UDC 621.3.011.732.12: 621.3.011.72
621.311.16.012.8

論文

56-B 84

非線形等価電気回路による直流法潮流計算
と潮流最適化

正員 羽根田 博 正 (神戸大)

正員 清水 雅 之 (関西電力)

准員 岡 初 (神戸大)

1. ま え が き

最近の大規模電力システムにおいては運用効率の向上のために経済運用が不可欠なものとなっている。これらの問題解決手法の基礎は電力潮流計算である⁽¹⁾。経済運用を目的とする近似潮流計算手法では、電力システムにおける有効電力と位相差角の強い相関関係に着目した手法が用いられてきた。これらの方法においては送電損を考慮せず、経済運用にあたって損失は別に計算するものであった⁽²⁾。従って、計算効率は良いが精度の点で不十分な点があった。これに対して、厳密な電力潮流方程式を等式制約とし、運用上必要な不等式制約のもとに送電損や総燃料費を最小化することも試みられている⁽³⁾。この方法では近似は含まれず、不等式制約も組み入れられるが、実際の大規模システムに対しては計算時間が多くかかり効率的でない。

本論文では、上述の二つの極端な場合の中間的存在となるような、電力潮流最適化に用いるのに適切と思われる有効電力潮流計算法を提案している。すなわち電力潮流方程式を近似し、しかも損失を系統モデルの作成にあたって考慮するものである。本手法は電力システムの各構成要素に電気回路素子モデルを与え、電力システムのトポロジーに従ってそれらを結合し、潮流計算を得られた非線形抵抗回路の解析に帰着させるものである。そして電力システムの構造的特性を利用し、今後疎行列処理を用いれば、更に高速化が図られる。

2. 直流法潮流計算の定式化

〈2・1〉 電力システムの非線形等価回路表現 電力システムの有効電力と、位相の関係を非線形抵抗回路網とし

DC Load-Flow Method and Optimal Load Flow Based on Nonlinear Resistive Network Models. By Hiromasa Haneda, Member (Department of Electrical Engineering, Kobe University), Masayuki Shimizu, Member (Technical Research Center, Kansai Electric Power Comp.), & Hajime Oka, Associate (Department of Electrical Engineering, Kobe University).

羽根田博正：正員，神戸大学工学部

清水雅之：正員，関西電力株式会社

岡 初：准員，神戸大学工学部

て表現することを試みる。電力システムの構成要素として送電線、負荷母線、発電機母線、スラック母線を考える。

(a) 各構成要素の等価素子表現

(1) 送電線 図1のようなノード*i*からノード*j*につながる送電線を考える。図中の $g_{ij} + jb_{ij}$ は送電線の枝アドミタンス、 $V_i e^{j\theta_i}$ および $V_j e^{j\theta_j}$ はノード *i, j* の複素電圧を示している。また P_{ij} , P_{ji} をそれぞれノード *i* からノード *j*、ノード *j* からノード *i* へ向って送り出される有効電力とすれば、

$$P_{ij} = \text{Re}\{\dot{V}_i \dot{I}_{ij}^*\} \\ = -b_{ij} V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j) + g_{ij} [V_i^2 - V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j)] \dots \dots \dots (1)$$

但し、 $\dot{V}_i = V_i e^{j\theta_i}$, $\dot{I}_{ij} = (g_{ij} + jb_{ij})(\dot{V}_i - \dot{V}_j)$,

*は複素共役を示す、

となる。(1)式は $V_i \doteq V_j \doteq 1$, $\theta_i - \theta_j \doteq 0$ の仮定のもとにテーラー展開の三次以上の項を無視すれば

$$P_{ij} = -b_{ij}(\theta_i - \theta_j) + \frac{1}{2} g_{ij}(\theta_i - \theta_j)^2 \dots (2)$$

となる。同様に、

$$P_{ji} = -b_{ij}(\theta_j - \theta_i) + \frac{1}{2} g_{ij}(\theta_j - \theta_i)^2 \dots (3)$$

Fig. 1. Transmission line.

図 2 送電線の等価回路

Fig. 2. Circuit element model for a transmission line.

