電力系統における再同期制御の方式

正員 川 畑 洋 昭 (大阪府大)

正員 木 戸 正 夫 (大阪府大)

1. ま え が き

発電機における励磁制御系およびガバナ制御系の応答速度の改良に伴って、従来における動態安定度、過渡安定度という判然とした区別はなくなりつつある。時定数の飛躍的減少により、超速励磁、高速度バルブ制御として、これらの制御系も過渡安定度の向上に十分対応しうることが報告されている⁽¹⁾⁽²⁾。

Elgard 氏⁽³⁾、その他、多くの著者によって電力系統内における各種の制御に最適手法が導入されたが、その多くは、負荷周波数制御など、システムが線形と見なしうるものに限定される場合が多い。そしてこれらの制御系に対して、線形最適レギュレータの理論が有効であることが示されている。

一方、電力系統内の母線短絡事故などに伴う過渡時の発電機動揺は、一般に大きく本質的に非線形系であり、これらの動揺を取り除く手段として線形最適レギュレータを適用することはできない。この問題に対して Kumar 氏⁽⁴⁾は、二つの線形システムの結合として見なしうる範囲までその適用範囲を拡大させたが、それ以上大きな動揺に対してはなお、十分なものとはいえない。

発電機の過渡安定度におけるもう一つの問題点として、発電機動揺の第一波を吸収しきれず、脱調状態に陥った発電機は、一般にこれを電力系統より分離する必要があることが挙げられる。ひとたび分離された発電機の再併入には相当の時間を要するため、系統の分離は電力供給の信頼度向上の面からも望ましいものではない。この点に関しては、発電機の非同期運転を経た後再び同期状態に至るところの再同期現象についての考察などが行なわれている⁽⁴⁾。

本論文は、これらの問題点に対する一解決手法とし

て、脱調に陥った発電機を系統より分離することなく励磁制御およびガバナ制御により、発電機を再同期状態に至らしめ、同時にその振動をなめらかに吸収する一制御方式を提案したものである。

過渡動揺時における発電機の運動方程式は、三角関数を含む非線形微分方程式で記述される。この三角関数の一周期にわたる非線形特性を二つの線形系で近似し、それをもとにして得られた二つの線形最適レギュレータの線形結合として、制御系を構成している。次に三角関数の周期性を利用して 2π 周期ごとに存在する安定平衡点に着目し、これらのいずれかに発電機の状態を移行させるところの再同期制御方式を構成している。本方式によれば原理的には、任意の発電機状態よりの同期化が可能であることが示される。一機無限大母線系統で、数値シミュレーションを行なうことにより、その有効性を示すとともに本制御系に対する若干の考察を加えている。

2. 再同期制御のアルゴリズム

これまで種々の過渡安定度向上対策が考察されてきているが、発電機動揺の第一波を吸収しきれない動揺に対しては、やはりこれを系統より分離する必要があった。通常、安定化可能の限界を越えると、加速トルクが急激に増大し、発電機は脱調に陥る。しかし、発電機出力は、相差角 δ の三角関数として与えられるため、この加速トルクは局部的には増えつづけるが、相差角の一周期を経て、再び減速領域となる。この間における加速トルクをできる限り小さく抑制し、逆に減速トルクを増大させることにより、発電機は数周期を経過した後、再び安定平衡点へと移行しうる。即ち原理的には、相差角の一周期にわたる加速エネルギーと減速エネルギーの代数和を負にすることにより、最終的に発電機の過剰エネルギーを吸収することが可能である。

〈2・1〉 発電機電気出力の線形化 発電機の運動方程式中、もっとも非線形性の顕著に現われるものはその電気出力である。いま、無限大母線に接続された

A Method of Resynchronization Control in Power System.
By Hiroaki Kawabata, Member & Masao Kido, Member
(Department of Electrical Engineering, College of Engineering,
University of Osaka Prefecture)

川畑洋昭：正員，大阪府立大学工学部電気工学科
木戸正夫：正員，大阪府立大学工学部電気工学科

第 1 図 電気出力の線形方程式による近似

Fig. 1. Approximate power output by the linear equations.

