UDC 621.313.333.016.352 : 621.314.57 : 621.311.69

論文

56-B16

トルク脈動を考慮した電流形インバータ 駆動誘導電動機の定常および安定解析

正 員 野 中 作太郎 (九州大)
正 員 辻 峰 男 (九州大)

1. ま え が き

直列ダイオード方式の電流形インバータで駆動される誘導電動機系は、経済性、制御性に優れていることなどの理由で、各分野で実用化が進められているが、解決すべき問題点も幾つかある。その一つとして、低周波運転でのトルク脈動による回転むらが挙げられる⁽¹⁾。そこで、回路方式、制御方式によってこれを改善することも直面する課題であるが、トルク脈動が特性に及ぼす影響を定量的に把握することは、系の設計に際し、非常に重要であると考えられる。

この系の定常および安定解析に関し、既に多くの報告がなされているが、トルク脈動による回転むらまで含めた解析は、本質的に非線形微分方程式を解く必要があることから、適当な初期値から実際の過渡現象に沿って、数値積分またはアナログ計算を行なって定常解を求めるシミュレーション法による報告が幾つか見当たりにすぎない⁽²⁾⁽³⁾。しかしながら、この方法では系のダンピングが弱い場合には、定常解を求めるのに多くの計算時間を必要とし、また、不安定な定常解は求めることができないといった欠点がある。一方、トルク脈動による速度変動を考慮した系の安定解析はまだ報告がないようである。

筆者らは、先にトルク脈動による速度変動は無視し状態変数法による定常特性の解析を行ない、更に速度は周期 T ごとの平均値より離散的に変化するものとした過渡解析法（逐次線形化法と呼んでいる）に基づいて等価モデルを導出し安定解析を行なった⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁹⁾。

本論文では、まず、トルク脈動による速度変動、および転流現象を厳密に考慮した非線形周期性システムとして系を表示し、ニュートン法によるアルゴリズム

に基づき、これらの影響を含めて定常解析を行ない、次に、平衡点に関し線形化された等価サンプル値モデル（等価モデルと略称）を導出し、系の安定解析を行なう。その結果、従来の解析⁽⁶⁾⁽⁹⁾では無視していたトルク脈動による速度変動の定常、および安定性に及ぼす影響が明らかとなる。

2. 解 析 法

本章では、非線形周期性システムとして系を記述し与えられた入力に対する定常解の決定法を述べ、平衡点の近傍で等価な線形モデルの導出法を示す⁽⁴⁾。

〈2・1〉系の記述⁽⁵⁾⁽⁶⁾ 第1図に解析の対象となる電流形インバータ駆動誘導電動機系を示す。系の動作は、一般に転流がブリッジの上部と下部で同時に起こらないと仮定すると、周期 $T(=1/6f)$ 内に三つのモード（逆バイアス期間、重なり期間、単流期間）が存在する。 $d-q$ 軸がステップ状に $\pi/3$ ずつ回転する座標系を導入すると、解析上では周期 T の期間について考えれば十分である。そこで、例として TH_2 をオンし、 TH_1 がオフした時点から TH_4 をオンし、 TH_6 がオフするまでの期間を考える。

$d-q$ 静止座標系に変換された誘導電動機の基本式、電源側と電動機端子の回路方程式および機械系の運動方程式から次の非線形微分方程式を得る。

$$p\mathbf{x}_i = \mathbf{f}_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}, t) \quad (i=1, 2, 3) \dots\dots\dots (1)$$

第1図 電流形インバータ-誘導電動機系

Fig. 1. Current source inverter-induction motor system.

Steady-State and Stability Analysis of Induction Motor Driven by Current Source Inverter Including the Effects of Pulsating Torque. By Sakutaro Nonaka, Member & Mineo Tsuji, Member (Faculty of Engineering, Kyushu University).

野中作太郎：正員，九州大学工学部電気工学科

辻 峰男：正員，九州大学大学院工学研究科電気工学専攻

第2図 点弧順序と基準座標

Fig. 2. Switching sequence and axes of reference.