が得られる。ここで、 θ_i, θ_j をノード i, j における電圧に対応させ、 P_{ij}, P_{ji} をそれぞれノード i からノード j へ、ノード j からノード i の電流に対応させると (2), (3) 式は図 2 のような結合抵抗素子 (四端子網) として表現される。また送電損 P_L は (2), (3) 式より

$$P_L = P_{ij} + P_{ji} = g_{ij}(\theta_i - \theta_j)^2 \dots\dots\dots (4)$$

となるから、図 2 のモデルに送電損が考慮されていることがわかる。

(2) 負荷母線 負荷母線においては有効負荷電力 P_{Li} が与えられるので、負荷母線は図 3 のような電流源として与えられる。

(3) 発電機母線 発電機母線においては有効供給電力 P_{Gi} が与えられるので、図 4 のような電流源として表現できる。

(4) スラック母線 スラック母線においては $\theta_i (=0)$ が与えられるので、図 5 のような電圧源として表現される。

(b) 電力系統の等価回路表現 上述の各構成要素の等価素子を電力系統のトポロジーに従って接続したとき、それを電力系統の等価電気回路と呼ぶことにする。等価電気回路においてキルヒホッフの電圧則および電流則が成立しなければならないので、これを確かめておく。各 θ_i はノード電圧に対応させたのでキルヒホッフの電圧則が成立するのは明らかである。またノード i につながるすべてのノード j に対して、 P_{ij} を加えれば、

$$\sum_{j \in i} P_{ij} = \sum_{j \in i} \operatorname{Re}[\dot{V}_i \dot{I}_{ij}^*] = \operatorname{Re}[\dot{V}_i (\sum_{j \in i} \dot{I}_{ij})^*] \dots\dots\dots (5)$$

但し、 $j \in i$ はノード j がノード i につながっていることを、また $\dot{I}_{ij}$ はノード i からノード j へ流れる複素電流、* は複素共役を示している。ところで電力系統におけるキルヒホッフの電流則より

$$\sum_{i \in j} \dot{I}_{ij} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

となるので、(5) 式から

$$\sum_{j \in i} P_{ij} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

となる。従って等価電気回路におけるキルヒホッフの電流則の成立が保証される。このようにして得られた等価電気回路は次のような特徴をもっている。

(i) 等価電気回路の非線形特性は送電特性から現れ、非線形従属電流源の総和は送電損に対応する。

(ii) 非線形特性は $g_{ij}/(-b_{ij})$ が一般に小さいことから弱非線形と考えられる。

(iii) スラック母線が等価電気回路中の唯一の電圧源に対応している。

〈2・2〉 等価回路による有効電力潮流計算法 電力系統の母線数を n とすると、等価電気回路網は $n+1$ ノードの非線形抵抗回路であるが、その節点方程式を計算してみる。但し、便宜上ノード n をスラックノードとする。

P_i をノード i における有効供給電力 (正) または有効負荷電力 (負) とすると、キルヒホッフの電流則より

$$\begin{aligned} P_i &= \sum_{j \in i} P_{ij} \\ &= \sum_{j \in i} (-b_{ij}) \cdot \theta_i + \sum_{j \in i} b_{ij} \theta_j \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{j \in i} g_{ij} (\theta_i - \theta_j)^2 \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

となる。ここで次のようなベクトルを定義する。

$$[P]_a \triangleq [P_1, P_2, \dots, P_{n-1}, P_n]^T$$

$$[\theta]_a \triangleq [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n-1}, \theta_n]^T$$

但し、 T は転置を示す。

これらを用いると、(8) 式から次のような潮流方程式が得られる。

$$[P]_a = [Y]_a [\theta]_a + I_a(\theta_a) \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $n \times n$ 行列 $[Y]_a$ は等価電気回路網のアドミタンス行列を表わし、

$$I_a(\theta_a) \triangleq [I_1(\theta_a), I_2(\theta_a), \dots, I_n(\theta_a)]^T$$

の i 番目の要素は

$$I_i(\theta_a) = (1/2) \sum_{j \in i} g_{ij} (\theta_i - \theta_j)^2 \dots\dots\dots (10)$$

で与えられる。ところが、スラックノードにおける位相差角 $\theta_n = \theta_n (=0)$ は既知なので、 $\{\theta_i\}_{i=1}^{n-1}$ が求まれば (9) 式の最後の式

$$P_n = \sum_{k=1}^n y_{nk} \theta_k + I_n(\theta_1 \dots \theta_n) \dots\dots\dots (11)$$

より P_n を定めることができる。従って、 $\theta_n = \theta_n (=0)$ と選べば (9) 式の最初の $(n-1)$ 個の式を用いて、与えられた $[P] \triangleq [P_1, P_2, \dots, P_{n-1}]$ に対して $[\theta] \triangleq [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n-1}]$ を求める問題に帰着される。

$$[P] = [Y][\theta] + I(\theta) \dots\dots\dots (12)$$

但し、 $[Y]$ は $[Y]_a$ より第 n 行、第 n 列を除いた $(n-1) \times (n-1)$ の行列を表し、 $I(\theta)$ は $I_a(\theta_a)$ より第 n 要素を除き、かつ $\theta_n = 0$ といったベクトルである。

$[I(\theta)]$ のヤコビ行列 $[G(\theta)]$ は直接計算することにより次式となる。

$$\begin{aligned} [G(\theta)]_{ij} &= \frac{\partial I_i(\theta_i)}{\partial \theta_j} \\ &= \begin{cases} \sum_{l=1}^{n-1} g_{il} (\theta_i - \theta_l) + g_{in} \theta_i & i=j \\ -g_{ij} (\theta_i - \theta_j) & i \neq j \end{cases} \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

図 3 負荷母線の等価素子

Fig. 3. Circuit element model for a load bus.

