磁気式3倍周波数通倍器の動作モードと定常特性の解析

正員 新谷 邦弘 (福井高専)

非会員 斎藤 弘一 (福井高専)

正員 宮沢 永次郎 (福井大)

1. ま え が き

誘導加熱炉などの駆動電源として、商用電源を用いその周波数を3倍に通倍することを目的とした電力変換器で、信頼性が高く、過負荷保護の機能を有する磁気式3倍周波数通倍器が広く使用されている。これは3個の飽和リアクトルの一次側を星形接続とし、三相電圧を印加して回転磁界により鉄心を順次飽和させ、開三角接続とした二次側に3倍周波数電圧を発生させるもので、数百kWないし数MWの大容量のものが多くある。

この通倍器を小形、高性能化するには、飽和リアクトル用鉄心の材料として、方向性けい素鋼板などの低損失、角形特性のものが要求される。しかし、従来の解析法の多くは磁化特性が比較的緩やかな曲線で表わされる場合を対象としたものであり、5次程度のべき級数で磁化特性を近似して回路方程式を導出する方法を採用している^{(1)~(3)}。このため角形特性の鉄心を用いた機器に適用することには無理があり、特性との相関性が乏しい。また、角形特性の近似として2折線を用いたものもあるが、調波解析の関係上、磁束の基本波および第3調波のみを対象としている⁽⁴⁾⁽⁵⁾ため、これ以外の高次の高調波成分の影響が明確でなく、詳細な解析結果が得られない。

そこで本論文は、磁化特性を2折線で近似し、抵抗負荷の場合についてモード解析を行ない⁽⁶⁾、瞬時波形から定常特性を求めることによりこれらの欠点を解消したものである。前述のように、磁気式周波数通倍器の出力容量は比較的大きく漏れ磁束が存在するため、

本解析では磁化特性の飽和領域に傾斜を持たせ、この影響も分かるようにし、巻線抵抗は無視できるとした。

解析に当っては、各飽和リアクトルが飽和、不飽和のいずれの領域で動作しているかにより回路を4個の状態に分け、印加電圧および負荷の値に対する動作モード(どの状態がどのような順序で生ずるか)を明らかにした。そして各状態における微分方程式より定常解を求め、磁束の変化および電流連続の条件に着目して数値解析により状態の境界の電気角とそのときの電圧、電流値を求めて定常波形を得る方法をとっている。これより諸特性を定量的に求めるとともに、動作モードと特性との関係を示し、最適動作条件についても検討している。なお解析結果は実験結果とほぼ一致することが確かめられた。

2. 解析の基礎事項

解析に用いる通倍器の基本回路を図1に示す。 u , v , w 端子は入力側であり三相電源に接続され、 p , q 端子は出力側であり、電源の3倍の周波数の電圧が得られる。各部の電圧、電流などの記号および方向は図の通りとし、飽和リアクトル(以下リアクトルと呼ぶ) a , b , c の磁束鎖交数の瞬時値を ϕ_a , ϕ_b , ϕ_c とする。解析を明確とするため次の仮定をおく。

(1) 電源電圧は正弦波状三相平衡電圧とし(1)式で表わし、電源インピーダンスは無視できるものとす

図1 基本回路

Fig. 1. Basic circuit.

Mode Analysis of the Magnetic Frequency Tripler. By Kun-
ihiko Shinya, Member, Koichi Saito, Member (Fukui Techni-
cal College) & Eijiro Miyazawa, Member (Faculty of En-
gineering, Fukui University)

新谷邦弘: 正員, 福井工業高等専門学校

斎藤弘一: 非会員, 福井工業高等専門学校

宮沢永次郎: 正員, 福井大学工学部

る。

$$\left. \begin{aligned} v_u &= \sqrt{2} V_i \cos \omega t \\ v_v &= \sqrt{2} V_i \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ v_w &= \sqrt{2} V_i \cos(\omega t - 4\pi/3) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

(2) 一次および二次の巻線は等しく、 N 回とする。

(3) リアクトル用鉄心の磁化特性は、屈曲点の磁束鎖交数を Φ_k とし、また大容量のものでは漏れ磁束が存在するから一次、二次巻線の漏れインダクタンスを L とし、図2に示す2折線で表わされるものとする。

