UDC 625.031.001.572:621.335
539.61

論文

56-B45

電気車の粘着性能評価のための シミュレーションモデル

正員 曾根 悟 (東京大)
正員 横田 哲也 (東京大)

1. はじめに

現在の鉄道車両は特別の例外を除いて、加速減速に要する力を車輪とレールの間の摩擦力(粘着力)によっている。電気車の加速、即ち力行時に最大摩擦力(限界粘着力)を越える引張力を与えれば、動輪は空転を始める。空転している動輪は十分な引張力を発揮できないだけでなく、車輪や軌条の異常摩耗や騒音の原因となり、大空転に至れば遠心力により機械的な破壊を招く場合すらあるので、何らかの方法で再び粘着状態に戻さなければならない。また、ブレーキ時に滑走を起こせば、ブレーキ距離の増加や車輪の偏摩耗(フラットの発生)という悪影響がある。粘着力はレールの表面状態の違いにより幅広く分布する粘着係数によって制限されるが、粘着力の下限に対しても空転を生じない程度に引張力を抑えて運転することは非現実的である。引張力を適度に設定し、ある程度空転が発生しても、短時間のうちに再粘着すれば、粘着力を有効に利用できる。

本論文は電気車の粘着性能の評価を目的として、その支配的要素の検討を行ない、粘着性能の総合的評価として平均利用粘着係数を提案し、その算出のためのモデル設定を行なう。粘着係数に確率変数を導入したモデルにより、不確定的な空転再粘着繰返し状態を模擬し現実の列車運行に近い状態での平均利用粘着係数による粘着性能の評価が可能となった。

2. 空転の発生と再粘着

動輪周引張力に換算した電動機トルク(以下単に動輪周引張力という)を F 、静止摩擦係数を μ_v 、動輪上重量を gW とすると、

$$F > \mu_v \cdot gW \dots\dots\dots (1)$$

となれば動輪は空転を起こす。空転すると摩擦力は静止摩擦力 $\mu_v \cdot gW$ より小さい動摩擦力 $\mu_s \cdot gW$ (μ_s : 動摩擦係数)に変わり、その差に相当する過剰なトルクにより動輪は加速される。(静止摩擦係数を粘着係数、動摩擦係数を滑り粘着係数と呼ぶ。以下この表現を用いる)滑り粘着係数は空転速度の増加に対し減少する傾向があり、動摩擦力も減少し、動輪の加速力は一層大きくなる。

空転速度の変化は基本的には電動機の「速度-引張力」特性によって決まる。定速度形に近いと空転による僅かな速度の増加に対してトルクは大きく減少するので空転速度は低くとどまるが、定トルク形に近い場合にはトルクの減少が少なく大空転となり易い。これは過渡現象を考えない静的な議論であるが、再粘着が起きやすいためには空転速度の収束値が小さいことが望ましく定速度形に近いものが再粘着性の点で有利である。低い電圧が自由に得られる交流車両では複数の電動機を並列にして内部抵抗の低い電源に直接接続して電圧制御ができるので定速度形に近くなる。これに対して一般の直流車両では電動機は直列に接続され、更に直列抵抗により速度制御が行なわれるので定トルク形に近くなる。

本論文では粘着上有利な各軸独立な電圧制御の下での基本的な特性を論じるため、複数電動機の接続法と相互の影響には触れず一軸一電動機のモデルを扱った。

実際の空転は不確定的に発生するが、その原因は(1)式が成立した場合であり粘着係数の変動が空転発生に際して重要な役割を果たす。また、空転速度の変化は滑り粘着係数に大きく支配される。どちらも車輪やレールの表面状態により大幅に変動し、広い範囲にばらつくことが知られている。粘着係数は列車速度の、滑り粘着係数は空転速度の、夫々減少関数として定式化され理論解析などでは確定的に扱われてきた

Simulation Model for Adhesion Characteristics Evaluation of Electric Vehicles. By Satoru Sone, Member & Tetsuya Yokota, Member (University of Tokyo)