図 4 発電機母線の等価素子

Fig. 4. Circuit element model for a generator bus.

図 5 スラック母線の等価素子

Fig. 5. Circuit element model for the slack bus.

ニュートン-ラプソン方式ではヤコビ行列を計算の各ステップで計算し直さなければならず、計算時間が長くなるので、SOR 法(逐次緩和法)を用いることにする。前にも述べたように $I(\theta)$ は弱非線形項なので次のような計算式を作る。

$$[Y][\theta^{(n+1)}] = [P] - [I(\theta^{(n)})] \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 $\theta^{(n)}$ は n ステップ目の θ の値を示している。この方法では、 $[Y]$ 行列は定数疎行列であるから計算効率が良いと期待される。これに基づく計算のフローチャートを図 6 に示す。

3. 潮流の最適化手法

〈3・1〉 一次および二次感度の求め方 等価電気回路網ではキルヒホッフの電圧則と電流則が成立するのでテレゲンの定理が成り立ち、感度解析が可能となる⁽⁴⁾。必要とされる感度は一次感度 $\partial\theta_i/\partial P_{G_j}$ と、二次感度 $\partial^2\theta_i/\partial P_{G_k} \cdot \partial P_{G_l}$ である。ここで、 P_{G_i} ($i=1, \dots, G$) は発電機出力を示している。

いま、等価回路 N の随伴回路 $\hat{N}$ を図 7 のように定義しよう。随伴回路 $\hat{N}$ における電流源 $\hat{P}_{L_i}$ ($i=1, \dots, L$) および $\hat{P}_{G_i}$ ($i=1, \dots, G$) の値は後で決める。テレゲンの定理に基づく感度計算法を用いて $\partial\theta_i/\partial P_{G_j}$ は次のように求められる。随伴回路 $\hat{N}$ においてノード i が発電機ノードであれば $\hat{P}_{G_i}=1$ 、負荷ノードであれば $\hat{P}_{L_i}=-1$ とし、それ以外のノード m ($m \neq i$) に対しては $\hat{P}_{G_m}=0, \hat{P}_{L_m}=0$ とすることにより、

$$\frac{\partial\theta_i}{\partial P_{G_j}} = \hat{\theta}_j \quad (j=1, \dots, G) \dots\dots\dots (15)$$

として求まる。またスラック母線の有効電力 P_s に関する一次感度 $\partial P_s/\partial P_{G_i}$ はパワーバランスの式から次のように求める。等価回路 N において大地ノードに接続されたすべての枝はカットセットを形成し、そのカットセットにキルヒホッフの電流則を適用すれば有効電力バランスの式

$$-P_s = \sum_i P_{G_i} - \sum_i P_{L_i} - \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^n \frac{1}{2} \times g_{il}(\theta_i - \theta_l)^2 \dots\dots\dots (16)$$

が得られる。(16)式の第3項は(4)式から直接得られるように、系統の送電損 J_L に等しい。従って(16)式より

$$\frac{\partial P_s}{\partial P_{G_j}} = -1 + \frac{\partial J_L}{\partial P_{G_j}} = -1 + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^n g_{il}(\theta_i - \theta_l) \times \left(\frac{\partial\theta_i}{\partial P_{G_j}} - \frac{\partial\theta_l}{\partial P_{G_j}} \right) \dots\dots\dots (17)$$

となり、(17)式の右辺は(15)式を用いて計算できる。

等価回路 N のノード方程式は(12)式によって与えられ、そのヤコビ行列は $[Y+G(\theta)]$ となる。これに対し随伴回路 $\hat{N}$ において各ノード ($i=1, 2, \dots, n-1$) にキルヒホッフの電流則を適用すると、

$$[\hat{P}]_i = ([Y])(\hat{\theta})_i + \sum_{l=1}^{n-1} g_{il}(\theta_i - \theta_l)(\hat{\theta}_i - \hat{\theta}_l) + g_{in}\theta_i\hat{\theta}_i \dots\dots\dots (18)$$