(4) 一次、二次巻線の抵抗は漏れリアクタンスに比べて小さく無視できるものとする。

このとき、図1の回路に対し、(2)式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} i_a + i_b + i_c &= 0 \\ v_u - v_a + v_b - v_v &= 0 \\ v_w - v_c + v_a - v_u &= 0 \\ v_a + v_b + v_c + v_0 &= 0 \\ i_0 &= v_0/R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、図1の回路の状態を3個のリアクトルの飽和、不飽和により次のように分ける。3個とも不飽和の場合を状態1、1個飽和で2個不飽和の場合を状態2、2個飽和で1個不飽和の場合を状態3とし、3個共飽和の場合を状態4とする。そしてそれぞれ、リアクトル a が飽和の場合を状態 $2a$ 、 b が飽和の場合を状態 $2b$ 、 c が飽和の場合を状態 $2c$ 、リアクトル a と b が飽和の場合を状態 $3a \cdot b$ 、 b と c が飽和の場合を状態 $3b \cdot c$ 、 c と a が飽和の場合を状態 $3c \cdot a$ と名付ける。状態1では(3)～(5)式が成り立つ。

$$N(i_a + i_0) = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$N(i_b + i_0) = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$N(i_c + i_0) = 0 \dots\dots\dots (5)$$

また状態 $2a$ では(4)～(6)式、状態 $3a \cdot b$ では(5)～(7)式、状態4では(6)～(8)式が成り立つ。

$$v_a = L \cdot d(i_a + i_0)/dt \dots\dots\dots (6)$$

$$v_b = L \cdot d(i_b + i_0)/dt \dots\dots\dots (7)$$

$$v_c = L \cdot d(i_c + i_0)/dt \dots\dots\dots (8)$$

(2)式と各状態の諸式から一例として、状態1、状態 $2a$ 、状態 $3a \cdot b$ 、状態4の方程式およびその解を求めた結果を表1に示す。但し、諸量を(9)式により規準化し、電圧、電流には一を付して表わす。

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \omega t, V_k = \omega \Phi_k, k_v = \sqrt{2} V_i / V_k \\ k_R &= R/9\omega L, \bar{\phi} = \phi/\Phi_k \\ \bar{v} &= v/V_k, \bar{i} = i \cdot L/\Phi_k \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

図2 磁化特性の近似

Fig. 2. Approximation of a magnetization curve.

また v_0 は初期条件を $\tau=0$ で $v_0=\bar{v}_0$ として求めたものであり、他の状態の解についても同様にして求めることができる。なお、状態 $2b$ 、状態 $2c$ は状態 $2a$ と相似であり、状態 $3b \cdot c$ 、状態 $3c \cdot a$ は状態 $3a \cdot b$ と相似である。

3. 動作モードおよび解析

図1の通倍器基本回路において、電源相電圧の一周期を 2π とすれば、各リアクトルの動作は半周期 π について対称である。また電源は平衡三相電圧であることより、リアクトル a, b, c の状態は $2\pi/3$ の位相差をもって同一である。すなわち、 $\pi/3$ ごとに相似な回路状態が繰返えされることから、この区間について動作解析を行えば、他の区間はこれをもとに求めることができる。そこで $\pi/3$ を一動作区間とし、この区間の動作に着目すると、本回路の動作モードは一動作区間に生じる状態の種類と順序により分けられる。そして、どの状態がどのような順序で生ずるかは入力電圧および負荷により定まる。そこで、ここではその存在が明確な動作モードから出発し、回路動作の物理的性質および数値解析結果から、入力電圧を増加させたときの全動作モードを順次解析するものとする。

〈3.1〉動作モード0 入力電圧を0から増加させたときの最初の動作モードは一動作区間が状態1のみのものであり、これを動作モード0とする。このとき、表1より $\bar{v}_0=0$ 、 $\bar{v}_a=\bar{v}_u$ 、 $\bar{v}_b=\bar{v}_v$ 、 $\bar{v}_c=\bar{v}_w$ が得られ、(10)式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\phi}_a &= k_v \sin \tau \\ \bar{\phi}_b &= k_v \sin(\tau - 2\pi/3) \\ \bar{\phi}_c &= k_v \sin(\tau - 4\pi/3) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

これより $k_v=1$ のとき $\bar{\phi}_a$ は $\tau=\pi/2$ で1、 $\bar{\phi}_b$ 、 $\bar{\phi}_c$ はそれぞれ $\pi/6$ 、 $5\pi/6$ で -1 となって状態2となるから、動作モード0の範囲は $0 < k_v < 1$ である。

〈3.2〉動作モードI k_v が1を超えると、一動作区間において3個のリアクトルのうち1個が飽和し、飽和区間の関係は図3(a)のようになる。図に

表 1 状態方程式と一般解の例

Table 1. Example of state equations and mathematical solutions.