負荷を持つところの非凸極形発電機の電気出力は次式で与えられる。

$$P_e = E^2 Y_{11} \cos \theta_{11} + E V Y_{12} \cos (\theta_{12} - \delta) \quad (1)$$

この電気出力を第 1 図に示すように適当な二つの線形方程式で近似し、発電機の運動方程式を適当な変数変換のもとに表わすとそれぞれ次式を得る。

$$\begin{cases} \dot{x} = A_1 x + B u & (\delta_0 \text{ 周辺}) \\ \dot{x} = A_2 x + B u & (\delta_c \text{ 周辺}) \end{cases} \quad (2)$$

次節における再同期制御のアルゴリズムを導く準備として、 δ_0 周辺の小さな動揺および δ_c 周辺の大きな動揺に対してそれぞれ有効となる線形最適レギュレータを導く。これら二つの異った最適レギュレータを動揺の大きさに従って、結合させて用いることにより、広い範囲にわたっての良好な制御系が得られるであろうことは容易に想像がつく。また、いずれの場合においても、状態および制御の偏差を最小にするという目的においては同じであるから、制御の評価基準として次の二次形式積分形評価関数を設定する。

$$I = \int_0^\infty (x' Q x + u' R u) dt \quad (3)$$

ここで、 Q, R 行列は、状態および制御変数に対する重み係数行列である。

次に、線形最適レギュレータの導出法としてよく知られているように、評価関数の最小値を次のように置く。

$$\begin{aligned} V[x_i'(t)] &= \min_{u(t')} \left\{ \int_t^\infty (x' Q x + u' R u) dt' \right\} \\ &= x'(t) K_{A_i} x(t) \quad (i=1, 2) \quad (4) \end{aligned}$$

但し、 K_{A1}, K_{A2} はそれぞれ線形系 A_1 および A_2 による場合を表わす。ハミルトン・ヤコビ・ベルマンの方程式より、(3)式を最小にする制御は線形系 A_1 および A_2 に対して、それぞれ次のように与えられる。

$$\begin{cases} u = -R^{-1} B' K_{A1} x & (\delta_0 \text{ 周辺}) \\ u = -R^{-1} B' K_{A2} x & (\delta_c \text{ 周辺}) \end{cases} \quad (5)$$

但し、 K_{A1}, K_{A2} は各々の線形系における最適レギュレータより導かれる次のリカッチ方程式の行列解である。

$$A_i' K_{Ai} + K_{Ai} A_i + Q - K_{Ai} B R^{-1} B' K_{Ai} = 0 \quad (6)$$

〈2.2〉 再同期制御のアルゴリズム

前節で得られた二つの最適レギュレータを組合わせて用いることにより、任意の発電機状態よりの再同期制御系が構成できる。 δ_0 周辺の比較的小さな動揺に対しては、 K_{A1} による最適レギュレータが有効であることは言うまでもない。相差角 δ が大きくなるに従って三角関数の強い非線形性が作用し、 δ_0 周辺での線形化方程式との誤差が大きくなり、 K_{A1} による最適レギュレータは有効性を失う。これに対して、 δ_c 周辺での線形化方程式による最適フィードバック行列 K_{A2} を導くことにより、制御量は改善される。即ち、 δ_c 周辺の動揺に対しては、 K_{A2} による最適レギュレータが再び有効性を回復する。 δ_0 より δ_c に至る間においては K_{A1}, K_{A2} による最適レギュレータが、相差角 δ の大きさに比例して、順次変化してゆくように工夫することにより、 δ_0 での最適レギュレータ δ_c からでの最適レギュレータへとなめらかに移行することになる。 δ_0, δ_c 間の任意の位置におけるこれらの二つのレギュレータの線形結合による制御量は、必ずしもその状態における最適制御量であるという保証はないが、少なくともこの間における有効な制御量であると考えることができる。以上の考察より、相差角 δ の一周期にわたって次の過渡安定度制御を考える。

$$\begin{aligned} u &= -R^{-1} B' K_{A1} x \quad (\delta < \delta_0) \\ &= -R^{-1} B' \left\{ \frac{\delta_c - \delta}{\delta_c - \delta_0} K_{A1} + \frac{\delta - \delta_0}{\delta_c - \delta_0} K_{A2} \right\} x \quad (\delta_0 < \delta < \delta_c) \\ &= -R^{-1} B' K_{A2} x \quad (\delta > \delta_c) \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式により、広い範囲にわたっての有効な制御系が構成されるが、 $\delta > \delta_c$ の範囲に状態が至った場合においては、 K_{A2} による制御量が常に発電機を原状態に復帰させるとは限らない。むしろ多くの場合においてエネルギー面積の考察から明らかなように、初期外乱が大きいときには、 K_{A2} による制御をもってしても、発電機は脱調に陥ってしまう。しかし、 K_{A2} による制御量は脱調状態においても、発電機の過剰エネルギーをできる限り小さく制御する方向に働いているものと考えられる。なぜならば、 A_2 行列はこの範囲における正確な線形化方程式を与えていると考えられるから

第2図 線形最適レギュレータによる再同期制御

Fig. 2. Resynchronization control scheme using the combination of the optimal linear regulators.