曾根 悟: 正員, 東京大学工学部
横田 哲也: 正員, 東京大学工学部

が⁽²⁾、長い時間の列車運行など不確定的に発生する空転、再粘着の模擬を行なう場合には粘着係数を確率変数として与える必要がある。

3. 空転のモデル

〈3・1〉 従来の単純な空転のモデル⁽¹⁾⁽²⁾ 一次の電気系と一次の機械系によりなる単純なモデルをもとに再粘着特性は下記のように定性的に解析されている。この解析には(i)～(iv)の仮定をおいている。

(i) 列車の速度 V_t は考えている期間内では変化せず、その間の粘着係数 μ_v は一定である。

(ii) 滑り粘着係数 μ_s の空転速度 V_s に対する変化は一次式で近似する。

$$\mu_s = \mu_v - \Delta\mu - \rho \cdot V_s \quad (2)$$

(iii) 他励機を考え、主界磁束 $K\Phi$ は電機子電流 I_m によらず一定とする。

(iv) 回路のインダクタンス L_m の値は電流に対して変化しない。

以下に用いる記号をまとめておく。

J : 動輪軸に換算した回路系各部の合成慣性モーメント (kg·m²)

gW : 動輪上重量 (kg·m/s²)

T : 動輪軸駆動トルク (N·m)

V_t : 列車速度 (m/s)

V_s : 動輪周空転速度 (m/s)

μ_v : 列車速度 V_t における粘着係数

μ_s : 空転速度 V_s における滑り粘着係数

I_m : 主電動機電流 (A)

E_d : 等価電源電圧 (V)

E_m : 主電動機逆起電力 (V)

L_m : 電動機回路の全インダクタンス (H)

R_m : 等価回路全抵抗 (Ω)

$K\Phi$: 主界磁束 (Wb)

動輪周引張力が限界粘着力を越えると動輪は空転を始め、粘着係数 μ_v と空転速度が0のときの滑り粘着係数 μ_s との差 $\Delta\mu$ に基づく過剰なトルクが空転初期の動輪の加速力となる。空転している動輪の速度変化は、

$$J(d\theta/dt) = T - \mu_s \cdot gW \cdot r \quad (3)$$

$$\dot{\theta} = (V_t + V_s)/r \quad (4)$$

ここで、 r は動輪半径、 $\dot{\theta}$ は動輪軸角速度である。

このときの電圧方程式は

$$E_m + R_m \cdot I_m + L_m \cdot \dot{I}_m = E_d \quad (5)$$

空転を起こす直前には、動輪周引張力は限界粘着力とつり合っており、

$$T/r = \mu_v \cdot gW \quad (6)$$

このとき、電機子電流 I_m は定常値であり $\dot{I}_m = 0$ である。電源電圧 E_d は粘着時と空転時で等しく、粘着時において、

$$E_m + R_m \cdot I_m = E_d \quad (7)$$

ここで、主電動機逆起電力 E_m は次式で表わされる。

$$E_m = S \cdot K\Phi(V_t + V_s)/r \quad (8)$$

但し粘着時には $V_s = 0$ とする。 S は歯車比である。主電動機より動輪軸に与えられるトルク T は粘着時、空転時ともに、

$$T = S \cdot K\Phi \cdot I_m \quad (9)$$

空転速度 V_s の変化は以上(2)～(9)式より得られる次の微分方程式に従う。

$$\tau_m \cdot \tau_e \cdot \ddot{V}_s + (\tau_m - \tau_e) \dot{V}_s + (\xi/\rho - 1)V_s = \Delta\mu/\rho \quad (10)$$

ここで

$$\tau_m = J/gW \cdot r^2 \cdot \rho \quad (\text{機械系時定数}) \quad (11)$$

$$\tau_e = L_m/R_m \quad (\text{電気系時定数}) \quad (12)$$

$$\xi = \frac{1}{gW \cdot r} \left(\frac{-dT}{dV_s} \right) = \frac{1}{gW \cdot R_m} \left(\frac{S \cdot K\Phi}{r} \right)^2$$

(単位軸重あたり電動機引張力の速度傾斜) (13)

$$\rho \quad (\text{滑り粘着係数の速度傾斜}) \quad (14)$$

空転速度の変化の様子、即ち(10)式の解の形は(11)～(14)式の四つの定数で決まり解析的に分類できる。いつたん空転を起こした動輪の空転速度が再び減少して0となり、摩擦係数の段階的增加により再粘着を起こすためには(10)式の解が振動的で、 $t > 0$ で負の極小値を持つことが条件である。(第1表)⁽²⁾

ξ, ρ として妥当な値を仮定し、 τ_m, τ_e に対し再粘着する領域を図示すると第1図で、概ね $\tau_e > \tau_m$ である。再粘着性の定性的な議論は主として、ここに示した微

第1図 再粘着領域

Fig. 1. Readhesion domain.