	(a) 状態 1	(b) 状態 2a	(c) 状態 3a・b	(d) 状態 4
方程式	$\bar{v}_0=0$	$(1/k_R)(d\bar{v}_0/d\tau)+\bar{v}_0=3\bar{v}_u$	$(1/k_R)(d\bar{v}_0/d\tau)+2\bar{v}_0=-3\bar{v}_w$	$(1/k_R)(d\bar{v}_0/d\tau)+3\bar{v}_0=0$
$\bar{v}_0$	0	$f_1(\tau, \theta, \bar{v}_{0\theta})$	$f_2(\tau, \theta, \bar{v}_{0\theta})$	$f_3(\tau, \theta, \bar{v}_{0\theta})$
$\bar{v}_a$	$\bar{v}_u$	$\bar{v}_u - \bar{v}_0/3$		
$\bar{v}_b$	$\bar{v}_v$	$\bar{v}_v - \bar{v}_0/3$		
$\bar{v}_c$	$\bar{v}_w$	$\bar{v}_w - \bar{v}_0/3$		
$\bar{i}_0$	0	$\bar{v}_0/k_R$		
$\bar{i}_a$	0	$2\bar{i}_0$	$\{\bar{i}_0 + \int(\bar{v}_u - \bar{v}_w)d\tau\}/2$	$\int\bar{v}_u d\tau$
$\bar{i}_b$	0	$-\bar{i}_0$	$\{\bar{i}_0 + \int(\bar{v}_v - \bar{v}_w)d\tau\}/2$	$\int\bar{v}_v d\tau$
$\bar{i}_c$	0	$-\bar{i}_0$	$-\bar{i}_0$	$\int\bar{v}_w d\tau$

$f_1(\tau, \theta, \bar{v}_{0\theta}) = 3k_V k_Y \cos(\tau - \varphi_1) - \{3k_V k_Y \cos(\theta - \varphi_1) - \bar{v}_{0\theta}\} e^{-k_R(\tau - \theta)}$
 $f_2(\tau, \theta, \bar{v}_{0\theta}) = 3k_V k_Y \cos(\theta - \pi/3 - \varphi_2) - \{3k_V k_Y \cos(\theta - \pi/3 - \varphi_2) - \bar{v}_{0\theta}\} e^{-2k_R(\tau - \theta)}$
 $f_3(\tau, \theta, \bar{v}_{0\theta}) = -3k_R(\tau - \theta)$
 $\varphi_1 = \tan^{-1}(1/k_R), \varphi_2 = \tan^{-1}(1/2k_R), k_Y = 1/\sqrt{1+(1/k_R)^2}, k_Y = 1/\sqrt{1+(1/2k_R)^2}$

において太線部はリアクトルが飽和である区間を表わし、これが上側にあるときは $\bar{\phi} \geq 1$ 、下側にあるときは $\bar{\phi} \leq -1$ であることを示す。そして $\bar{\phi}_a$ が最初に 1 となる電気角を α 、1 に戻る電気角を β とする。また α より始まる $\pi/3$ の区間を第 1 区とし、以下 $\pi/3$ ごとに第 2 区、第 3 区……と名付けて第 6 区で終るものとし、一動作区間の各状態に対しては電気角の小さい方から順に A 部、B 部……と名付ける。1, 2a, 3ab などは各部の状態を示す。すなわち、 $\tau = \alpha \sim \beta$ で $\bar{\phi}_a \geq 1$ であり、 $\alpha \sim \beta$ (第 1 区 A 部) は状態 2a, $\beta \sim (\alpha + \pi/3)$ (第 1 区 B 部) は状態 1 となる。このように一動作区間に生ずる状態が、2, 1 の順であるものを動作モード I とする。動作モード I の動作波形を図 4 に示す。

各状態ごとの定常解は表 1 より求められ、 $\tau = \alpha$ における $\bar{v}_0$ の値を $\bar{v}_{0\alpha}$ とすると、 $\bar{v}_{0I-1-A}$ (動作モード I 第 1 区 A 部を示す)、 $\bar{v}_{0I-1-B}$ は (11) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}_{0I-1-A} &= f_1(\tau, \alpha, \bar{v}_{0\alpha}) \\ \bar{v}_{0I-1-B} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

但し $f_1(\tau, \alpha, \bar{v}_{0\alpha})$ は表 1 の f_1 の θ を α 、 $\bar{v}_{0\theta}$ を $\bar{v}_{0\alpha}$ としたものを表わす。ここで $\tau = \alpha$ 、 β で $\bar{v}_0$ は連続であることにより (12)、(13) 式が成り立つ。

$$\bar{v}_{0\alpha} = 0 \dots\dots\dots (12)$$

$$\bar{v}_{0I-1-A}|_{\tau=\beta} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

但し、 $\bar{v}_{0I-1-A}|_{\tau=\beta}$ は $\tau = \beta$ における $\bar{v}_{0I-1-A}$ の値を示す。(11)～(13) 式より (14) 式を得る。

$$f_1(\beta, \alpha, 0) = 3k_V k_Y \{\cos(\beta - \varphi_1) - e^{-k_R(\beta - \alpha)} \times \cos(\alpha - \varphi_1)\} = 0 \dots\dots\dots (14)$$