ここで、 p は d/dt を示し、 $i=1, 2, 3$ は、それぞれ逆バイアス期間、重なり期間、単流期間に対応している。プロセス状態ベクトルは次のように選ぶ。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1 &= \mathbf{x}_3 = [i_d, e_c, \phi_{rd}, \phi_{rq}, \omega_r]^T \\ \mathbf{x}_2 &= [i_d, i_c, e_c, \phi_{rd}, \phi_{rq}, \omega_r]^T \end{aligned} \quad \dots\dots (2)$$

但し、 i_d : 直流電流、 e_c : コンデンサ電圧、 i_c : コンデンサ電流、 ϕ_{rd}, ϕ_{rq} : 回転子鎖交磁束の d, q 成分、 ω_r : 回転角速度(電気角)

また、入力状態ベクトル $\mathbf{u}$ は直流電源電圧 E_d 、インバータ周波数 f 、負荷トルク T_l を選び、

$$\mathbf{u} = [E_d, f, T_l]^T \dots\dots (3)$$

と表わす。第2図で $t=t_1, t_2, t_3(=T)$ においてモードが変化し、その際、次のモード接続条件が得られる。但し、 $\mathbf{x}_4$ は $\mathbf{x}_1$ と一致し、 t_i^-, t_i^+ はモード変化の直前、直後の時間を示すものとする。

$$\mathbf{x}_{i+1}(t_i^+) = \mathbf{B}_i \mathbf{x}_i(t_i^-) \quad (i=1, 2, 3) \quad \dots\dots (4)$$

$\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ は状態量の連続性から求まり(但し、 $i_c(t_1^+) = i_d(t_1^+)$)、 $t=T$ で $d-q$ 軸を $\pi/3$ 回転することを考慮して、 $\mathbf{B}_3$ は次式のようになる。

$$\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots (5)$$

次にモード遷移条件は $t=t_1^-$ においてダイオード D_2 がオンする条件、 $t=t_2^-$ においてはコンデンサ電流 i_c が零となる条件から次のように書ける。

$$g_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}, t_i^-) = 0 \quad (i=1, 2) \dots\dots (6)$$

以上によって電流形インバータ駆動誘導電動機系が転流現象、機械系の運動方程式を含めて記述できる。

〈2・2〉 定常解析 Aprille 氏らは、特性が滑らかな非線形電子回路の定常周期解を求める手法としてニュートン法を用いたアルゴリズムを提案している⁽⁷⁾。本節では〈2・1〉節で述べたように、周期 T 内に三つ

のモードをもち、しかもモード切り替り時点が回路状態に依存するような系にこの方法を拡張する。

与えられた入力 $\mathbf{u}$ に対し定常周期解(安定とは限らない)が存在すると仮定すると、

$$\mathbf{x}_1[(k+1)T^+] = \mathbf{x}_1(kT^+) \dots\dots (7)$$

が成り立つ。 $\mathbf{x}_1(kT^+) \equiv \mathbf{x}_1$ とおくと、 $\mathbf{x}_1[(k+1)T^+]$ は $\mathbf{x}_1$ の写像と考えられるので、 $\mathbf{M}(\mathbf{x}_1)$ と表わすことにする。定常状態では(7)式から次式が成り立つ。

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}_1) = \mathbf{x}_1 \dots\dots (8)$$

従って、定常解を得るには(8)式を満足するような $\mathbf{x}_1$ を求めればよいことになる。ある推定値を $\hat{\mathbf{x}}_1$ とした場合、 $\hat{\mathbf{x}}_1 + \delta \mathbf{x}_1$ ($\delta \mathbf{x}_1$ は修正量)が(8)式を満足するものとすれば、

$$\mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}_1 + \delta \mathbf{x}_1) = \hat{\mathbf{x}}_1 + \delta \mathbf{x}_1 \dots\dots (9)$$

が成り立ち、推定値 $\hat{\mathbf{x}}_1$ が定常解に近ければ $\delta \mathbf{x}_1$ は比較的小さな量となり、(9)式の左辺を $\hat{\mathbf{x}}_1$ の周りでテイラー展開して、一次の項まで考慮した次式は良好な精度をもつと考えられる。

$$\mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}_1) - \hat{\mathbf{x}}_1 = \left(\mathbf{I} - \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{x}_1} \bigg|_{\mathbf{x}_1 = \hat{\mathbf{x}}_1} \right) \delta \mathbf{x}_1 \dots\dots (10)$$