第1表 再粘着のモードと条件

Table 1. Readhesion mode and conditions.

$\xi > \rho$	$\tau_m > \tau_e$	$\begin{cases} \frac{\tau_m + \tau_e}{2\sqrt{\tau_m \tau_e}} \geq \sqrt{\frac{\xi}{\rho}} \end{cases}$	収束
		$\begin{cases} \frac{\tau_m + \tau_e}{2\sqrt{\tau_m \tau_e}} < \sqrt{\frac{\xi}{\rho}} \end{cases}$	振動的収束
	$\tau_m = \tau_e$	$\frac{\alpha}{\beta} \left(\xi + \frac{3}{2} \pi \right) < \log_e \sin \zeta$	再粘着
		$\frac{\alpha}{\beta} \left(\xi + \frac{3}{2} \pi \right) \geq \log_e \sin \zeta$	再粘着
$\xi \leq \rho$	$\tau_m < \tau_e$	$\begin{cases} \frac{\tau_m + \tau_e}{2\sqrt{\tau_m \tau_e}} < \sqrt{\frac{\xi}{\rho}} \end{cases}$	再粘着
		$\begin{cases} \frac{\tau_m + \tau_e}{2\sqrt{\tau_m \tau_e}} \geq \sqrt{\frac{\xi}{\rho}} \end{cases}$	発散
$\xi \leq \rho$			
ρ : 動摩擦係数の速度傾斜 (s/m)			
ξ : 主電動機引張力の速度傾斜 (s/m) (単位軸重あたり)			
τ_m : 機械系時定数 (s)			
τ_e : 電気系時定数 (s)			
$\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_m} - \frac{1}{\tau_e} \right)$			
$\beta = \sqrt{\frac{1}{\tau_e \tau_m} \frac{\xi}{\rho} - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\tau_m} + \frac{1}{\tau_e} \right)^2}$			
$\tan \zeta = \frac{\beta}{\frac{\xi}{\tau_m \rho} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_m} + \frac{1}{\tau_e} \right)}$			

分方程式の解析が基礎になっており、電気系時定数が大きいことが再粘着性の良さの目安とされる。

この単純なモデルによって、空転速度の変化の基本的な形態が解析的に分類でき、再粘着の条件が定性的に理解される。しかし、このモデルは現実に空転現象に大きな影響を与える列車速度など諸々の運転条件を反映しておらず、実際の空転現象の議論のためには、更に精密なモデルが必要である。

(3.2) 変動要素、非線形要素を考慮したモデルへの拡張 前節では極めて単純化したモデルによって、空転速度が二階線形の微分方程式で記述され、再粘着の条件が基本的には四つの定数によって決定されることを示した。ところが現実には再粘着性は列車速度や設定電流値などにより変る。この原因は前節では単純化して扱った要素の変動性や非線形性にあり、諸々の運転条件における空転の状態や再粘着性を定量的に議論するためには、これらを考慮した、より複雑なモデルによる検討が必要である。単純化した要素のうち、その変動性や非線形性が再粘着性を支配するものを、より現実に近く定式化して、その具体的影響を検討する。

(i) 滑り粘着係数 μ_s は粘着係数 μ_v からの落差 $\Delta\mu$ と空転速度 V_s に対するこう配 (前節では $\rho=1$ とした) の減少を考慮した次の式を用いる。

$$\mu_s = \mu_v - \Delta\mu - \frac{\rho_2 \cdot V_s}{1 + \rho_1 \cdot V_s} \quad (15)$$