また磁束の変化に着目すると $\tau = \alpha$ で $\bar{\phi}_a = 1$ 、 $\beta - \pi$ で $\bar{\phi}_a = -1$ であるから (15) 式が成り立つ。

$$\int_{\beta-\pi}^{\alpha} \bar{v}_a d\tau = 2 \dots\dots\dots (15)$$

表 1 の $\bar{v}_a = \bar{v}_u - \bar{v}_0/3$ の関係より、各状態ごとの $\bar{v}_a$ を求め (15) 式に代入すると (16) 式が得られる。

$$k_V(\sin \alpha + \sin \beta) = 2 \dots\dots\dots (16)$$

(14)、(16) 式から数値解析により、 k_R 、 k_V が与えられたときの α 、 β が求まる。このように状態の境界の電気角 α 、 β およびこのときの $\bar{v}_0$ の値が求まるから、定常状態の $\bar{v}_0$ が得られ、更に表 1 から他の電圧、電流の波形が得られる。

ここで、動作モードの終局は、飽和の近傍でのリアクトル電圧の符号を調べ、磁束のふるまいを知ることにより明らかにできる。(14)、(16) 式について数値的検討を行なうと、 k_V の増加に対し、常に α は小、 β は大となり、 $\alpha \leq \pi/2 \leq \beta$ である。また動作モード I が成立するためには $\alpha > \beta - \pi/3$ 、 $\beta < \alpha + \pi/3$ であるから、第 1 区の範囲は $\pi/6$ から $5\pi/6$ までとなる。これより第 1 区では $\bar{v}_0 \geq 0$ 、 $\bar{v}_u < 0$ 、 $\bar{v}_c = \bar{v}_w - \bar{v}_0/3 < 0$ であり、 $\bar{\phi}_c$ は常に減少して $\alpha + \pi/3$ で -1 となるからここで新たな飽和を生じない。これに対し $\bar{\phi}_b$ は、 $\beta - \pi/3$ で -1 であり、第 6 区 B 部および第 1 区 B 部では $\bar{v}_b = \bar{v}_v > 0$ となりここでは常に増加するが、第 1 区 A 部でのふるまいは k_R により異なる。 $k_R \rightarrow \infty$ では $\bar{v}_0 \doteq 3\bar{v}_u$ 、 $\bar{v}_b \doteq \bar{v}_v - \bar{v}_u$ 、 $\beta \doteq \pi/2$ となるから、 k_V が増加すると $\bar{v}_0 < 0$ を生じて $\bar{\phi}_b$ は減少し、再び -1 となる⁽⁴⁾。この電気角を $\gamma - \pi/3$ とし、動作波形を図 5 に示す。一方、 k_R が小さい場合には β は $\pi/2$ よ

図3 基本回路の動作モード

Fig. 3. Operation modes of basic circuit.

図4 動作モードIの動作波形

Fig. 4. Waveforms with operation mode I.

り大きくなるから、 k_v が増加すると $\bar{\phi}_a$ が-1となる前に α が $\beta-\pi/3$ に一致する。これより、 k_v が増加したときの動作モードIの終局は k_R により2通りに分けられる。一つは k_R が大のときで、A部でリアクトルに新たな飽和を生じて状態2が現われたときであり、これを終局I'とする。このとき(17), (18)式が成り立ち、(19), (20)式が得られる。

図5 終局I'の動作波形

Fig. 5. Waveforms with the end I'.

$$\int_{\beta-\pi/3}^{\gamma-\pi/3} \bar{v}_b d\tau = 0 \quad (17)$$

$$\bar{v}_b|_{\tau=\gamma-\pi/3} = 0 \quad (18)$$

$$f_1(\gamma-\pi/3, \alpha, 0) = g(\gamma-\pi/3) \quad (19)$$

$$3k_v \cos \gamma + g(\gamma-\pi/3) = 0 \quad (20)$$

但し、 $g(\theta)$ を(21)式で表わす。

$$g(\theta) = 3k_R \{ \sqrt{3} k_v \sin(\theta + \pi/6) - 2 \} \quad (21)$$

他の一つは k_R が小のときで、B部が消滅したときであり、これを終局Iとする、このとき(22)式が成り立つ。

$$\beta = \alpha + \pi/3 \quad (22)$$

(14), (16), (19)~(22)の各式を解くと両終局が同時に存在するときの k_R , k_v が求まり、この k_R を k_{RP} とする。動作モードの終局の k_v は、 $k_R > k_{RP}$ では(14), (16), (19), (20)の各式より、 $k_R < k_{RP}$ では(14), (16), (22)の各式より求まり、それぞれ k_{vI} , $k_{vI'}$ とする。