である。発電機を原状態に復帰させるという意味においては、 K_{A2} による制御を考慮することは、過渡安定度の向上に対して、わずかにばかり寄与しうるにすぎない。ところが、発電機の電気出力が(1)式の三角関数で与えられることより、発電機をこれらの 2π 周期で存在している安定平衡点に移行させるところの再同期制御なる概念を導入した場合には K_{A2} による制御量は意味を持ってくることになる。こういった再同期制御が可能であるための理論的な条件は、相差角 δ の一周期にわたる範囲において、減速エネルギーが加速エネルギーを上回るような制御が実現できることである。(7)式による制御はこの条件を満たしており、このことは K_{A2} による制御を導入することの妥当性を示すものである。相差角に対して適当なしきい値 δ_c を設定し、 δ_c を越えると再び δ_0 近辺における動揺と見なし、制御することによって、再同期制御系が得られることになる。これらの状況を概念図で示したのが第2図である。

3. モデル系統によるシミュレーション

モデル系統として、第3図に示すような負荷を持つ一機無限大母線系統により検討を行なう。発電機内部誘起電圧 E_i 、相差角 δ 、相差角速度 $\dot{\delta}$ およびタービン出力 P を状態変数にとり、界磁電圧 E_{fd} およびガバナバルブ位置 X_p を制御変数として、発電機運動方程式を平衡状態 $\mathbf{x}_0 = (E_{i0}, \delta_0, 0, P_0)$, $\mathbf{u}_0 = (E_{fd0}/b_2 T_{d0}, X_{p0}/T_G)$ のまわりで線形化することにより次式を得る(付録参照)。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}_0)\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (8)$$

但し、

$$\mathbf{x} = (E_i - E_{i0}, \delta - \delta_0, \dot{\delta}, P - P_0)' \quad (9)$$

$$\mathbf{u} = \{(E_{fd} - E_{fd0})/b_2 T_{d0}, (X_p - X_{p0})/T_G\}' \quad (10)$$

第3図 一機無限大母線モデル系統

Fig. 3. One-machine infinite bus model system.

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}_0) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{d0} b_2} & 0 & -\frac{c_2}{b_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{b_1}{M} & -\frac{c_1}{M} & -\frac{D}{M} & \frac{1}{M} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_G} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}'$$

$$b_1 = 2E_i Y_{11} \cos \theta_{11} + V Y_{12} \cos(\theta_{12} - \delta_0)$$

$$c_1 = -E_i V Y_{12} \sin(\delta_0 - \theta_{12})$$

$$b_2 = 1 + (X_d - X_d') Y_{11} \sin \theta_{11}$$

$$c_2 = -(X_d - X_d') V Y_{12} \cos(\theta_{12} - \delta_0)$$

系統定数ならびに運転条件を次のように設定する。但し、与えられた数値はすべて(p.u.)値である。

$$M = 0.06 \text{ s}^2, X_d = 0.320, X_d' = 0.084$$

$$T_{d0} = 5.0 \text{ s}, T_G = 0.3 \text{ s}, D = 0.06$$

$$V = 1.0, E_{i0} = 1.482, P_0 = 1.5, \delta_0 = 25^\circ$$

$$\delta_c = 140^\circ, Y_{11} = 1.533 \angle -80^\circ$$

$$Y_{12} = 1.095 \angle 80.5^\circ$$

次に、評価関数の重み行列を次のように選ぶ。

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(1, 10, 25, 3), \mathbf{R} = I$$

以上の設定により、線形化行列 $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$ および、それによるフィードバック行列 $\mathbf{K}_{A1}, \mathbf{K}_{A2}$ はそれぞれ次のようになる。