$\Delta\mu, \rho_1, \rho_2$ は定数、また μ_v は一般に列車速度 V_t の増加に対して減少するが、考えている時間内で V_t は一定として扱い、 μ_v も定数とする。

(ii) 直巻電動機の主界磁束は電機子電流 I_m に対する飽和特性を考慮した Frölich の式で表わす。

$$K\Phi = \Phi_0 \cdot I_m / (I_m + \phi) \quad (16)$$

Φ_0, ϕ は定数である。他励電動機の場合には

$$K\Phi = \Phi_0 \quad (17)$$

即ち、主界磁束を一定とする。

(iii) インダクタンス L_m の値は考えている範囲で、電流 I_m にほぼ反比例するので次式で近似する。

$$L_m = L_{m0} / I_m \quad (18)$$

但し、 L_{m0} は定数。

前節に示した他の記号は引き続き用いる。

空転時の速度変化を表わす方程式は (3), (4), (5) が基本となる。 $K\Phi, L_m$ を I_m の関数として (16), (18) 式を用い $\dot{V}_s, \dot{I}_m$ を求めると、

$$\begin{aligned} \dot{V}_s = & (r/J) \{ S \cdot K\Phi(I_m) \cdot I_m \\ & - gW \cdot r \cdot \mu_s(V_s) \} \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_m = & \frac{1}{L_m(I_m)} \left\{ E_d - S \cdot K\Phi(I_m) \frac{V_s + V_t}{r} \right. \\ & \left. - R_m \cdot I_m \right\} \quad (20) \end{aligned}$$

I_m の初期値 $I_m(0)$ は粘着係数設定値 μ_0 に対し (9), (16) および (6) 式で $\mu_v = \mu_0$ とおいたものより、

$$\mu_0 \cdot gW \cdot r = S \cdot \Phi_0 \cdot I_m^2 / (I_m + \phi) \quad (21)$$

の根として与えられる。 $I_m(0)$ を I_{m0} と記すと、電源電圧 E_d は (7) 式を用いて次式で与えられる。

$$\begin{aligned} E_d = & S \cdot K\Phi(I_{m0}) V_t / r + R_m \cdot I_{m0} \\ = & S \cdot \frac{\Phi_0 \cdot I_{m0}}{I_{m0} + \phi} \cdot \frac{V_t}{r} + R_m \cdot I_{m0} \quad (22) \end{aligned}$$

空転時には空転速度 V_s と電機子電流 I_m は (19), (20) 式に従って変化するが空転速度が減少して $V_s = 0$ となると摩擦係数は $\Delta\mu$ だけ不連続的に増加する。動輪周引張力が負となり、絶対値が限界粘着力 $\mu_v \cdot gW$ を越えることは通常無いので、負の空転は起きず $V_s = 0$ にとどまり再び粘着状態となる。このとき、電機子電流 I_m は電気系の時間遅れのため、再粘着の瞬間には大きく減少しており、その値から定常値 (設定値 I_{m0}) に向かって徐々に (指数関数的に) 上昇する。この変化は (20) 式で $V_s = 0$ とおいたもの、即ち次式による。

$$\begin{aligned} \dot{I}_m = & \frac{1}{L_m(I_m)} \left\{ E_d - S \cdot K\Phi(I_m) \frac{V_t}{r} - R_m \cdot I_m \right\} \\ & \dots \dots \dots (23) \end{aligned}$$

電気回路は誘導性で、 I_m は連続であるから、 I_m の再

第 2 図 界磁磁束と再粘着性

Fig. 2. Readhesion characteristics vs. field strength.