<3.3> 動作モードII k_v が $k_{vI'}$ を超えると、各リアクトルは1/2周期 π に2個の飽和区間を生ずる。 $\bar{\phi}_a$ が再び1となる電気角を γ 、再び1に戻る電気角を δ とすると $\tau = \alpha - \beta$ および $\gamma - \delta$ で $\bar{\phi}_a \geq 1$, $\alpha < (\gamma - \pi/3) \leq (\delta - \pi/3) < \beta$ であり、各リアクトルの飽和区間の関係は図3(b)のようになる。すなわち一動作区間に生ずる状態は2, 3, 2, 1の順であり、これを動作モードIIとする。このときの動作波形を図6に示す。 $\tau = \alpha$, $\gamma - \pi/3$, $\delta - \pi/3$ における $\bar{v}_0$ をそれぞれ $\bar{v}_{0a}$, $\bar{v}_{0r}$, $\bar{v}_{0s}$ とする。表1より各部の $\bar{v}_0$ が求まる。 $\tau = \alpha$, $\gamma - \pi/3$, $\delta - \pi/3$ で $\bar{v}_0$ は連続であること、および磁束の変化に着目すると(17), (23), (24)の各式が成り立つことから(16), (19), (25)~(29)の各式が得られる。

$$\int_{\delta-\pi}^{\alpha} \bar{v}_a d\tau = 2 \quad (23)$$

$$\int_{\gamma-\pi/3}^{\delta-\pi/3} \bar{v}_b d\tau = 0 \quad (24)$$

図6 動作モードIIの動作波形

Fig. 6. Waveforms with operation mode II.

$$f_1(\beta, \delta - \pi/3, g(\delta - \pi/3)) = 0 \quad (25)$$

$$f_2(\delta - \pi/3, \gamma - \pi/3, g(\gamma - \pi/3)) = g(\delta - \pi/3) \quad (26)$$

$$\bar{v}_{0r} = g(\gamma - \pi/3) \quad (27)$$

$$\bar{v}_{0s} = g(\delta - \pi/3) \quad (28)$$

$$\bar{v}_{0a} = 0 \quad (29)$$

これらの各式から、 k_R , k_V が与えられたときの α , β , γ , δ , $\bar{v}_{0a}$, $\bar{v}_{0r}$, $\bar{v}_{0s}$ が求まる。

k_V が増加すると α , γ は小, δ , β は大となるが, 動作モードIと同様, 第1区の範囲は $\pi/6$ から $5\pi/6$ までであり, $\bar{\phi}_a$ に新たな飽和は生じない。また $\delta - \pi/3$ で $\bar{\phi}_b = -1$ であり, C, D 部で $\bar{v}_b > 0$ となるから $\bar{\phi}_b$ にも新たな飽和を生じない。なお無負荷時には A, C, D 部が同時に消滅するが, 負荷時には $\bar{v}_0|_{\tau=\alpha} = \bar{v}_0|_{\tau=\beta} = 0$, $\bar{v}_{0r} > 0$, $\bar{v}_{0s} > 0$ であるから A, C 部が消滅することはない。従って, 動作モードIIの終局は D 部が消滅したときである。これを終局IIとすると, このとき(22)式が成り立つ。(16), (19), (25)~(29), (22)の各式より終局IIにおける k_V が求まり, これを k_{VII} とする。

〈3・4〉 動作モードIII k_V が k_{VI} を超えると $\tau = \alpha \sim \beta$ で $\bar{\phi}_a \geq 1$, $\alpha \leq (\beta - \pi/3) < (\alpha + \pi/3)$ であり, 各リアクトルの飽和区間の関係は図3(c)のようになる。

すなわち一動作区間に生ずる状態は3, 2の順であり, これを動作モードIIIとする。 $\tau = \alpha$, β における $\bar{v}_0$ を $\bar{v}_{0a}$, $\bar{v}_{0\beta}$ とすると(30)~(33)の各式が得られ, これより α , β , $\bar{v}_{0a}$, $\bar{v}_{0\beta}$ が求まる。

$$f_1(\alpha + \pi/3, \beta - \pi/3, g(\beta - \pi/3)) = g(\alpha) \quad (30)$$

$$f_2(\beta - \pi/3, \alpha, -g(\alpha)) = g(\beta - \pi/3) \quad (31)$$

$$\bar{v}_{0a} = -g(\alpha) \quad (32)$$

$$\bar{v}_{0\beta} = -g(\beta - \pi/3) \quad (33)$$

k_V が増加すると α は小, β は大となる。このとき,

図7 終局III'の動作波形

Fig. 7. Waveforms with the end III'.

