算に用いた回路定数は図中に記してある(なお、図中の I_{am3} は〈4・2〉節(b)で述べる電流リップル分(第3調波振幅)である)。図示のとおり、この場合も本法による結果は、きわめて精度の高いものであることがわかる。また本法により負荷電流 i_a の導通角 $\gamma=2\pi/3$ (すなわち i_a の連続、不連続の臨界点)となる点弧角と電機子インダクタンス L_a の臨界値 L_{ac} の関係を求めることができ、図10はそれを示すが、この場合も真値との差はほとんどない。これより各点弧角 α に対する負荷電流と連続すべき $L_a (> L_{ac})$ の範囲がわ

図9 α と $\gamma, \omega_m, I_{am3}$ の関係
Fig. 9. Relationship between α and $\gamma, \omega_m, I_{am3}$.

図10 α と臨界リアクトル L_{ac} の関係

Fig. 10. Relationship between α and critical reactor L_{ac} .

かる。次に負荷電流の連続域では、図7と図8は等価でなくなり、上記のような解析法は適用できないが、この場合は、多相整流回路における負荷電圧 e_d の直流分(平均値) $\bar{E}_d$ についての周知の次の関係

$$\bar{E}_d = 3\sqrt{3} E_{im} \cos \alpha / (2\pi) \quad (25)$$

をもとにして、近似的に解析できる(ここで α は、通常用いられる線電圧の零点より測ったものである)。但し(25)式は付録1に示すように、(7)式で $\gamma=2\pi/3$ とおくことにより、導出できる。

〈3・3〉 直列インバータ 次に直流電源により駆動される回路例として、図11のような直列インバータ⁽⁹⁾を考える。この場合も L をサイリスタに含め、〈2・3〉節(4)の(Ⅲ)の解析手順に従って解析できる。サイリスタが対称動作しているとする、交流系の複素係数行列式は

$$\Delta = 1 + \{2R + 2/(i\omega C)\}$$

図11 直列インバータ

Fig. 11. Series inverter.

図12 μ と γ の関係

Fig. 12. Relationship between μ and γ .

$$-j\omega M\}N_1(\alpha', \gamma)=0 \dots\dots\dots(26)$$

となり、これより α' と γ を解き出すことができる。図 12 にゲートトリガ周波数 ω と直列共振周波数 ω_n ($\omega_n=\sqrt{1/(LC)}-\{R/(2L)\}^2$) との比 μ を変化させたときの導通角 γ について、真値と解析結果 (図中の解析結果 A がそれである。なお解析結果 B は〈4・2〉節 (c) で述べる高調波分を考慮した場合である) を比較する。本法では、予め動作モードを予想することなく従来解析が困難であった強制転流域 (重複動作域) の解析も、自然転流域と全く同様に計算でき、リアクトルが相互インダクタンス M を持つ場合も同様に計算できる。また、 $\mu>1$ の領域で転流失敗を起す現象も観察できる。ここで転流失敗とは導通角 γ が 2π を越えることとし、その安定限界を与える μ は、 $M=0$ のとき解析結果は 1.31、真値は 1.30、 $M=0.4L$ のとき解析結果は 1.66、真値は 1.60 であり、図は転流失敗寸前までを示しており、その後はグラフが急激に立ち上がる。

〈3・4〉 AC レギュレータによる三相誘導電動機の駆動⁽¹⁰⁾ 図 13(a) は、逆並列サイリスタ対の AC レギュレータによる一次電圧制御方式の三相誘導電動機駆動系を示す。(b) 図は誘導電動機を二次を一次に換算した等価モデル Z で置き換えたものである。

さて逆並列サイリスタ対では、正逆サイリスタが同時に点弧することはないので、図 14 のように (a) 図の回路構成を (b) 図に等価変換し、直列の L をそれぞれのサイリスタに含めて記述関数を定義して本法を適用する。但し、ここでの L は図 13(b) の点線で囲

図 14 逆並列サイリスタ対の等価変換
Fig. 14. Equivalent transformation of thyristors in opposite parallel.

図 15 すべり s と γ 、固定子電流基本波振幅 I_{sm} の関係
Fig. 15. Relationship between slip s and γ , AC fundametal component I_{sm} of stator current.