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -0.313 & 0 & 0.229 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 23.467 & -22.298 & -1 & 16.667 \\ 0 & 0 & 0 & -3.333 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -0.313 & 0 & 0.229 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -23.467 & 22.298 & -1 & 16.677 \\ 0 & 0 & 0 & -3.333 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{A1} = \begin{bmatrix} 10.600 & 7.357 & -3.222 & -5.838 \\ 7.357 & 22.205 & -1.365 & -4.089 \\ -3.222 & -1.365 & 2.613 & 2.278 \\ -5.838 & -4.089 & 2.278 & 4.147 \end{bmatrix}$$

$$K_{A2} = \begin{bmatrix} 12.622 & -14.858 & -4.568 & -6.939 \\ -14.858 & 34.781 & 6.420 & 8.694 \\ -4.508 & 6.420 & 3.076 & 2.955 \\ -6.939 & 8.694 & 2.955 & 4.695 \end{bmatrix}$$

これらの値を(7)式に代入することにより、相差相 δ の各領域における制御は、次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= -10.6 \Delta E_I - 7.357 \Delta \delta + 3.222 \Delta \dot{\delta} \\ &\quad + 5.838 \Delta P \\ u_2 &= 5.838 \Delta E_I + 4.089 \Delta \delta - 2.278 \Delta \dot{\delta} \\ &\quad - 4.147 \Delta P \end{aligned} \right\} (\delta < \delta_0) \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= -10.6 \Delta E_I - 7.357 \Delta \delta + 3.222 \Delta \dot{\delta} \\ &\quad + 5.838 \Delta P - 1.057 \Delta E_I \Delta \delta \\ &\quad + 11.069 \Delta \delta^2 - 0.671 \Delta \dot{\delta} \Delta \delta \\ &\quad + 0.548 \Delta P \Delta \delta \\ u_2 &= 5.838 \Delta E_I + 4.089 \Delta \delta - 2.278 \Delta \dot{\delta} \\ &\quad - 4.147 \Delta P + 0.548 \Delta E_I \Delta \delta \\ &\quad - 6.369 \Delta \delta^2 - 0.337 \Delta \dot{\delta} \Delta \delta \\ &\quad - 0.273 \Delta P \Delta \delta \end{aligned} \right\} (\delta_0 < \delta < \delta_c) \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= -12.622 \Delta E_I + 14.858 \Delta \delta \\ &\quad + 4.568 \Delta \dot{\delta} + 6.939 \Delta P \\ u_2 &= 6.939 \Delta E_I - 8.694 \Delta \delta - 2.955 \Delta \dot{\delta} \\ &\quad - 4.695 \Delta P \end{aligned} \right\} (\delta > \delta_c) \quad (13)$$

次に制御機器に対する制限値を次のように設定する。

励磁制御における界磁電圧 E_{fd} に対して、

$$-7.5 \text{ p.u.} \leq E_{fd} \leq 7.5 \text{ p.u.} \quad (14)$$

ガバナ制御系におけるタービン出力 P に対して、

$$0.45 \text{ p.u.} \leq P \leq 1.64 \text{ p.u.} \quad (15)$$

の制限を設ける。 $P=0.45 \text{ p.u.}$ および 1.65 p.u. は定格出力のそれぞれ 30%, 110% に相当している。

シミュレーションにおいては、 $u_1 = (E_{fd} - E_{fd0})/b_2 T_{d0}$, $u_2 = (X_p - X_{p0})/T_G$ なる変換をしているため、これらの制御値は、 u_1, u_2 に対して次の制御条件となる。

$$-2.812 \leq u_1 \leq 1.884 \quad (16)$$

$$-3.5 \leq u_2 \leq 0.5 \quad (17)$$

以上の条件の下に、いま、発電機母線における三相短絡事故を想定し、事故除去後の発電機過渡動揺のシミュレーションを行なっている。第4図は再閉路時間 t_c をパラメータにとり、本制御手法を適用したときの各応答の位相面図である。制御を行なわない場合の臨

第4図 再同期位相平面図

Fig. 4. Resynchronization phenomena phase diagram.

界再閉路時間は $t_c=0.28$ 秒である。これに対して、本制御手法を用いた場合には、任意の再閉路時間に対して適当な周期を経過した後、再び安定平衡状態へと移行している。

次に、各状態変数および制御変数の時間応答曲線を第5図～第7図に示している。 $t_c=0.35$ 秒、0.55 秒および 0.95 秒に対して、相差角 δ はそれぞれ一周期後二周期後、および三周期後の安定平衡点 6.72rad, 13.00rad, 19.28rad に収束している。制御および発電機各部の動きは、初期外乱による発電機過剰エネルギー

第5図 時間応答特性曲線

Fig. 5. Time response characteristic curves.

第 6 図 時間応答特性曲線

Fig. 6. Time response characteristic curves.

第 7 図 時間応答特性曲線

Fig. 7. Time response characteristic curves.