逆に、(10)式を満足するような $\delta \mathbf{x}_1$ を求め、推定値をその分だけ修正すれば、(8)式を満足するような $\mathbf{x}_1$ が求まることになる。

以上、ニュートン法による定常解決定の手順を整理すると次のようになる。

- (1) 定常解の推定値 $\hat{\mathbf{x}}_1$ を仮定する。
- (2) $\mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}_1)$ を計算し十分小さな正の値 ε に対し $\|\mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}_1) - \hat{\mathbf{x}}_1\|_2 < \varepsilon$ であれば計算を終わる。さもないければ手順(3)へ進む。但し $\|x\|_2 = x^T Q x$ を意味する。
- (3) $\partial \mathbf{M} / \partial \mathbf{x}_1|_{\mathbf{x}_1 = \hat{\mathbf{x}}_1}$ を計算する。
- (4) (10)式から $\delta \mathbf{x}_1$ を求め $\hat{\mathbf{x}}_1 \leftarrow (\hat{\mathbf{x}}_1 + \delta \mathbf{x}_1)$ と修正し、手順(2)にもどる。

上述の手順で実際に数値計算を行なう場合、問題となる(1)式の数値積分および(6)式の数値処理、更に手順(3)の偏微係数行列 $\partial \mathbf{M} / \partial \mathbf{x}_1|_{\mathbf{x}_1 = \hat{\mathbf{x}}_1}$ の計算法を以下に述べる。

常微分方程式の数値解法には種々のものがあり、必要に応じて適切な方法を選定すべきであるが、本論文では振動的な数値的不安定性がないこと、プログラミングが容易であること、Euler 法に比べて精度が良いこと、計算時間も比較的短いことなどの理由から修正 Euler 法(二次の Runge-Kutta 法)を用いることにする⁽⁸⁾。

次に、(6)式を満足するモード切り替り時点 t_i^- を精度良く決定するために、モード変化が生じる時点の

Fig. 3. A small amount ΔM^i .

近傍ではきざみを小さくし、最終的には線形補間法によって t_i^- を求めている。これによって、 t_i^- の粗い近似のために生じる数値的不安定現象を解決することができた。更に、偏微係数行列 $\partial \mathbf{M} / \partial \mathbf{x}_1 |_{\mathbf{x}_1 = \hat{\mathbf{x}}_1}$ は、筆者らが先に提案した数値微分の考え方から求めることができる⁽⁹⁾。 $\partial \mathbf{M} / \partial \mathbf{x}_1 |_{\mathbf{x}_1 = \hat{\mathbf{x}}_1}$ の (i, j) 成分 $\partial M^i / \partial x_1^j$ は、近似的に $\mathbf{x}_1$ の j 成分 x_1^j だけが微小変動した場合の $\mathbf{M}$ の i 成分 M^i の微小変動分 ΔM^i との比を示す(肩文字はベクトルの成分を示す)。第3図に示すように、この場合の微小変動は、推定値 $\hat{\mathbf{x}}_1$ に対する(1)式のトラジェクトリに沿っての変動を意味する。

実際の計算手順は次のようになる。

(1) $j=1$ とおく。

(2) 推定値 $\hat{\mathbf{x}}_1$ に対し(1)式を数値積分して $\mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}_1)$ を計算する。

(3) $t=kT^+$ においてプロセス状態ベクトルの j 成分だけ微小変動させ、すなわち、

$$\Delta \mathbf{x}_1 = [0, \dots, \Delta x_1^j, \dots, 0]^T, \Delta \mathbf{u}(kT^+) = 0 \quad (11)$$

のもとで、(1)式を数値積分し次式の $\Delta \mathbf{M}$ を求める。

$$\Delta \mathbf{M} \equiv \mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}_1 + \Delta \mathbf{x}_1) - \mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}_1) \quad (12)$$

(4) $\Delta \mathbf{M}$ の i 成分 ΔM^i を用いて、次式から (i, j) 成分が求まる。

$$\frac{\partial M^i}{\partial x_1^j} \simeq \frac{\Delta M^i}{\Delta x_1^j} \quad (i=1, \dots, 5) \quad (13)$$