まれた負荷インピーダンス Z を、〈2・2〉(c) 節の手法で求めた a_0 である。図 15 に解析結果とデジタルシミュレーションによる真解との比較を示す (ここでは各サイリスタは対称動作をするものとする)。

4. 直流、基本波および高調波記述関数による解析

〈4・1〉 サイリスタの直流、基本波および高調波記述関数 高調波をも考慮した場合も〈2・2〉節と同様に求めることができる。いま、高調波としては第 k 調波を考え、入力 $e_s(t)$ として

$$e_s(t)=\bar{E}_s+E_{sm}\sin\omega t+E_{sk}\sin(k\omega t+\xi) \dots\dots\dots(27)$$

を印加したとき、出力 $i(t)$ は次のようになる。

$$i(t)=\begin{cases} [\bar{E}_s(\omega t-\alpha') + E_{sm}(\cos\alpha' - \cos\omega t) + E_{sk}\{\cos(k\alpha'+\xi) - \cos(k\omega t + \xi)\}]/k/(\omega L) & (\alpha' \leq \omega t \leq \alpha' + \gamma) \\ 0 & (\text{他の期間}) \end{cases} \dots\dots\dots(28)$$

$\omega t=\alpha'+\gamma$ で $i(t)=0$ となる条件より

$$\bar{E}_s\gamma + E_{sm}\{\cos\alpha' - \cos(\alpha'+\gamma)\}$$

図 13 ACレギュレータで制御される誘導電動機
Fig. 13. Induction motor controlled by AC regulators.

$$+E_{smk}[\cos\{k\alpha'+\xi\}-\cos\{k(\alpha'+\gamma)+\xi\}]/k=0 \dots\dots\dots(29)$$

(28)式をフーリエ展開し、(3)、(4)式の定義により、求めるサイリスタの直流記述関数 $N_0(x)$ 、基本波記述関数 $N_1(x)$ および高調波（第 k 調波）記述関数 $N_k(x)$ は、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} N_0(x) &= \frac{1}{2\pi\omega L} \left(B_1 + \frac{B_2 E_{sm}}{\bar{E}_s} + \frac{B_3 E_{smk}}{\bar{E}_s} \right) \\ N_1(x) &= \frac{1}{2\pi\omega L} \left(\frac{B_4 \bar{E}_s}{E_{sm}} + B_5 + \frac{B_6 E_{smk}}{E_{sm}} \right) \\ N_k(x) &= \frac{e^{-j\xi}}{2\pi k\omega L} \left(\frac{B_7 \bar{E}_s}{E_{smk}} + \frac{B_8 E_{sm}}{E_{smk}} + B_9 \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(30)$$

ここで、

$$\begin{aligned} x &= (\alpha', \gamma, \xi, \bar{E}_s, E_{sm}, E_{smk}) \\ B_1 &= \gamma^2/2 \\ B_2 &= \gamma \cos \alpha' - \sin(\alpha' + \gamma) + \sin \alpha' \\ B_3 &= \gamma \cos(k\alpha' + \xi)/k - \{\sin\{k(\alpha' + \gamma) + \xi\} - \sin(k\alpha' + \xi)\}/k^2 \\ B_4 &= j2\{e^{-j(\alpha'+\gamma)} - e^{-j\alpha'}\} \\ B_5 &= -\{e^{-j2(\alpha'+\gamma)} - e^{-j2\alpha'}\}/2 - j\gamma \\ B_6 &= -\{e^{-j[(k+1)(\alpha'+\gamma)+\xi]} - e^{-j[(k+1)\alpha'+\xi]}\}/(k+1) \\ &\quad - \{e^{j[(k-1)(\alpha'+\gamma)+\xi]} - e^{j[(k-1)\alpha'+\xi]}\}/(k-1) \\ B_7 &= j2\{e^{-jk(\alpha'+\gamma)} - e^{-jk\alpha'}\}/k \\ B_8 &= -\{e^{-j(k+1)(\alpha'+\gamma)} - e^{-j(k+1)\alpha'}\}/(k+1) \\ &\quad + \{e^{-j(k-1)(\alpha'+\gamma)} - e^{-j(k-1)\alpha'}\}/(k-1) \\ B_9 &= -\{e^{-j(2k(\alpha'+\gamma)+\xi)} - e^{-j(2k\alpha'+\xi)}\}/(2k)e^{j\gamma j\xi} \end{aligned}$$