第一区で $\bar{\phi}_a$ には新たな飽和を生じないが, k_R が k_{RP} に近い場合には $\bar{\phi}_b$ は, 動作モードI第1区A部のときと同様に, 第1区B部で新たな飽和を生じる。これを終局III'とし, 図7に動作波形を示す。このとき(17), (18)式が成り立ち, (34), (20)式が得られる。

$$f_1(\gamma - \pi/3, \beta - \pi/3, g(\beta - \pi/3)) = g(\gamma - \pi/3) \quad (34)$$

k_R が小さい場合には β は大であるから終局III'は存在しない。終局III'が存在する限界では(35), (36)式が成り立ち, (36)式より(37)式が得られる。

$$\gamma - \pi/3 = \beta - \pi/3 \quad (35)$$

$$d\bar{v}_b/d\tau|_{\tau=\gamma-\pi/3} = 0 \quad (36)$$

$$3k_V \sin \gamma - k_R \{3k_V \cos(\gamma - \pi/3) - g(\gamma - \pi/3)\} = 0 \quad (37)$$

(20), (30), (31), (35), (37)の各式を解くことにより終局III'が存在する限界の k_R が求まり, この k_R を k_{RQ} とする。 $k_{RP} < k_R < k_{RQ}$ では(20), (30), (31), (34)の各式より終局III'における k_V が求まる。 $k_R < k_{RQ}$ では動作モードIIIの終局はB部が消滅したときであり, これを終局IIIとすると(38)式が成り立ちこれより(39)式が得られる。

$$\beta - \pi/3 = \alpha + \pi/3, \bar{v}_{0a} = \bar{v}_{0\beta} \quad (38)$$

$$\alpha = \pi/6, \beta = 5\pi/6 \quad (39)$$

(30), (31), (39)の各式より終局IIIにおける k_V が求まり, これを k_{VII} とする。

〈3・5〉 動作モードIV k_V が k_{VII} を超えたときおよび k_{VII}' を超えたときには $\tau = \alpha \sim \beta$ および $\gamma \sim \delta$ で $\bar{\phi}_a \geq 1$, $\alpha \leq (\beta - \pi/3) \leq (\gamma - \pi/3) \leq (\delta - \pi/3) \leq (\alpha + \pi/3)$ であり, 各リアクトルの飽和区間の関係は図3(d)のようになる。すなわち, 一動作区間に生ずる状態は3, 2, 3, 2の順であり, これを動作モードIVとする。このとき(26)~(28), (31)~(34), (40)の各式が得られ, これより α , γ , δ , β , $\bar{v}_{0a}$, $\bar{v}_{0r}$, $\bar{v}_{0s}$, $\bar{v}_{0\beta}$ が求まる。

$$f_1(\alpha + \pi/3, \delta - \pi/3, g(\delta - \pi/3)) = -g(\alpha)$$

.....(40)

k_V が増加すると α, γ は小, δ, β は大となる。このとき, 第一区 A, B, C, D の各部の ϕ_e および D 部の ϕ_e に新たな飽和を生じない。そして(28), (32)式によれば δ が $\alpha + \pi/3$ に一致することはないから, β が γ に一致して B 部が消滅したときが動作モード IV の終局である。(20), (26), (31), (35) (40)の各式より終局 IV の k_V が求まり, これを k_{VIV} とする。また k_V が k_{VIV} を超えると先に述べた動作モード III となり, その終局は終局 III であるから, $k_R > k_{RQ}$ の場合にも同様に k_{VIV} が求まる。

〈3・6〉動作モード V k_V が k_{VIV} を超えると $\alpha \sim \beta$ で $\phi_e \geq 1$, $\alpha \leq (\beta - 2\pi/3) < (\alpha + \pi/3)$ であり, 各リアクトルの飽和区間の関係は図3 (e) のようになる。すなわち, 一動作区間に生ずる状態は 4, 3 の順であり, これを動作モード V とする。このとき(41)~(44)の各式が得られこれより $\alpha, \beta, \bar{v}_{0\alpha}, \bar{v}_{0\beta}$ が求まる。

$$f_3(\beta - 2\pi/3, \alpha, \bar{v}_{0\alpha}) = \bar{v}_{0\beta} \quad \text{.....(41)}$$

$$f_2(\alpha + \pi/3, \beta - 2\pi/3, \bar{v}_{0\beta}) = -\bar{v}_{0\beta} \quad \text{.....(42)}$$