となり、随伴回路 $\hat{N}$ に対するノード方程式は

$$[Y+G(\theta)]^T[\hat{\theta}] = [\hat{P}] \dots\dots\dots (19)$$

となる。従って、随伴回路 $\hat{N}$ の線形ノード方程式に対するヤコビ行列は等価回路 N のそれに転置となっている。次に、2階偏微分値を計算するために次の関係を用いることにする。

$$\frac{\partial^2\theta_i}{\partial P_{G_k} \partial P_{G_l}} = \sum_{m=1}^{n-1} \frac{\partial\hat{\theta}_k}{\partial\theta_m} \cdot \frac{\partial\theta_m}{\partial P_{G_l}} \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 $\partial\theta_m/\partial P_{G_i}$ は(15)式で与えられるから、 $\partial\hat{\theta}_k/\partial\theta_m$ を求めれば、2階偏微分値は計算できることになる。そこで、随伴回路 $\hat{N}$ の随伴回路 $\hat{N}$ を図 4 のように定義しよう。1階偏微分値を求めたときと同様にして $\partial\hat{\theta}_k/\partial\theta_m$ は、随伴回路 $\hat{N}$ において $\hat{P}_{G_k}=1$ または $\hat{P}_{L_k}=-1$ とし、それ以外のノード i ($i \neq k$) に対しては $\hat{P}_{G_i}=0, \hat{P}_{L_i}=0$ とすることにより、

$$\frac{\partial\hat{\theta}_k}{\partial\theta_m} = \sum_{p=1}^n g_{mp} \{ -\hat{\theta}_m\hat{\theta}_p + \hat{\theta}_p\hat{\theta}_p - \hat{\theta}_p\hat{\theta}_m + \hat{\theta}_m\hat{\theta}_p \} \quad (m=1, 2, \dots, n-1) \dots\dots\dots (21)$$

として求められる。ところで $\hat{N}$ に対するノード方程式は、

$$[Y+G(\theta)](\hat{\theta}) = [\hat{P}] \dots\dots\dots (22)$$

で与えられ、 $\hat{N}$ の線形ノード方程式のヤコビ行列が

等価回路 N のそれに等しいことがわかる。

さて、 $\hat{N}$ のノード方程式(19)は異なった右辺ベクトル $\hat{P} = e_i \triangleq [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]$ (i 目番の要素のみが1のベクトル $i=1, \dots, n-1$) に対して解かれ、その解を $\hat{\theta}^{(i)}$ とすれば、

$$[Y+G(\theta)]^T [\hat{\theta}^{(1)}, \dots, \hat{\theta}^{(n-1)}] = I \quad \dots\dots (23)$$

となる。但し、 I は $(n-1) \times (n-1)$ の単位行列を示している。また、 $\hat{N}$ においても同様に、

$$[Y+G(\hat{\theta})][\hat{\hat{\theta}}^{(1)}, \dots, \hat{\hat{\theta}}^{(n-1)}] = I \quad \dots\dots (24)$$

となる。(23), (24)式から各解には、

$$[\hat{\theta}^{(1)}, \dots, \hat{\theta}^{(n-1)}] = [\hat{\hat{\theta}}^{(1)}, \dots, \hat{\hat{\theta}}^{(n-1)}]^T \quad \dots\dots (25)$$

または

$$\hat{\theta}_i^{(j)} = \hat{\hat{\theta}}_j^{(i)} \quad (i, j=1, 2, \dots, n-1) \quad \dots\dots (26)$$

なる関係があることがわかる。従って、 $\hat{N}$ と $\hat{\hat{N}}$ の解析は $\hat{N}$ または $\hat{\hat{N}}$ の解析に帰着され、潮流方程式の収束解 θ において $[Y+G(\theta)]$ を計算し、LU分解して各 e_i ($i=1, 2, \dots, n-1$) に対し前進後進代入すれば、 $\hat{N}$ と $\hat{\hat{N}}$ は解析されたことになる。

〈3・2〉最適化アルゴリズム 評価関数として送電損 J_L または発電燃料費 J_c をとることとする。前にも述べたように送電損 J_L は、

$$J_L \triangleq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n g_{ij} (\theta_i - \theta_j)^2 \quad \dots\dots (27)$$

で与えられ、発電燃料費 J_c は各発電機の燃料費特性が二次式で表されるものとして、

$$J_c \triangleq \sum_{i \in G} \{a_0^{(i)} + a_1^{(i)} P_i + a_2^{(i)} P_i^2\} + \{a_0^{(s)} + a_1^{(s)} P_s + a_2^{(s)} P_s^2\} \quad \dots\dots (28)$$

で与えられる。ここで、 $i \in G$ はノード i がスラックノードを除いた、発電機ノードであることを示している。等号制約は潮流方程式であり、(12)式で与えられる。また不等式制約としては次のような制約が考えられる。