一吸収の方向に動作していることがわかる。タービン出力は急速にその出力を減少させ、内部誘起電圧 E_i は、相边角 δ に対して、最大電気出力を与える方向に

変化している。

初期時刻における制御 u_1, u_2 の動きはほとんどその上限または下限の値をとり、Bang-Bang 制御の様相を示している。また、その方向は励磁制御 u_1 とガバナ制御 u_2 では、おおむね反対方向に動作している。即ち、 u_1 が最大値をとるとき u_2 は最小となり、逆に u_1 が最小のとき u_2 が最大となっている。

最後に過剰エネルギーを吸収し、動揺が小さくなるに従って、本来の最適レギュレータとしての減衰特性を示している。

4. 結果に対する考察

以上のシミュレーション結果より、任意の脱調状態よりの再同期化が可能であることが示されたが、ここでは、従来の過渡安定度判別に用いられてきたエネルギー面積の立場からこれらの結果を検討してみる。

まず最初に相边角 δ に対するタービン出力 P および電気出力 P_e の特性曲線を $T=0.35$ 秒および 0.55 秒の場合について図示すると第 8 図および第 9 図ようになる。例えば第 8 図において、加速面積 A は減速面積 B で吸収しきれず、発電機は再び面積 C による加速を受ける。しかし、励磁制御とガバナ制御の協調による大きな減速面積 D の減衰効果により、過剰エネルギーは吸収され、その後、最終的に 2π 後の安定平衡点へと漸近する。ここで、制御を行わない場合に比較すると、加速面積 C は相当小さくなっており、逆に、減速面積 D は大きくなっていることがわかる。初期の加速面積 A が更に大きい場合には、このような過程を数周期にわたって繰返すが、相边角 δ の一周期間におけるエネルギー面積の代数和が負になる限り、原理的には常に再同期が可能であることが

第 8 図 電力相边角特性曲線

Fig. 8. Power-angle characteristic curves.

第 9 図 電力相差角特性曲線

Fig. 9. Power-angle characteristic curves.

わかる。

次に、再閉路時間と再同期状態との関係について考察する。第 4 図において再閉路時間 t_c をパラメータにとり、再同期現象を位相面で示したが、再閉路時間はその後の安定平衡点への移行に際して、微妙な影響を与えている。例えば、 $t_c = 0.55$ 秒の場合には、 4π 周期後の安定平衡点に移行している。これに対して、煩雑さを避けるため、同図には示していないが、 $t_c = 0.65$ 秒、 $t_c = 0.75$ 秒の場合には、 2π 周期後の安定平衡点へと移行する。こういった現象は、エネルギー面積の考察からも容易に想像がつくように、相差角のある領域においては、発電機が電動機状態となることにより、開路状態よりも大きく加速されることが原因となっている。従って、発電機動揺の第一波のみを対象とした過渡安定度の考察においては、再閉路時間の短縮が安定度向上のための重要な対策の一つであったが、本論文で対象とする再同期制御においては、むしろ再閉路のタイミングが重要である。シミュレーション結果からもわかるように、本手法により任意の再閉路時間に対して再同期可能であるが、更に電機子電流の抑制、発電機加速の抑制といった面からしゃ断器との連携動作などが考えられる。本稿においては、再同期制御の原理的な側面に限定し議論を行なっているが、これらの必要性については現実の応用に際しての検討課題となるものである。

次に、三相短絡時においては、事故電流により、内部誘起電圧 E_i もまた急変していることが考えられる。従って、厳密な意味において、内部誘起電圧 E_i を状態変数に設定することには若干問題がある。しかし、三相短絡の時間そのものは極めて短い時間であるとともに、発電機の開路と同時に、再びもとの大きさ

に戻るため、三相短絡時における値を無視しても制御結果そのものには、ほとんど影響を与えない。本シミュレーションでは、制御の初期時刻を事故除去後、再閉路時刻に一致させることにより、これらの問題を回避している。

本手法は制御機器として本来発電機に付随する励磁制御系およびガバナ制御系を一括してシステム制御を行なうものであり、直列コンデンサ、制動抵抗といったいわゆる過渡安定度機器の設置と比較すると、経済的にも十分実用性に富む手法であると思われる。

5. む す び

発電機方程式に含まれる三角関数の非線形性および周期性を利用することにより、過渡動揺時における再同期制御の一アルゴリズムを導いた。本論文で得られた結果をまとめると、次のようになる。