(5) $j=5$ のとき計算を終わる。さもなければ、 $j \leftarrow (j+1)$ として手順(3)へもどる。

従って、ニュートン法の1回の繰返しに対し周期 T に関する数値積分は6回(プロセス状態ベクトルの次元+1)が必要となるが、単に初期値の変更だけで済むのでプログラムは簡単である。

〈2・3〉等価サンプル値モデル 非線形系を平衡点に関して線形化した等価なモデルを導出しておくことは、線形制御理論の適用ができるため、安定性の評価、フィードバック回路の設計などに役立つ。本節では系をサンプル値系としてとらえ、平衡点に関して線形化された等価モデルの導出を試みる⁽⁹⁾。

等価モデルは、状態方程式

$$\Delta \mathbf{x}[(k+1)T^+] = \Phi(T) \Delta \mathbf{x}(kT^+) + \Theta(T) \Delta \mathbf{u}(kT^+) \dots (14)$$

および、出力方程式

$$\Delta \mathbf{y}(kT^+) = \mathbf{C} \Delta \mathbf{x}(kT^+) + \mathbf{D} \Delta \mathbf{u}(kT^+) \quad (15)$$

から成る。状態ベクトル $\Delta \mathbf{x}$ としては、(14)式が $t=kT^+$ と $t=(k+1)T^+$ での状態量の関係を示すことから、逆バイアス期間におけるプロセス状態ベクトル $\mathbf{x}_1$ の微小変動を考えればよい。ゆえに、

$$\Delta \mathbf{x} = [\Delta i_d, \Delta e_c, \Delta \phi_{rd}, \Delta \phi_{rq}, \Delta \omega_r]^T \quad (16)$$

となる。入力ベクトルの微小変動分は(3)式から

$$\Delta \mathbf{u} = [\Delta E_d, \Delta f, \Delta T_i]^T \dots (17)$$

と表わせる。

(14)式の対象推移行列 $\Phi(T)$ は、筆者らが先に報告したように、 $t=kT^+$ における状態ベクトルの微小変動分に対する $t=(k+1)T^+$ での微小変動分との比として計算できる⁽⁹⁾。しかし、 $\Phi(T)$ の計算は新たに行なう必要はない。〈2・2〉節で述べたことから、定常解に十分近づいた段階では(13)式における $\Delta x_1^j, \Delta M^i$ は定常解に対する微小変動と考えてよく、これによって、既に $\Phi(T)$ を求めるプログラムは作成されていることになる。すなわち、十分小さな正の判定値 ε に対し、 $\|\mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}_1) - \hat{\mathbf{x}}_1\|^2 \leq \varepsilon$ のとき、次式が成立する。

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{x}_1} \bigg|_{\mathbf{x}_1 = \hat{\mathbf{x}}_1} = \Phi(T) \quad (18)$$

次に、制御推移行列 $\Theta(T)$ の成分 θ_{ij} は

$$\Delta \mathbf{x}(kT^+) = 0, \Delta \mathbf{u}^{j'}(kT^+) = 0 \quad (j' \neq j)$$

の初期条件で、(1)式を数値積分したときの $t=(k+1)T^+$ における、 i 番目の状態変数の微小変動分 $\Delta x^i[(k+1)T^+]$ の比から次式のように計算できる。

$$\theta_{ij} = \frac{\Delta x^i[(k+1)T^+]}{\Delta u^j(kT^+)} \quad (19)$$

系の出力は必要に応じて任意に選定できるが、本論文では、一例として直流電流 i_d 、発生トルク τ_e 、回転角速度 ω_r のサンプリング周期 T における平均値の微小変動分 $\Delta i_{dm}, \Delta \tau_{em}, \Delta \omega_{rm}$ を選ぶことにする。すなわち $\Delta \mathbf{y}$ は次式で表わす。

$$\Delta \mathbf{y} = [\Delta i_{dm}, \Delta \tau_{em}, \Delta \omega_{rm}]^T$$

出力行列 $\mathbf{C}$ の成分 c_{ij} は、

$$\Delta x^{j'}(kT^+) = 0 (j' \neq j), \Delta \mathbf{u}(kT^+) = 0$$

の初期値に対し、 $t=kT^+ \sim (k+1)T^-$ における平均値出力の微小変動分として得られる $\Delta y^i(kT^+)$ から

$$c_{ij} = \frac{\Delta y^i(kT^+)}{\Delta x^j(kT^+)} \quad (20)$$

として計算できる。

伝達行列 D の成分も、入力の微小変動に対する平均値出力の微小変動分との比から同様に求まる。

以上、 $\Phi(T)$, $\theta(T)$, C , D の導出法を示した。(14), (15)式の等価モデルは、平衡点の近傍で系のふるまいを記述し、種々の応用が考えられる⁽⁹⁾。