(1) 発電機出力の上下限制約

$$P_{km} \leq P_k \leq P_{km} \quad (k \in G) \quad \dots\dots (29)$$

スラックノードの場合も同様に

$$P_{sm} \leq P_s \leq P_{sm} \quad \dots\dots (30)$$

(2) 線路容量の上下限制約

$$|P_{ij}| \leq P_{ijM} \quad \dots\dots (31)$$

(3) 定態安定度限界による制約

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \theta_{ijM} \quad \dots\dots (32)$$

但し、 i, j 間に線路がある場合である。

結局、等式制約(12)式、不等式制約(29)~(32)式のもとに評価関数(27)式または(28)式を最小にする問題として定式化される。不等式制約に対してはペナルテ

ィ法を用い、制約が破られたときはペナルティ項を評価関数に付加することにする。各不等式制約に対応するペナルティ関数は次のようになる。

(1) 発電機出力制約に対して

$$J_1 \triangleq \begin{cases} \alpha (P_k - P_{km})^2 & P_k < P_{km} \\ \alpha (P_k - P_{km})^2 & P_k > P_{km} \end{cases} \quad \dots\dots (33)$$

スラックノードのときは

$$J_s \triangleq \begin{cases} \alpha (P_s - P_{sm})^2 & P_s < P_{sm} \\ \alpha (P_s - P_{sm})^2 & P_s > P_{sm} \end{cases} \quad \dots\dots (34)$$

(2) 線路容量制約に対して

$$J_2 \triangleq \beta (|I_{ij}| - P_{ijM})^2 \quad |I_{ij}| > P_{ijM} \quad \dots\dots (35)$$

但し、

$$I_{ij} = -b_{ij} (\theta_i - \theta_j) \quad \dots\dots (36)$$

(3) 定態安定限界に対して

$$J_3 \triangleq \gamma (|\theta_i - \theta_j| - \theta_{ijM})^2 \quad |\theta_i - \theta_j| > \theta_{ijM} \quad \dots\dots (37)$$

従って、新しく得られた評価関数はすべての不等式制約が満たされていないものとして書けば、

$$J \triangleq J_L \text{ (or) } J_c + \sum J_1 + J_s + \sum J_2 + \sum J_3 \quad \dots\dots (38)$$

となり、等式制約のもとで J を最小とすることを考えればよい。発電機出力ベクトルを $P_G = [P_{G1}, P_{G2}, \dots, P_{Gn}]^T$ と書けば、必要条件

$$(\partial J(P_G) / \partial P_G) = 0 \quad \dots\dots (39)$$

を満たす P_G^* を求めればよいことになる。(39)式をニュートン-ラプソン法により解くことにすれば、

$$\left. \begin{aligned} H(P_G^{(n)}) \cdot \Delta P_G &= -\frac{\partial J(P_G^{(n)})}{\partial P_G} \\ \Delta P_G &\triangleq P_G^{(n+1)} - P_G^{(n)} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (40)$$

ここで、 $H(P_G)$ は発電機数の大きさをもつ正方行列

$$H(P_G) \triangleq \left[\frac{\partial^2 J}{\partial P_{Gk} \partial P_{Gi}} \right] = \frac{\partial^2 J}{\partial P_G^2} (P_G)$$

であり、 $J(P_G)$ のヘシアン行列である。従って、 $\partial J / \partial P_G$ および $H(P_G)$ が計算できればよいことになり、これらは前述の感度計算公式(15), (17), (20), (21)式により算出が可能である。

以上より、最適化のアルゴリズムは図8に示すようになる。

4. 計算例

〈4・1〉高速潮流計算例 図9は関西電力の基幹系統の系統接続図であり、52ノード、56ブランチの系統である。その構成はPV母線5個、PQ母線46個、それとスラック母線である。系統定数は表1と表2に

示す。表3はミスマッチを 10^{-5} pu とし、フラットスタート(電圧初期値 $1.0e^{j0}$) としたときの本手法と、ニュートン-ラプソン法の潮流計算結果を比較したものである。使用した計算機は NEAC ACOS-6 で、その乗除算の時間は約 $5\mu s$ である。表3(c)より本手法の場合、繰返し回数4回でニュートン-ラプソン法より1回少なく、計算時間も大幅に短縮されており記憶容量は60%ほど少なくなっている。また、表3(a), (b)より損失が考慮されたため精度も良く実用上優れていることがわかる。

次に、本手法を IEEE の 118 ノード、179 ブランチの系統モデルに適用し、ミスマッチ 10^{-5} pu で、フラットスタートしたケースでは、繰返し回数は6回、計算時間 9.4 秒、所用記憶容量 45kW であった。