〈2・2〉節(b)、(c)については全く同様であり、また解析手順については、〈2・3〉節で述べた手順の1部を次のように変更する。

(i) 直流系、基本波系の諸式だけでなく、ラプラス変換形の回路方程式で、 $s=jk\omega$ とおくことにより、新たに高調波系の諸式も導出する。このとき一般に高調波系の連立方程式では定数項はないから、零解以外の有意解を持つためには、高調波記述関数 $N_k(x)$ を含む複素行列が零となる必要がある。

(ii) 〈2・3〉節では(7)式を用いているが、ここでは(7)式の代わりに(29)式を用いる。また各記述関数としては、(30)式で与えられるものを用いる。

以上のことを考慮すれば、先の手順と同様にして解析を行なうことができる。

〈4・2〉 解析例

(a) 単相半波整流回路 一般に図5に示すような整流回路において負荷力率角 $\phi(=\tan^{-1}(\omega L/R))$ が小さくなるほど回路の低域ろ波性が劣下し高調波成分

図 16 図5の解析結果 A, B と真値との比較

Fig. 16. Comparison of analytical result A, B and true value of Fig. 5.

が多くなり、直流および基本波記述関数による解析では誤差が増えることが予想される。図16は ϕ が小さい場合について、直流および基本波記述関数による解析結果（解析結果 A）と直流、基本波および第2調波記述関数による解析結果（解析結果 B）を図5の回路（但し $E_0=0$ の場合）について比比較したものである。解析結果 A に比べ B の方がかなり小さいところまで精度よく解析できることがわかる。

(b) サイリスタレオナード〈3・2〉節の図7で述べたサイリスタレオナードにおいては、 $\gamma, \omega m_0$ ともに高精度で解析できている。しかし、負荷電流 i_a 等負荷側の諸量は、直流分および第3調波とその倍数調波成分のみを含み、交流基本波分はなく、主たる交流成分は第3調波となる。よって負荷の交流分（つまりリップル分）を算定する場合には、直流、基本波および第3調波記述関数により解析する必要がある。これにより求めた i_a の第3調波振幅 I_{a3} とディジタルシミュレーションによる結果（真値）を図9に比較してある。図よりこの場合も高精度で解析できることがわかる。なお $\gamma, \omega m_0$ については、この場合は第3調波を考慮してもしない場合と精度はほとんど変わらない。

(c) 直列インバータ〈3・3〉節で述べた図11のような直列インバータでは、 μ が小さくなるほど、サイリスタの非導通期間が長くなり、そのため回路の高調波成分が多くなり、図12でもわかるように、直流および基本波記述関数による解析では誤差が増える。この回路では両サイリスタは対称動作をしているので負荷側には偶数調波は存在せず、その結果サイリスタの入力側には偶数調波はなく、高調波としては最も影響

の大きい第3調波を考えればよい。従って直流、基本波および第3調波記述関数によりこの回路を解析することができ、 $M=0$ の場合についての解析結果が図中の解析結果Bである。図より第3調波を考慮することにより、大幅に精度が向上することがわかる。

5. む す び

本文では直流分と高調波分を考慮した記述関数法の理論とそのサイリスタ回路解析への応用について述べた。また解析を組織的に行なうための手順を整理した形で示し、種々回路形式の異なる例題について、具体的にその解析手法を説明した。本記述関数法の特徴を要約すると次のようである。

(1) ここでの記述関数は、サイリスタ素子そのものに対してではなく、直列リアクトルを含めた形で定義されており、このことにより高調波に起因する解析誤差は減少している。

(2) 記述関数は点弧角と導通角との関数として与えられ、導通角は未知数として、交流(直流)電源回路なら、直流分(基本波分および高調波分)に対する連立回路方程式の係数行列式より容易に求められる。

(3) 回路の直流分に対する連立方程式系と交流基本波分および高調波分に対する連立方程式系はそれぞれ独立に存在するのではなく、お互いに関係し合っている。

(4) 状態変数法を始めとする多くの解析手法では解析に先き立ってサイリスタ回路の動作モードを予想しておく必要があったが、本法ではある程度その必要がない。また転流失敗によるサイリスタ回路特有の不安定現象などを説明できる場合もある(〈3・3〉節参照)。