3. 解析結果

〈3.1〉 ニュートン法の収束 第4図は定常解への収束の一例を示している。ニュートン法は前述のように、1回の繰返しに $6T$ の期間にわたる数値積分を必要とするが、シミュレーション法* に比べて非常に速く定常解に収束していることがわかる。シミュレーション法の収束は、系のダンピングによって決まり、ダンピングの弱い系では、上述の傾向は著しくなる。 $Error$ は次式から求めている。

$$Error = \|M(\hat{x}_1) - \hat{x}_1\|^2 Q \dots (21)$$

但し、 $Q = \text{diag}(1, 10^{-4}, 10^2, 10^2, 10^{-2})$

diag は対角行列であることを示し、 Q で状態量に重みをつけ規格化している。 $Error = 10^{-n}$ で約 $n/2$ けたの有効数字が得られる。最初の推定値 $\hat{x}_1$ としては、回転角速度 ω_r を一定として計算した場合の定常解を用いている⁽⁶⁾。なお、以後、特に明記しない限り、数値計算には第1表の定数を用いる。

〈3.2〉 定常特性 第5図は電源電圧 E_d を一定としたときの速度に対する平均トルク τ_{em} 、平均直流

第1表 電動機定数と回路パラメータ

Table 1. Machine constants and circuit parameters.

電動機: 定格 2.2 kW, 200 V, 60 Hz, $P=4$, $J=0.0975 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ (含直流機), $R_a=0 \text{ N}\cdot\text{ms}$	
電動機定数	回路パラメータ
$r_s=0.859 \Omega$	$R_d=0.87 \Omega$
$r_r=0.459 \Omega$	$L_d=0.10 \text{ H}$
$L_s=L_r=0.0904 \text{ H}$	$C=10 \mu\text{F}$
$M=0.0873 \text{ H}$

第5図 定常特性

Fig. 5. Steady-state characteristics.

第4図 定常周期解の決定に対するシミュレーション法とニュートン法の比較

Fig. 4. Comparison between the simulation method and the Newton's method for finding the steady-state periodic solution.

電流 i_{dm} 特性を、回転角速度 ω_r が一定とした場合(曲線)とトルク脈動による速度変動を考慮した場合($\times$ 印)につき示している。後者の場合、すべりは平均値に対応している(以下同様)。図からトルク脈動による速度変動がトルク、電流特性に及ぼす影響は非常に小さいことがわかる。速度変動のより大きな $J=0.01 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ の場合についても計算を行なったが、同様の結果が得られた。なお、 E_d 一定の運転ではトルクに谷を生じるが、 $f=5 \text{ Hz}$ ではそれが消滅し、一方、電流は同期速度付近ですべりの減少と共に増大し、同期速度では周波数に無関係にほとんど同じ値をもつ⁽¹⁰⁾。

第6図は平滑リアクトル L_a をパラメータとした場合(T_i はすべりの平均値が一致するように変化させている)の直流電流 i_d 、発生トルク τ_e 、すべり s の時間的変化の様子を示している。 L_a が小さい場合には i_d かなりの脈動がみられ、そのため τ_e の脈動もより急しゅんとなるが、回転速度がそれに追従しないため速度変動は大差ない。なお、 i_d で急しゅんなパルスの生じている期間が逆バイアスおよび重なり期間に相当する。 ω_r 一定で相電流を方形波とした場合の

*: 本論文では(4)式のモード接続条件、(6)式のモード遷移条件を考慮して、(1)式为非線形微分方程式を直接数値積分し、定常値または過渡応答を求める手法である。

第 6 図 L_d をパラメータとした定常状態での直流電流 i_d 、発生トルク τ_e およびすべり s

Fig. 6. Steady-state dc link current i_d , electromagnetic torque τ_e and slip s for different values of L_d .