粘着後の初期値は空転期間の最終値である。

空転時、粘着時のいずれも、微分方程式は一般に非線形で解析的に解くことは困難であるから、空転時には(19)、(20)式を、粘着時には(23)式を関数値 $L_m(I_m)$ 、 $K\Phi(I_m)$ および $\mu_s(V_s)$ を参照しながら、逐次数値計算を行なう。

〈3.3〉 計算結果と変動要素の影響の検討 ここに用いたモデルによる数値計算結果の例を基にして、変動要素の再粘着性への影響について検討を行なう。数値計算を行なうに当たって諸定数は我が国の代表的交流機関車である ED 75 の 1 軸分をモデルとして選んだ。その諸数値を第 2 表⁽³⁾に示す。

滑り粘着係数 $\mu_s(V_s)$ は(15)式を用いるが、 $\mu_v = 0.35$ 、 $\Delta\mu = 0.12$ とし、

$$\mu_s(V_s) = 0.23 - \frac{0.102V_s}{1 + 0.567V_s} \dots\dots\dots (24)$$

とする。これは列車が走行中で、比較的条件の悪い、即ち摩擦係数の落差 $\Delta\mu$ が大きく、空転速度 V_s に対する減少こう配が小さく、再粘着しにくい条件の例である⁽³⁾。

(1) 主回路インダクタンスと設定電流 界磁磁束 $K\Phi(I_m)$ の変動の影響を分離するため $K\Phi$ をパラメータとして固定し、設定粘着係数 μ_0 を定め空転速度の変化(再粘着性)を調べた。始めに滑り粘着係数

第 2 表 計算に用いた諸数値

Table 2. Values and functions used in the simulation.

記 号	単 位	数値または関係式
J	(kg m ²)	833
W	(kg)	16.8×10^3
r	(m)	0.56
S		4.44
R_m	(Ω)	0.0921
L_m	(H)	$10.2/I_m$
$K\Phi$	(Wb)	$\frac{11.53I_m}{268.8 + I_m}$

$\mu_s(V_s=0)$ を与え μ_0 と μ_s との差に相当する過剰トルクを空転の初期加速力とする。結果は第 2 図(a)~(d)である。条件は、

- (a) $K\Phi=7$ Wb, $I_{m0}=942$ A
- (b) $K\Phi=7.5$ Wb, $I_{m0}=879$ A
- (c) $K\Phi=8$ Wb, $I_{m0}=824$ A
- (d) $K\Phi=9$ Wb, $I_{m0}=732$ A

いずれも $\mu_0=0.3$ 、 $V_s=0$ である。それぞれ同一の設定粘着係数、即ち同一のトルクに対して異なる界磁磁束を与えた。界磁磁束が小さいほど V_s の最大値は大きくなり、(a)、(b)は再粘着に至っていない。再粘着性が悪くなるのは、インダクタンス L_m が(18)式で表わしたように電流 I_m の減少関数であるため、電気

第 3 図 列車速度と再粘着性

Fig. 3. Readhesion characteristics vs. train velocity.

第4図 界磁の特性

Fig. 4. Characteristics of field flux.

第5図 界磁磁束と電気系時定数への列車速度の影響

Fig. 5. The effect of train velocity on equivalent resistance and time constant of electric system.

系時定数 $\tau_e = L_m / R_m$ が界磁の減少、即ち電流の増加に対して小さくなるためである。

(2) 界磁磁束の電流依存性による列車速度の再粘着性への影響 界磁磁束 $K\phi(I_m)$ に(16)式および第2表の関係式を用い設定粘着係数 μ_0 を一定とし、列車速度 V_t をパラメータとして再粘着性を調べた。計算結果は第3図(a)～(f)、条件は $V_t = 0 \sim 2$ m/s、いずれも $\mu_0 = 0.3$ 。列車速度の増加に対して再粘着性が悪くなる。この理由について考察する。

直巻電動機では界磁磁束が電機子電流によって変化し、速度が一定でも、電流の増加により逆起電力が増加するという直巻特性に起因する等価抵抗が電動機回路の実在の直流抵抗以外に存在する。

この等価抵抗 R_f は

$$R_f = \frac{\partial E_m}{\partial I_m} = S \frac{\partial K\phi}{\partial I_m} \cdot \frac{V}{r} = S \cdot \phi \cdot \frac{V}{r} \quad \dots (25)$$

但し、 $\phi = \partial E_m / \partial I_m$ 、 $V = V_t + V_r$

となり第4図より $\phi = 4 \times 10^{-3}$ Wb/A と仮定すると、

$$R_f = 0.032 \times V \text{ (}\Omega\text{)} \quad \dots (26)$$

$V_t = 0$ 、 $V_r = 2$ のとき $V = 2$ 、 $R_f = 0.064 \Omega$ で、これは $R_m = 0.0921 \Omega$ に対して約 70% 値である。電動機