(5) 本法の解析精度については、直流および基本波記述関数を考慮するだけで、かなり精度の高い近似解が得られる場合が多く、実用上このような方法が有用と思われるが、ただ回路の高調波含有率が増えるに従って(例えば負荷力率角が小さくなるにつれて)、その精度は下がる。このような場合には高調波記述関数をも使用すれば、幾分計算が面倒になるが、その精度の向上をはかることができる。本文では最も影響の大きい高調波分をただ一つだけ考えた場合について述べたが、更に幾つかの高調波分を同時に考慮したより精度の高い記述関数法に本法を拡張することができる。

本法はまた逆導通サイリスタを含む回路の解析などにも適している⁽¹¹⁾、本法のサイリスタ回路設計への応用も⁽¹²⁾考えられるが、紙面の都合もあるので、別の機会に譲りたい。

終りに望み、本研究に種々御協力頂いた卒業生 奥野

敦氏(神鋼電機(株))、加藤泰雄氏(鯖江市役所)、天野秀昭氏(松下電工(株))、加納弘一氏(富士通テン(株))に深く感謝の意を表わす次第である。

(昭和55年4月24日受付、同56年4月1日再受付)

文 献

- (1) 例えば、J.E. Gibson: *Nonlinear Automatic Control* (1963) McGraw-Hill
- (2) 丸橋、他:「拡張した Describing Function による非対称要素を持つ制御系の解析」、電学誌, 78, 733 (昭 33-6)
- (3) 青野、他:「直流分を考慮した改良形記述関数によるサイリスタ回路の解析」、半導体電力変換研究 SPC 80-4 (昭 55-2)
- (4) 村井、他:「サイリスタで制御される誘導機の直流制動特性の記述関数法による解析」、電学論 B, 101, 9 (昭 56-1)
- (5) H. Haneda, et al.: *Proc. of 2nd IFAC Symposium on Power Electronics and Electrical Drives* (Düsseldorf, W. Germany) 127 (1977-10)
- (6) 村井、他:「記述関数法のサイリスタ回路の解析」、電学論 B 95, 177 (昭 50-4)
- (7) 羽根田、他:「タブロー法によるサイリスタ回路のデジタルシミュレーション」、電学論 B, 99, 433 (昭 54-7)
- (8) Fitzgerald, et al.: *Electric Machinery* (1971) McGraw-Hill
- (9) 例えば、宮入:「SCR ハンドブック」, 213 (昭 41) 丸善
- (10) Dewan, et al.: *Power Semiconductor Circuit* (1975) John Wiley & Sons
- (11) 青野、他:「直流分を考慮した記述関数による逆導通サイリスタ回路の解析」、昭 55 電氣学会全大 No. 428
- (12) 丸橋、他:「周波数領域における解析(I) 記述関数法による解析」、昭 55 電氣関係学会関西支部連大 S 4-3

付 録

1. (7)式から(25)式の導出 負荷電流連続域では、サイリスタの転流動作は不連続域での自然転流とは異なり、電源転流となる。すなわち連続域では $\gamma=2\pi/3$ の時点で、相降る相のサイリスタが同時にオンして、相間短絡を起すことにより転流するので、もはや導通角 γ は未知数でなくて、 $\gamma=2\pi/3$ に固定される。もちろん $\gamma=2\pi/3$ の転流時点では、図7と図8は等価でないが、この時点を見れば、なお両者の等価性は成り立つ。そこで、図8について考えると、 e_a 中には交流基本波分がないので、 e_i と e_s の基本波分は等しくなり、 $E_{im}=E_{sm}$, $\alpha=\alpha'$ である。また三相半波整流回路で通常用いられる点弧角は e_i の時間原点より $\pi/6$ 遅れているから、(7)式より

$$E_s = \frac{3E_{im}}{2\pi} \left\{ \cos \left(\frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{2\pi}{3} \right) - \cos \left(\frac{\pi}{6} + \alpha \right) \right\} \\ = -3\sqrt{3} E_{im} \cos \alpha / (2\pi)$$

また、 $\bar{E}_a = -\bar{E}_s$ だから次式を得る。

$$\bar{E}_a = 3\sqrt{3} E_{im} \cos \alpha / (2\pi) \dots\dots\dots (25)$$