〈4.2〉最適化例 図10は49ノード、51ブランチの関西電力モデルを示しており、制御対象火力発電機は7機である。その燃料費特性は実際の各火力発電機の特性データに基づき加重平均して得たもので、表4に示してある。この系統に対して損失最小化と燃料

費最小化の両ケースを試みた。

図11は発電機出力制約を考慮した場合で、ペナルティ係数 α を1としたときの損失最小化に対する制御発電機出力の収束発電機出力の収束状況を示している。この問題の場合収束回数はペナルティ係数の影響をほとんど受けずほぼ5回で収束し、NEAC ACOS-6 を用いて約22秒で最適化できた。計算精度の面からみても、発電機出力の制約値に対する誤差 $(|(\text{制約値} - \text{収束解})| / (\text{制約値})) \times 100\%$ は定格容量の1%弱になっていて、実用的にも問題のない値である。これに対し、燃料費最小化問題の場合、収束回数はペナルティ係数に強く影響され、 α が大きくなると繰返し回数も多くなる。実際 β を 10^4 に固定して、 α を 10^3 から 4×10^3 まで変化させたとき繰返し回数は9回から13回まで変化した。

表1 関西電力モデルの送電線アドミタンス
Table 1. Admittance in transmission lines of the Kansai Electric power system model.
(UP) 1,000 MVA基準

母線	母線	コンダクタンス	サセプタンス	対地容量($\times 2$)
1	2	1.09961	-12.14030	0.00067
2	3	0.37656	-6.64532	0.00291
3	4	0.	-14.28571	0.0
4	5	0.44227	-18.43957	0.00278
4	6	1.92707	-62.05195	0.00162
5	6	0.46489	-14.20954	0.00442
5	52	0.	-6.25000	0.0
6	7	0.	-14.28571	0.0
6	8	2.16343	-39.25083	0.00456
7	13	2.57263	-41.33365	0.00048
8	9	1.56434	-27.92356	0.00627
8	14	4.37421	-73.81485	0.00235
8	38	1.37059	-24.37280	0.00680
9	10	3.33617	-60.79252	0.00241
9	51	0.	-14.28571	0.0
10	11	0.	-14.28571	0.0
10	22	4.03913	-66.87011	0.00287
11	12	1.02061	-16.35667	0.00119
11	26	3.27283	-54.44807	0.00027
12	13	1.28076	-20.28573	0.00096
13	27	5.37032	-66.68158	0.00100
13	30	2.48780	-19.40491	0.00066
13	34	0.41598	-6.82395	0.00261
13	35	6.54378	-51.80499	0.00025
14	15	0.	-14.28571	0.0
15	16	1.92094	-33.56007	0.00042
16	17	5.50348	-41.10413	0.00068
17	18	4.45389	-33.07018	0.00030
18	19	0.60246	-11.30576	0.00095
18	20	0.36362	-5.79112	0.00172
19	20	0.14986	-5.36638	0.00075
20	21	1.20269	-9.39717	0.00136
21	49	0.	-9.43396	0.0
22	23	1.35733	-24.25494	0.00717
23	24	0.	-14.28571	0.0
24	25	1.74771	-28.79565	0.00069
25	50	0.	-12.82051	0.0
27	28	0.67498	-4.28938	0.00178
28	29	2.33798	-18.39442	0.00065
29	32	2.49396	-23.15053	0.00063
29	46	0.	-8.33333	0.0
30	31	1.03776	-13.11046	0.00059
31	32	1.09607	-17.66247	0.00111
32	33	2.45094	-39.06190	0.00050
33	48	0.	-9.78473	0.0
34	47	0.	-9.43396	0.0
35	36	3.38142	-52.97565	0.00638
35	37	6.54378	-51.80499	0.00025
38	39	0.	-14.28571	0.0
39	40	1.26843	-21.24623	0.00069
39	41	0.82134	-13.19390	0.00038
39	42	0.65392	-10.41920	0.00048
40	43	0.	-2.91545	0.0
41	42	1.43276	-24.91761	0.00020
41	44	0.	-6.13496	0.0
42	45	0.	-3.12500	0.0

図6 高速潮流計算法のフローチャート
Fig. 6. Flow chart of the proposed fast power-flow solution method.

表 2 有効電力と無効電力

Table 2. Active and reactive power.