回路の抵抗は実在抵抗 R_m と、この速度に依存する等価抵抗 R_f の和と考えるべきで、等価直列抵抗は速度 V により増加し、電気系時定数 $\tau_e = L_m / (R_m + R_f)$ は減少する。 I_m をパラメータとして V に対する等価直列抵抗の増加と電気系時定数の減少の割合を第5図に示す。

以上に示したように界磁磁束が電流依存性をもつ直巻電動機では、車速の増加により再粘着性が悪化することが界磁の特性を簡単な式で近似することにより、定量的に明らかにされた。しかし実際には(25)式中の $\phi = \partial K\phi / \partial I_m$ の値は一定ではなく電流により変化し更に実際の直巻界磁の特性が、例えば第4図で表わされるような単純なものではないので、 R_f を正確に計算するのは困難で、微妙な制御を行なう場合に問題となる⁽⁵⁾。

4. 平均利用粘着係数算出のための空転再粘着繰返しモデル

従来行なわれてきた粘着性能の研究、特に空転現象に関しては、粘着係数などが与えられた場合の再粘着性、最大空転速度、空転時間などが主であった。これらの他に実質の評価の対象となるものとして、長い時間に（あるいは長い距離で）電気車が実際に発揮できる牽引力も重要である。一般に電気系時定数を大きくすれば再粘着性は向上するが、空転時に減少した電流の回復に時間がかかるため、再粘着直後の引張力の低下が大きく、電気系時定数を過大にした場合には平均的な引張力（利用粘着係数）は設定値を著しく下廻る。粘着性能の評価を引張力で行なうために一軸当りの引張力を軸重で除して粘着係数の次元に換算したのを用い、電気車の発揮した平均的な引張力に相当する粘着係数を「平均利用粘着係数」と名づけ、以下これの算出と、そのためのモデル設定を行なう。

なお、空転再粘着の繰返しを統計的に扱い、同様の評価量を用いた研究として文献(6)がある。

〈4.1〉 平均利用粘着係数の算出 動輪がレールに対して作用できる引張力 F は空転時と粘着時では異なる。

(1) 粘着時には電動機の出したトルクは伝達系の僅かな損失分を除いて全て引張力となり得るので、粘着時の引張力 f_a は

$$f_a = T / r \quad \dots (27)$$

トルク T は電流 I_m の関数であるが、 I_m は再粘着直後には大きく減少しており、引張力 f_a も減っている。

(2) 空転時には引張力 f_r は、そのときの電動機

第 6 図 空転時と粘着時の引張力

Fig. 6. Tractive effort in the period of slip and adhesion.

の発生トルクには関係せず、軸重と滑り粘着係数の積である動摩擦力となる。

$$f_s = \mu_s(V_s) \cdot gW \quad (28)$$

平均利用粘着係数を μ_e とすると、 μ_e は空転時の f_s と粘着時の f_a を時間平均して軸重 gW で除したもので次式で与えられる。

$$\mu_e = \frac{1}{t_a + t_s} \left\{ \int_a \frac{T}{gW \cdot r} dt + \int_s \mu_s(V_s) dt \right\} \quad (29)$$

但し、 t_a, t_s は粘着、空転の時間、また $\int_a, \int_s$ はそれぞれの区間で積分を表わす。空転再粘着を多く繰返すときには、全ての区間について、この計算を行なう。第 6 図に一回の空転再粘着の場合の滑り粘着係数 μ_s と動輪周引張力 F を軸重 gW で除して粘着係数の次元に換算したものを示す。陰を付けた部分の面積が平均利用粘着係数の積分値に相当する。

〈4.2〉 確定的モデルの限界と確率変数を含むモデルの必要性 前章のモデルでは初期条件として摩擦係数は滑り粘着係数を与え空転させたが、再粘着の後には引張力は定常値(設定値)に向って指数関数的に徐々に増加してゆくの で設定粘着係数が粘着係数を越えていない限り粘着状態を維持し、再び空転を起こすことはない。現実の状態に近い平均利用粘着係数を得るためには適当なひん度で空転再粘着を繰返すモデルが必要であるが、確定的なモデルでは、そのような模擬は不可能である。