τ_e の計算式⁽¹¹⁾ による結果を×印で示しているが(速度、電流は $L_d=0.2$ H の平均値を使用), $L_d=0.2$ H のトルク波形を比較的良く近似しうることがわかる。

第 7 図は負荷トルク T_l をパラメータとした場合の諸量の変動の様子を示している。 T_l が増すとすべりが増加するが、第 5 図の特性からもわかるように、 i_d は逆に減少し、そのためトルク脈動、速度変動は小さくなる。

第 8 図は周波数 f および慣性モーメント J をパラメータとしたときの速度脈動率 $[=(\omega_r \text{ の最大値} - \omega_r \text{ の最小値})/\omega_r \text{ の平均値}]$ を示す。周波数が 10 Hz 以下になると速度脈動率が大きくなり、慣性モーメント J が小さい場合にはこの傾向が著しい。

以上によって、トルク脈動による速度変動を定量的に評価することができた。

〈3・3〉 安定性および過渡応答 本節では、トルク脈動による速度変動を厳密に考慮した等価モデルと逐次線形化法によって導出された等価モデルとの相違を明確にし、次に、前者のより厳密な等価モデルとシミュレーション法との比較を行なう。

第 7 図 負荷トルク T_l をパラメータとした定常状態での直流電流 i_d 、発生トルク τ_e およびすべり s

Fig. 7. Steady-state dc link current i_d , electromagnetic torque τ_e and slip s for different values of load torque T_l .

第 8 図
速度脈動率

Fig. 8. Pulsation factor of speed.

第 9 図は、 $\Phi(T)$ の固有値のうち安定性に最も重要な影響を及ぼす複素共役根の一つをすべり s 、慣性モーメント J をパラメータとして z 平面上に示している。実際の連続的な速度変動を逐次線形化法によって離散値的に考慮することは、系をより不安定なものとして評価してしまうことがわかる。しかしながら、すべりおよび慣性モーメントが大きくなり、トルク脈動

第9図 すべり s に対する根軌跡Fig. 9. Root locus for changes in slip s .

による速度変動が小さくなると根がかなり接近し、逐次線形化法による等価モデルでも十分な精度が得られている。第10図は周波数 f をパラメータとした場合の根軌跡を示している。低周波数領域ではトルク脈動による速度変動の厳密な考慮が必要であるが、30 Hz以上では両者の根はほとんど一致する。

以上のように、系の安定性は対象推移行列 $\Phi(T)$ の固有値から判定できるが、 $\Phi(T)$ も含め平衡点に関して線形化された(14)、(15)式の等価モデルが、実際の非線形系のふるまいをどの程度正確に記述するかの検討が必要である。それには入力の変化に対する過渡応答を比較することが最も簡単であり、本論文では外乱入力である負荷トルクの変動を考えることにする。負荷トルクの変動の例として次の二つの場合を考える。

(1) 負荷トルクが非常に短い時間 (≈ 0) にインパルス状に変化し、そのため $t \approx 0^+$ において回転角速度 ω_r だけが平衡点から $\Delta\omega_r(0^+)$ 変動した場合

第10図
インバータ周波数 f に対する根軌跡Fig. 10. Root locus for changes in inverter frequency f .

(2) 負荷トルクがステップ状に ΔT_L 変化した場合

(1)の場合は實際上特殊な例であるが、解析上では容易に計算でき、系が安定であれば $t \rightarrow \infty$ でもとの平衡点にもどるという特徴がある。ところが、(2)の場合には、最終的に系の平衡点そのものが変化してしまい、特に大きな負荷トルクの変動では全く異なった動特性をもつ平衡点に移る場合もある。これは系の非線形性によるもので、等価モデルの精度とは本質的に異なると考えられる。従って、系の安定性を支配する $\Phi(T)$ の精度を確認する上では、負荷トルクのインパルス変化を考えた方が都合がよい。そこで負荷トルクのインパルス変化 (計算では ω_r の変化と考える) に対する応答を調べる。(14)式から等価モデルが予測する応答は次式で表わせる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta x(kT^+) &= \Phi^k(T) \Delta x(0^+) \\ \Delta x(0^+) &= [0, \dots, 0, \Delta\omega_r(0^+)]^T \end{aligned} \right\} \dots\dots (22)$$