(1,000 mVA 基準)

母線	有効電力	無効電力
1	-0.27500	-0.02400
* 2	0.16715 (0.16732)	(-0.01590)
3	-0.04000	0.
○ 4	0.	(-0.11374)
5	0.	0.
○ 6	0.	(-0.66645)
7	0.16000	0.08000
○ 8	0.	(0.18253)
○ 9	0.	(-0.20442)
10	-0.74000	0.11800
11	-0.04300	-0.04700
12	-0.71800	-0.02500
13	0.	0.
14	0.	0.
15	-0.33000	-0.05000
16	0.	0.
17	-0.25000	-0.03500
18	-0.05200	-0.03000
19	-0.27700	-0.09400
20	-0.28700	-0.08000
21	-0.14800	-0.06800
22	0.	0.
○ 23	0.	(-0.18007)
24	0.	0.
25	-0.39100	-0.05700
26	-0.54500	-0.10400
27	-0.64100	0.
28	-0.03500	0.01000
29	-0.38300	-0.04800
30	-0.43000	-0.03400
31	-0.54200	-0.05000
32	-0.29600	-0.03300
33	-0.22600	-0.04100
34	-0.02300	0.
35	0.	0.
36	-0.07000	0.
37	-0.57600	-0.10200
38	0.	0.
39	-0.32000	-0.02000
40	-0.01500	0.
41	-0.08500	0.
42	0.	0.
43	0.37500	0.12400
44	0.82500	0.35600
45	0.	0.
46	0.89300	0.14400
47	1.03300	0.27700
48	1.29500	0.34900
49	1.03199	0.30400
50	1.89000	0.68100
51	-0.44000	-0.10000
52	0.56000	0.06000

*: スラックノード, (): NR 法による解

○: 発電機ノード

表 3

Table 3.

(a) 本手法と NR 法の比較 (位相角)

(a) Comparison of the proposed method with Newton-Raphson method (Phase angle)

母線	本手法	NR 法 (度)
1	-1.29913783	-1.284824
2	0.	0.
3	0.93511556	0.927098
4	1.53073536	1.521151
5	2.45358731	2.436752
6	1.39368022	1.384197
7	-0.37346434	-0.380410
8	1.43659646	1.400959
9	0.56920791	0.573793
10	0.58565471	0.590011
11	-2.34092958	-2.303110
12	-2.83598426	-2.796442
13	-1.20563612	-1.203322
14	1.18491458	1.161118
15	-0.11536649	-0.135706
16	-0.10546885	-0.114468
17	-0.09738766	-0.082564
18	0.34602571	0.387129
19	0.36445380	0.419391
20	3.36294148	3.500125
21	8.72074214	8.737772
22	1.86072920	1.843438
23	5.38449648	5.300870
24	11.37760680	11.101417
25	14.35552493	13.853589
26	-2.91460641	-2.869223
27	-1.48999010	-1.479256
28	2.67644801	2.441462
29	3.76390771	3.464867
30	-1.33685099	-1.343684
31	0.35013100	0.257518
32	3.36693655	3.104644
33	4.93359599	4.565447
34	7.23668160	6.772185
35	-1.92157282	-1.896262
36	-1.99728448	-1.974425
37	-2.55907076	-2.498979
38	3.26386265	3.119466
39	6.38415018	6.035982
40	7.35448956	6.906351
41	8.44598113	7.856767
42	7.83756921	7.323184
43	14.72415921	13.414957
44	16.15083122	14.472023
45	7.83756921	7.323175
46	9.90372324	9.214357
47	13.51045506	12.479047
48	12.51663520	11.526578
49	14.98844186	14.765630
50	22.80206912	21.413354
51	-1.19550217	-1.190147
52	7.58728888	7.519726

(b) 有効電力潮流

(b) Active power flow ((PU) 1,000 mVA 基準)

母線	母線	本手法	NR 法
4	6	0.14843	0.14833
4	3	0.14851	0.14835
4	5	-0.29700	-0.29670
6	8	-0.02940	-0.03323
6	5	-0.26286	-0.26318
6	7	0.44061	0.44454
8	9	0.42273	0.41832
8	14	0.32424	0.32490
8	38	-0.77729	-0.77639
9	10	-0.01745	-0.02209
9	51	0.44000	0.44000
23	22	1.49171	1.48932
23	24	-1.49428	-1.49436
1	2	-0.27528	-0.27500
3	2	0.10846	0.10825
5	52	-0.56000	-0.56000
7	13	0.60034	0.60454
10	11	0.72969	0.72523
10	22	-1.48814	-1.48733
11	12	0.14133	0.13688
11	26	0.54516	0.54535
12	13	-0.57723	-0.58123
13	27	0.33093	0.32810
13	30	0.04444	0.04699
13	34	-1.00548	-1.00125
13	35	0.64733	0.64785
14	15	0.32420	0.32447
15	16	-0.00580	-0.00554
16	17	-0.00520	-0.00557
17	18	-0.25593	-0.25564
18	19	-0.00364	-0.00262
18	20	-0.30493	-0.30534
19	20	-0.28084	-0.27964
20	21	-0.87874	-0.87345
21	49	-1.03200	-1.03200
24	25	-1.49664	-1.49437
25	50	-1.89200	-1.89000
27	28	-0.31192	-0.31304
28	29	-0.34912	-0.35148
29	32	0.16040	0.15772
29	46	-0.89300	-0.89300
30	31	-0.38602	-0.38304
31	32	-0.92999	-0.92591
32	33	-1.06808	-1.06724
33	48	-1.29500	-1.29500
34	47	-1.03300	-1.03300
35	36	0.07000	0.07002
35	37	0.57641	0.57682
38	39	-0.77799	-0.77797
39	40	-0.35982	-0.35965
39	41	-0.47479	-0.47928
39	42	-0.26430	-0.26406
40	43	-0.37500	-0.37500
41	42	0.26459	0.26465
41	44	-0.82500	-0.82500
42	45	0.00000	0.00000