$$\bar{v}_{0\alpha} = -3k_R \{(3k_V \sin \alpha) - 2\} \quad \text{.....(43)}$$

$$\bar{v}_{0\beta} = -3k_R \{(3k_V \sin \beta) - 2\} \quad \text{.....(44)}$$

更に, k_V が増加してもリアクトルに新たな飽和を生ずることはなく, $k_V \rightarrow \infty$ において全区間飽和となる。

従って, 本回路の動作は以上の5個の動作モードに分類される。

4. 数値解析

以上のことから, k_R, k_V を与えることにより各動作モードにおける状態の境界値および初期値が求まり, 電圧, 電流の定常波形を計算することができる。 $k_V = 1 \sim 2$, $k_R = 0.1 \sim 100$ の場合について計算した結果を以下に示す。 k_V, k_R と動作モードとの関係を図8に示す。 k_{VI} は S-P, k_{VT} は P-T, k_{VX} は X-P, k_{VM} は P-Q, k_{VY} は X-Q, k_{VIV} は X-Y となる。図9に調波解析結果を, 図10にひずみ率を示す。出力には3倍調波成分 $\bar{V}_{03}$ の他, 9倍 $\bar{V}_{09}$, 15倍 $\bar{V}_{015}$ などの高調波成分が含まれ, ひずみ率は $k_V = 1.25$ 付近で最小となり, また, k_R が小であるほど小さい。入力電流には基本波成分 $\bar{I}_{11}$ の他, 5倍 $\bar{I}_{15}$, 7倍 $\bar{I}_{17}$ などの高調波成分が含まれ, ひずみ率は k_V が大であるほどまた k_R が小であるほど小さくなる。次に各波形の実効値を計算し, 諸特性を求めた結果を示す。出力電圧, 電流, 入力電流の実効値をそれ

図8 動作モードの領域

Fig. 8. Regions of operation modes.

図9 周波数成分

Fig. 9. Components for each frequency.

図10 ひずみ率

Fig. 10. Distortion factor.

ぞれ $\bar{V}_0, \bar{I}_0, \bar{I}_i$ とする。図11に入力電圧特性を示す。破線は各動作モードの領域を示す。動作モード I の領域では $\bar{V}_0$ は $\bar{V}_i$ にほぼ比例して増加するが, 動作モード II~IV すなわち状態3を含む動作モードの領域ではしだいに飽和し, 動作モード V では状態4を含むため更に著しい飽和を示す。 $\bar{I}_i$ は動作モード II~V の領域で急激に増加するが, これは, 状態3, 4で励磁電流が増大することによる。図12に負荷特性を示す。 $\bar{V}_0$ は垂下特性を示し, いずれの k_V においてもほぼ円となり, 出力電力 $\bar{P}_0 (= \bar{V}_0 \cdot \bar{I}_0)$ は最大値 $\bar{P}_{0m}$ を有する形となる。そして $\bar{P}_0$ が $\bar{P}_{0m}$ となる k_R の値は k_V により異なり, k_V が大きいほど小さく, $k_R = 4 \sim 2$ のときである。 $\bar{I}_i$ は, 動作モード I

図 11 入力電圧特性

Fig. 11. Input voltage characteristics.

図 12 負荷特性

Fig. 12. Load characteristics.

の領域では $\bar{I}_o$ に比例 ($\bar{I}_i = \sqrt{2} \bar{I}_o$) するが、 $\bar{V}_i$ が大きいところでは著しく増大し、負荷による差異が小さくなる。

入出力皮相電力の式を k_P とし (45) 式で表わす。

$$k_P = \bar{P}_o / \bar{P}_i = \bar{V}_o \bar{I}_o / 3 \bar{V}_i \bar{I}_i \dots\dots\dots (45)$$

k_V をパラメータとしたときの、 $\bar{I}_o$ と k_P との関係を図 12 (b) に示す。 k_P は $\bar{P}_o$ が最大に近いところで

極大となり、かつ k_P が最大となる k_V が存在する。この k_P が最大のときリアクトルの自己容量は最小となるから、 k_P を最大とする条件が最適といえ、これは図 8 の P 点 ($k_V=1.22$, $k_R=5$) に相当する。すなわち、動作モード I の領域では出力が小さく、また動作モード II~V の領域では励磁電流の増大による入力皮相電力の増加が著しい。このため図 12 (a) からわかるように、動作モード I の領域で $\bar{V}_o$, $\bar{I}_o$ が共に最大となる P 点で k_P が最大となることが了解される。