第11図は $f=5\text{Hz}$ ($s=0.02$) で、 $\Delta\omega_r(0^+)$ が定常値の3%減少したときの過渡応答の計算値である。等価モデルは(22)式から計算を行ない、サンプリング時点の値を滑らかに結んだもので、シミュレーション結果との良い一致がみられる。

第12図は $f=20\text{Hz}$ ($s=0.1$) で $\Delta\omega_r(0^+)$ が定常値の1%減少したときの応答である。この場合、トル

第11図 $\Delta\omega_r(0^+) = -3\%$ の急変に対する過渡応答 ($f=5\text{Hz}$)Fig. 11. Transient response after sudden change $\Delta\omega_r(0^+) = -3\%$; operation at $f=5\text{Hz}$.

第 12 図 $\Delta\omega_r(0^+) = -1\%$ の急変に対する過渡応答 ($f = 20\text{Hz}$)

Fig. 12. Transient response after sudden change $\Delta\omega_r(0^+) = -1\%$; operation at $f = 20\text{Hz}$.

ク脈動が小さく、それによって生じる速度変動はほとんどみられない。等価モデルは状態量の低周波変動分をよく表現できることが認められる。次に、負荷トルクのステップ状の変化に対する過渡応答を求めることによって、等価モデルの適用限界を検討する。

第 13 図は $f = 5\text{Hz}$ ($s = 0.02$) で負荷トルクが $\Delta T_l = 0.4\text{N}\cdot\text{m}$ 増加した場合、第 14 図は $f = 5\text{Hz}$ ($s = 0.0$) で負荷トルクが $\Delta T_l = 2.0\text{N}\cdot\text{m}$ 増加した場合のステップ応答を示している。各状態量は $t = kT^+ \sim (k+1)T^-$ における平均値を $t = (k+1)T^+$ の値として表示し、各点を滑らかに結んだものである。

等価モデルでは次式から応答が求まる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta \mathbf{y}[(k+1)T^+] \\ = [\mathbf{C} \sum_{i=0}^{k-1} \Phi^i(T) \Theta(T) + \mathbf{D}] \Delta \mathbf{u}(0^+) \\ \text{但し,} \\ \Delta \mathbf{y}(T^+) = \mathbf{D} \Delta \mathbf{u}(0^+) \\ \Delta \mathbf{u}(0^+) = [0, 0, \Delta T_l]^T \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$\Delta T_l = 0.4\text{N}\cdot\text{m}$ の場合には、等価モデルとシミュレーション法の比較的良好な一致がみられる。しかし、 $\Delta T_l = 2.0\text{N}\cdot\text{m}$ の場合には、応答の初期の段階では両者が一致するものの、時間が経つにつれてその差は大

第 13 図 負荷トルクの $1.41\text{N}\cdot\text{m}$ から $1.81\text{N}\cdot\text{m}$ へのステップ変化に対する過渡応答

Fig. 13. Transient response after step change of load torque from 1.41 to $1.81\text{N}\cdot\text{m}$.

第 14 図 負荷トルクの零から $2.0\text{N}\cdot\text{m}$ へのステップ変化に対する過渡応答

Fig. 14. Transient response after step change of load torque from zero to $2.0\text{N}\cdot\text{m}$.

きくなる。この相違は系の非線形性によるもので、以下のように説明できる。 $\Delta T_l = 2.0\text{N}\cdot\text{m}$ の負荷トルクの増大に対し、実際系は $t \rightarrow \infty$ で第 5 図に示す A 点 ($s = 0.04$) に落ち着く。ところが等価モデルは、 $k \rightarrow \infty$ において次式によって最終的な定常値が決まる。

$$\Delta \mathbf{y}(\infty) = [\mathbf{C}(\mathbf{I} - \Phi(T))^{-1} \Theta(T) + \mathbf{D}] \Delta \mathbf{u}(0^+) \quad (24)$$