(1) 一般に過渡安定度を失い脱調状態に陥った発電機はこれを系統より分離する必要があるが、励磁制御およびガバナ制御系の協調による再同期制御により系統より分離せずに再同期が可能である。

(2) 励磁制御、ガバナ制御に上下限が設定されているため、その初期時刻においては、Bang-Bang 形の制御特性が得られ、最後に最適レギュレータとしての制御特性が得られる。

(3) 励磁系並びにガバナ系共に、本来発電機に付随する制御機器であり、いわゆる過渡安定度制御機器である制動抵抗器および直列コンデンサなどの設置に比べると経済的である。

(4) 本方式は線形レギュレータの結合として導いたものであるため、構造が簡単であり、on-line フィードバック制御構成が容易である。

これに対して、今後の検討課題としては、各状態量の正確な測定並びに推定法が挙げられる。特に相差角に対する測定の精度が本手法の優劣に大きく依存してくるものと思われる。

終りに、本研究の数値計算は大阪府立大学計算センターの TOSBAC 5600 を使用して行なったことを付記し感謝致します。

(昭和 55 年 1 月 23 日受付, 同 55 年 11 月 10 日再受付)

文 献

- (1) A. C. Sullivan & H. Yee: "Fast Governing of Turbo-generators during Transients", *Proc. Inst. Elect. Engrs*, 124, No. 7, p. 371 (1973)
- (2) A. B. R. Kumar & Earl F. Richards: "A Suboptimal Control Law To Improve the Transient Stability of Power Systems", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.* PAS-95, No. 1, p. 243 (1976)

- (3) O.I. Elgerd & C.E. Fosha: "Optimum Megawatt-Frequency Control of Multiarea Energy Systems", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.* PAS-89, No.1, p. 556 (1970)
- (4) 松山, 他: 「電力系統における同期機の非同期運転および再同期現象」電学論 B, 92, 507 (昭 47-9)
- (5) O.J. Oaks & Gerald Cook: "Piecewise Linear Control of Nonlinear Systems", *IEEE Industrial Elect. Control Instrum.* IECI-23, No. 1, p. 56 (1976)

付 録

第1図で示された一機無限大母線モデルに対して、発電機の運動方程式は次式で与えられる。

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} + D \frac{d \delta}{dt} + P_e = P \quad \text{..... (付 1)}$$

ここで、

$$P_e = E_I^2 Y_{11} \cos \theta_{11} + E_I V Y_{12} \cos (\theta_{12} - \delta) \quad \text{..... (付 2)}$$

である。

一方、励磁系およびガバナ系に対して次の方程式が得られる。

$$E_I + T_{d0} \frac{d E_q'}{dt} = E_{fd} \quad \text{..... (付 3)}$$

$$P + T_G \frac{d P}{dt} = X_p \quad \text{..... (付 4)}$$

ここで、 E_I と E_q' の間には次の関係が成立する。

$$E_q' = E_I - (X_d - X_d') I_d \quad \text{..... (付 5)}$$

$$I_d = -E_I Y_{11} \sin \theta_{11} - V Y_{12} \sin (\theta_{12} - \delta) \quad \text{..... (付 6)}$$

(付1)～(付6)式より状態ベクトル $x = (E_I - E_{I0}, \delta - \delta_0, \dot{\delta}, P - P_0)'$, $u = (E_{fd} - E_{fd0})/b_2 T_{d0}, (X_p - X_{p0})/T_G$ を用いて、安定平衡点 $x_0 = (E_{I0}, \delta_0, 0, P_0)$, $u_0 = (E_{fd0}/b_2 T_{d0}, X_{p0}/T_G)$ のまわりで線形化し、ベクトル表示することによって、(8)式が得られる。ここで用いた記号は次のとおりである。

E_I : 内部誘起電圧

E_q' : 過渡リアクタンス背後電圧

Y_{11} : 内部母線における回路網の自己アドミタンス

Y_{12} : 内部母線と無限大母線間の相互アドミタンス

θ_{11} : Y_{11} の偏角

θ_{12} : Y_{12} の偏角

δ : 電力相差角

P : タービンの出力

P_e : 発電機電気出力

X_d : 直軸同期リアクタンス

X_d' : 直軸過渡リアクタンス

I_d : 電機子電流直軸成分

T_{d0} : 励磁回路の開路時定数

T_G : タービンの時定数

M : 同期機の慣性定数

D : 同期機の減衰定数

E_{fd} : 界磁電圧

X_p : ガバナバルブ位置