5. 実験結果および考察

ここでは、数値解析結果と試作器を用いた実験結果との比較を行なう。試作器は小容量であるため巻線抵抗を漏れリアクタンスに比べて無視できない。そこで適当な L の値を得るため、飽和リアクトルとギャップを有する不飽和リアクトルとを組み合わせ使用した。飽和リアクトル用鉄心には内径 60 mm、外径 80 mm、高さ 40 mm の 50% Ni-Fe 環状鉄心を使用し、コイルの線径は 1.2 mm、巻数は 500 回である。図 13 に合成の磁化特性を示す。電源周波数は 60 Hz であり、 $V_k=104$ V, $\omega L=10\Omega$, 巻線抵抗 $r=1.5\Omega$ である。図 14 に動作波形を示す。(a)図は図 8 の P 点、(b)図は動作モード III の動作波形である。実際の磁化特性の屈曲部は幾分丸みを帯びているため、状態の境界が明確でない部分もあるが、ほぼよい一致が見られる。図 15 に負荷特性を示す。入力電圧が大きいところおよび重負荷時では実験値はいずれも計算値より小さくなり誤差が著しいが、 $k_V \leq 1.3$ かつ $k_R > 3$ の実用的と考えられる範囲での誤差は 10% 以内であり、比較的良好一致が見られる。この誤差は、 k_V が大および k_R が小のところでは入力電流が増大し、巻線抵抗での電圧降下が顕著となる ($k_V=1.4$, $k_R=3$ で $r \bar{I}_i / V_i = 0.02$) ことが主な原因であると考えられる。なお、巻線抵抗を考慮した解析は計算が複雑となり、また現象の把握も容易とは言えなくなるので、こ

図 13 磁心の磁化特性

Fig. 13. Magnetization curve of the core.

(a) $k_v=1.22$ ($V_i=90\text{V}$), $k_R=5$ ($R=460\Omega$) (b) $k_v=1.3$ ($V_i=96\text{V}$), $k_R=3.3$ ($R=300\Omega$)

図 14 動作波形の実験値

Fig. 14. Experimental waveforms.

図 15 負荷特性の実験値

Fig. 15. Experimental values of load characteristics.

ここでは詳しい検討は省略する。しかし、変圧器で明らかのように一般に大容量のものほど、% 抵抗降下は % リアクタンス降下に比べて小さくなり、数百 kVA 以上のものでは $r I_i / V_i < 0.01$ であるから誤差は更に小さくなり、よい一致が得られるといえる。

6. まとめ

飽和リアクトル用鉄心の磁化特性を 2 折線で近似し、基本回路に抵抗負荷を接続した場合のモード解析

を行なった。このとき、本回路の動作モードは 5 種類に分けられることを述べ、数値解析から回路パラメータと動作モードとの関係および諸特性を求め、次の結果を得た。

(1) 皮相電力で表わした入出力比を最大とする最適条件が存在し、これは図 8 の P 点 ($k_v=1.22$, $k_R=5$) すなわち、常に 1 個のリアクトルが飽和する入力電圧の場合である。

(2) 最適条件を示す入力電圧における負荷特性はほぼ円となり、出力電力は $k_R=3.5$ のとき最大となる。またその値は漏れインダクタンス L により決まり、これと反比例の関係にある。

(3) 出力の波形ひずみを最小とする入力電圧が存在し、 $k_v=1.25$ 付近である。このときひずみ率は軽負荷ほど大であり、約 20% 以下である。

以上の結果を角形特性の鉄心を用いた試作器で実験した結果と比較すると、巻線抵抗および損失を無視したことにより差異がやや大きい部分もあるが、ほぼよい一致が見られる。本方法によれば、角形特性を精度よく近似でき、また、従来の方法では計算の困難さから取扱われていなかった磁束の高次高調波成分についても考慮できるから、特性が正確に求められ、入出力の波形ひずみなどの詳細についても明らかとなる。これより、本解析は方向性けい素鋼板などの低損失、角形特性の鉄心を用いた大容量の通倍器の定量的な解析に有効であり、また回路動作と特性との関係の把握が容易となるから、設計にも有用であるといえる。

(昭和 54 年 12 月 24 日受付, 同 56 年 2 月 4 日再受付)

文 献

- (1) 蓮見・田所・笠原:「非線形零相回路の周波数変換機構」電気誌 98, 1821 (昭 42-9)
- (2) P.P. Bringer, et al.: "Steady-State Analysis and Stability of a Magnetic Frequency Tripler" *IEEE Trans. Magnetics* MAG-5, 334 (1969)
- (3) G.J. Bendzsak, et al.: "The Influence of Magnetization Characteristics Upon Tripler, Performance" *ibid* MAG-10, 961 (1974)
- (4) P.P. Bringer, et al.: "Harmonic Analysis of the Magnetic Frequency Tripler": *IEEE Trans. Comm. Elect.* 82, 327 (1963)
- (5) P.P. Bringer, et al.: "A Useful Nonlinear Design Model for the Magnetic Frequency Tripler" *IEEE Trans. Magnetics* MAG-11, 1564 (1975)
- (6) 新谷・斎藤・宮沢:「磁気式周波通倍器のモード解析」電気学会磁気応用研究会資料 AM-79-50 (昭 54-11)