(24)式から計算されたトルク-速度特性を「 $s=0$ での等価モデル」として第5図に示しておいた。 $\Delta T_i=2.0\text{ N}\cdot\text{m}$ のステップ変化に対し、 $t\rightarrow\infty$ で等価モデルは $s\approx 0.02$ のB点に落ち着く。電流 i_{am} はすべりに対し同様に決まる。更に第9図からわかるように、 $s=0$ では、 $s=0.04$ に対し振動周波数が高く系のダンピングが弱い。等価モデルでは、たとえすべりが変化しても $s=0$ での固有値によって系の動特性が支配されるが、シミュレーション法では、すべりに応じて動特性も変化してゆくため第14図のような差が生じている。第15図は第14図と同じ $\Delta T_i=2.0\text{ N}\cdot\text{m}$ のステップ変化に対する応答波形のシミュレーション結果である。ここでコンデンサ電圧 e_c は実際の波形ではなく、(5)式のモード遷移条件で定まる等価なコンデンサ電圧*で、極性を周期 T ごとに反転させて表示している(3)。図から応答の初期ではトルク脈動が大きく

第15図 第14図と同じ条件でのシミュレーション法による状態変数の過渡応答

Fig. 15. Transient response of state variables calculated using the simulation method at the same conditions in Fig. 14.

*: 実際のコンデンサ電圧は、ブリッジの上部と下部で別々に変化するが一方のコンデンサ電圧の最終値が片方のコンデンサ電圧の初期値に等しいとして解析している。

速度変動も大であるが、すべりが増すにつれて直流電流 i_d が減少し、トルク脈動も小さくなっていることがわかる。

以上によって、低周波運転においてはトルク脈動の考慮が必要であること、導出された等価モデルは、平衡点の近傍では系のふるまいを良く記述できることが明らかとなった。

4. あとがき

以上、非線形周期性システムとしてとらえた電流形インバータ駆動誘導電動機系の解析を行ない、以下の結論が得られた。

(1) 低周波、低すべり運転でトルク脈動による速度変動は大きくなりその定量的把握が可能となった。

(2) 慣性モーメントだけの単純な負荷の場合、トルク脈動による速度変動が安定性を悪化することはない。

(3) 平衡点に関し線形化された等価モデルは、安定解析および平衡点近傍での過渡応答の計算に有効である。

なお、本論文で提案した解析法は、あらかじめモードの変化する順序が知られている非線形周期性システムの定常、および安定解析に広く適用できるものと期待される。(昭和55年5月17日受付)

文 献

- (1) 金・富田:「電流形インバータ駆動かご形誘導電動機の脈動トルクの解析とその評価」, 電学論B, 97, 780 (昭52-12)
- (2) 羽根田・丸橋・高村・橋本:「タブロー法による電気・機械系のデジタル・シミュレーション」, 第31回パワーエレクトロニクス研究会資料 (昭53)
- (3) T. A. Lipó: "Simulation of a Current Source Inverter Drive", *IEEE Trans. Ind. Electron. Control Instrum.*, IECI-26, 98 (1979)
- (4) 野中・辻:「非線形周期性システムとしての電流形インバータ駆動誘導電動機系の特性解析」, 昭55電気学会全大 No. 525
- (5) 野中・辻:「電流形インバータ駆動誘導電動機系の過渡特性解析」, 九大工学集報, 62, 239 (昭54-6)
- (6) 野中・辻:「電流形インバータ駆動誘導電動機の定常および過渡特性について」, 電学論B, 99, 441 (昭54-7)
- (7) T. J. Aprille & T. N. Trick: "Steady-State Analysis of Nonlinear Circuits with Periodic Inputs" *Proc. IEEE*, 60, 108 (1972)
- (8) T. R. McCalla 著, 三浦・田尾共訳:「数値計算法概論」(昭47) サイエンス社
- (9) 野中・辻:「サイリスタ変換器-電動機系の過渡解析法と電流形インバータ駆動誘導電動機系への応用」, 電学論B, 100, 161 (昭55-3)
- (10) N. Sawaki & N. Sato: "Steady-State and Stability Analysis of Induction Motor Driven by Current Source Inverter" *IEEE Trans. Ind. Appl.* IA-13, 244 (1977)
- (11) D. Naunin: "Berechnung des Drehmomentverlaufs einer Asynchronmaschine bei Speisung mit Rechteckströmen" *Elektrotech Z (ETZ) A*, 90, 179 (1969)