実際に列車運行中に起きる空転や再粘着の原因につ

いて考えると、その最も大きな要素は粘着係数の不規則な変動である。確定的なモデルでは再粘着しない条件でも実際には空転再粘着を繰返しながらの運行が可能となる。そこで不確定的に発生する空転や再粘着の原因を粘着係数の不規則な変動としたモデルを考える。

〈4.3〉 粘着係数への確率変数の導入 粘着係数に不規則な変動を与えるため(15)式で定数とした μ_v の値を確率変数として与える。

$$\mu_s = \mu_v - \Delta\mu - \frac{\rho_2 V_s}{1 + \rho_1 \cdot V_s} \quad (30)$$

$$\mu_v = \bar{\mu}_v + x(0, \sigma^2) \quad (31)$$

但し、 $\bar{\mu}_v$ は粘着係数 μ_v の平均値で定数、 $x(0, \sigma^2)$ は平均値 0、分散 σ^2 の正規確率変数。

ここで確定的な粘着係数に重量させる確率変数成分 $x(0, \sigma^2)$ の性質を考える。動輪とレールの間の粘着係数は各サンプル点で全く独立な値とはらず、近い距離では似た値を持つと考えるのが自然である。このような性質を持ち、定常的(平均値と分散が一定)で正規分布する確率変数 x_n は次の式で表現できる。

$$x_n = k \cdot x_{n-1} + l \cdot N(0, 1^2) \quad (32)$$

$$k^2 + l^2 = 1 \quad (33)$$

ここで $N(0, 1^2)$ は平均値 0、分散 $\sigma^2=1$ の独立な正規確率変数。 k は相関係数で隣のサンプル点の値 x_{n-1} の寄与分を表わす。 l は不規則な変動の割合を表わす係数である。(33)式は x_n が定常(平均値 0、分散 1^2)となる条件である。

単位時間離れた点の相関係数を K とすると、変動が起きる時間刻み幅 t_r の時点間の関係は、相関係数が負の指数関数となるので、

$$x(t) = K^{t_r} \cdot x(t - t_r) + l' \cdot N(0, 1^2) \quad (34)$$

$$(K^{t_r})^2 + (l')^2 = 1 \quad (35)$$

となる。

異なる設定粘着係数、異なる制御方式など種々の運転条件での平均利用粘着係数を短時間のシミュレーションで能率良く比較するためには、粘着係数の変動パターンが全シミュレーションの期間内で同一であることが望ましく、そのために数値計算では同一の乱数を確率変数として用いシミュレーションの時間を等しくする。粘着係数の変動は本来は位置の変化に対して起こるものであるが、異なる列車速度に対しても空転再粘着の様子になるべく近くなるように、粘着係数の変動は時間次元で合わせる。粘着係数の相関は距離に対して決まるから単位距離あたりの相関係数を K とすると、時間差 t_r 、列車速度 V_r の積が移動距離となり

第 7 図 空転再粘着繰返しモデルによる模擬の例
Fig. 7. An example of simulation result by slip-readhesion repetition model.

相関係数は、この負の指数関数となるので、確率変数 $x(t)$ は

$$x(t) = K^{(t_r \times V_t)} \cdot x(t - t_r) + I' \cdot N(0, 1^2) \quad (36)$$

$$(K^{(t_r \times V_t)})^2 + (I')^2 = 1 \quad (37)$$

で与えられる。(31)式に必要な $x(0, \sigma^2)$ は

$$x(0, \sigma^2) = \sigma \cdot x(0, 1^2) \quad (38)$$

で得られる。確率変数としてのパラメータは、標準偏差 σ と単位距離あたりの相関係数 K である。

〈4.4〉 確率的モデルによる空転再粘着のシミュレーション 第 7 図は粘着係数に確率変数を導入したモデルによる空転再粘着繰返し状態のシミュレーションの例である。最上段の雑音波形が変動している雑音波形である。第 8 図(a)~(c)は条件を同じにして設定粘着係数 μ_0 を変化させ、それぞれ第 7 図のような空転再粘着繰返し状態を模擬して平均利用粘着係数を求めたものである。第 8 図には(a) $K^2=0$ (相関なし)と、(b) $K^2=0.05$, (c) $K^2=0.2$ (いずれも 1m 当り)について、粘着係数の標準偏差 $\sigma=0.01 \sim 0.05$ の場合を示した。積算時間(シミュレーション時間)は 50s, 車速 $V_t=1\text{m/s}$ である。