表 4 燃料費特性

Table 4. Fuel cost characteristics.

発電ノード	a	b	c
6	3.982365	48.14119	0
13	4.889554	15.94003	0
37 (SLACK)	1.278540	22.83085	0
40	1.970100	76.55215	0
43	3.057021	30.36249	0
46	5.071573	23.17576	0
49	1.112387	34.09604	0

$$f(P) = ap^2 + bp + c \quad (\times 10^3 \text{ 円})$$

図 12 は、発電機出力制約と線路容量制約をかけ、 α を 2×10^3 , β を 10^4 としたときの収束状況を示して

(c) 計算時間

(c) Computational time.

	繰返し回	記憶容量 (kW)	計算時間 (s)	精 度
本 手 法	4 (3)	25 (38)	2.94 (3.62)	良 好
ニュートンラフソン法	5	61	41.82	高 精 度

() の中は、(12)式をニュートン法により繰返し解いた場合を示す。

いる。このとき発電機出力の制約値に対する誤差は、定格容量の 1% 以内で、また線路容量制約 (母線 41-44 の間) も 1% 以内しか破っていないから、実用上問題はなく、繰返し回数も 10 回であることから最も適切なペナルティ係数と思われる。計算時間は、NEAC ACOS-6 で 38 秒であった。

図 7 非線形等価回路とその随伴回路

Fig. 7. Nonlinear equivalent network and its adjoint networks.

図 8 最適化のフローチャート

Fig. 8. Flow chart of the proposed optimal power-flow solution method.

図 9 関西電力モデルの系統接続図

Fig. 9. Topology of Kansai Electric Power System model.

5. むすび

本論文では電力システムを非線形等価電気回路表現し、その回路解析を行なうことにより有効電力潮流計算を試み、関西電力の実績潮流データを用いて、その有用性を調べた。また、この等価回路の随伴回路を用いて、効率良く感度を計算して有効電力潮流を最適化する手法を開発し、実モデルで数値的に検証してオンライン制御にも使用可能であることが明らかになった。

本論文では有効電力潮流制御について検討したが、今後は無効電力制御にも本手法を応用し、有効・無効両方を総合した、いわゆる交流法による系統全体の最適制御手法へと発展させてゆく必要があろう。

最後に、本研究のシミュレーションにあたって、大山利延〔神鋼電機(株)〕、山崎孝雄〔神戸大学大学院修士課程〕両氏の協力を得たことを記し、感謝の意を表します。

図 10 潮流最適化用の関西電力モデル

Fig. 10. Kansai Electric Power System model for power-flow optimization.

図 11 損失最小化問題に対する収束状況 ($\alpha=1$)Fig. 11. Convergence behavior for the loss minimum problem ($\alpha=1$).

なお、本研究の一部は、文部省科学研究費補助金：総合研究 A 435013 (昭 54 和年) 度の援助のもとに行なわれたものである。

(昭和 55 年 6 月 23 日受付，同 56 年 2 月 9 日再受付)

文 献

- (1) B. Stott: "Review of load-flow calculation methods", *Proc. IEEE*, 62, 7, 916 (July 1974)
- (2) H.H. Happ: "Optimal Power Dispatch", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-96, 3, 841 (May/June 1977)

図 12 燃料費最小化問題に対する収束状況 ($\alpha=10^4$)Fig. 12. Convergence behavior for the fuel cost minimum problem ($\alpha=10^4$).

- (3) H.W. Dommel & W.F. Tinney: "Optimal power flow solutions", *ibid* PAS-87, 1866 (Oct. 1968)
- (4) S.W. Director & R.A. Rohrer: "The generalized adjoint network and network sensitivities", *IEEE Trans. Circuit Theory*, CT-16, 318 (Aug. 1969)

*

*