σ が小さい場合には、粘着係数の変動幅が小さく、粘着係数の設定値 μ_0 を粘着限界近くまで大きくして

第 8 図 設定粘着係数対平均利用粘着係数
Fig. 8. Average available adhesion coefficient vs. setting value of adhesion coefficient.

も空転が起こりにくいので平均利用粘着係数 μ_e は設定値とともに高い値まで上昇する。しかし一たん空転が生じると、一定速度に収束するので、再粘着のためには粘着係数が増大することが必要であるが、 σ が小さいと増大の幅は小さく再粘着は起こりにくいので空転が発生し易い領域（粘着係数設定値が大きい領域）に至ると μ_e は急激に低下する。一方、 σ が大きい場合には空転や再粘着の機会が増え、設定粘着係数の増加に対する μ_e の増加、減少はゆるやかに起こる。相関を強くすると粘着係数の変動の短波長の領域が減り、その分確率変数成分は少なくなり、確定的モデルに近づく。

実際にこのモデルで制御方式の違いなどによる粘着性能の微妙な変化を論ずるには、車速、設定粘着係数、車両パラメータなど与えられた条件の下で第7図のように空転再粘着の状態を描き、適当なひん度で空転再粘着が起きて、短時間で効率の良いシミュレーションができるように確率変数のパラメータを決定すべきである。

この確率的空転再粘着繰返しモデルによって、車両の粘着性能として再粘着性のみならず、空転や再粘着を繰返して運行しているときの、空転時および再粘着直後の引張力が低下した状態を含んだ、長い時間に電氣車が実際に発揮し得る平均的な引張力が評価できる。制御方式など電氣車側の特性を変えた場合の粘着性能の総合的評価に有効である。

5. む す び

従来の粘着性能の研究では、単純なモデルによる空

転モデルの解析的な分類に始まり、複数軸共通制御の変動要素、非線形要素を考慮したモデルに至って、空転現象に関しては、ほぼ完全な現車模擬が可能となっている⁽³⁾⁽⁴⁾。

本論文で、従来からの確定的モデルにおいて、直巻界磁の特性を定式化することにより、車速が再粘着性へ及ぼす影響が定量的に確かめられた。また、粘着係数を確率的に変動させ不確定的に空転再粘着を発生させる確率的モデルによって、従来の確定的モデルでは評価できなかった、長時間の平均的な引張力を平均利用粘着係数として定量化することにより、粘着性能の総合的評価が可能となった。

本研究に当って、鉄道技術研究所、車両性能研究室の白井室長をはじめ同研究室の方々には有益な御助言や見学の機会を与えて頂き、ここに深謝する。

(昭和55年10月24日受付)

文 献

- (1) 入江・久山：「交流電氣機関車の空転再粘着」三菱電機技報 40, 6, p. 1024 (昭 41-6)
- (2) 入江：交流電氣車設計の踏課題（非売品）p. 107 (昭 45-8)
- (3) 弘津・油井：「電子計算機による交流機関車の粘着性能の解析」日立評論 48, 4, p. 59 (昭 41-4)
- (4) 弘津：「電氣車の粘着性能と空転時の動的現象について（第1報；整流器式交流機関車の空転現象と粘着性能改善法）」機学論（第1部），34, 265, p. 1523 (昭 43-9)
- (5) 曾根・横田：「直巻電動機の等価直列抵抗の補償による電氣車の再粘着性の改善」昭 55 電氣学会全大 No. 759
- (6) 弘津：「電氣車の粘着性能と空転時の動的現象について（第2報，機関車の粘着性能の統計的解析）」機学論（第1部），39, 323, p. 2082 (昭 48-7)