UDC 621.313.333 : 621.316.71.072.1

論文

56-B 66

交流サーボモータの過渡現象と制御

—磁界加速法の提案

正 員 山 村 昌 (横浜国大)
正 員 中 川 聡 子 (横浜国大)

1. は し が き

誘導電動機 (以下、IM と略す) の制御技術が進歩して、これまで直流電動機が使われていた分野に IM が進出し始めている。応答が比較的遅くてよいモータの速度制御としての応用から始まっているが、更に応答の速い交流サーボモータの実現を目指している。

IM による交流サーボモータの理論的根拠はベクトル制御理論にあるとされている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。しかし、ベクトル制御理論は概念に不明確な点が多く、量的な関係の表現に誤差が大きくて、明確な理論の形に達していないようである。また、ベクトル制御では状態変数を三相軸から直交二相軸へ座標変換する。これは IM の過渡現象の解析にはよく用いられる手法であって、筆者らも直交座標軸変換によって IM の電氣的過渡現象を解析したが⁽⁴⁾、その時定数は大きく、過渡現象の対策なしには、速応性の良い交流サーボモータは得られない。それにもかかわらず、ベクトル制御理論では過渡現象の解析もなく、その対策も明らかでない。応答を遅らせる過渡現象を除く手段を明確にすることなく、定常運転を仮定して、直交座標軸によって直流電動機との類似性を定性的に説明しようとする。また三相二相間の座標変換は制御回路を徒らに複雑にしている。従って現状では、速応性の要求される交流サーボモータとして閉ループ制御に組み込むには、理論的な基礎ができ上がっていないと考えられる。

本論文ではまず、IM の過渡現象を場理論によって解析する。場理論は回転磁界説の立場に立つものであり、従って三相座標と直結するものであって、直交二相座標への変数変換は必要としない。解析の結果から、大きな時定数に支配される過渡現象を発生するこ

とのない、新しい考えに立った制御法が導かれるが、これは直流電動機より高い速応性を持つ交流サーボモータの実現へつながるものである。

2. 電流制御法の過渡現象解析

IM をインバータによって制御する方式に電流制御法と電圧制御法とがある。インバータによって IM への入力電流を制御するのが前者であり、入力電圧を制御するのが後者である。まず電流制御の場合の過渡現象の解析を与えよう。

三相誘導電動機の電氣的過渡現象の解析は、まだ十分でないようである。これまでの解析は三相 3 軸の変数を直交 2 軸へ座標変換して行なわれている⁽⁴⁾。筆者らはリニア誘導機の解析に場理論 (field theory) を用いて成果を得ているが⁽⁵⁾、この理論は普通の回転形の誘導機へも適用することができて、過渡現象を解析するのに有力である。場理論の特長は、Maxwell の電磁界方程式から出発するところにあるが、現象を進行波として捉えるので、回転電磁界が解析の対象となる。このために三相の状態変数と直接に結び付くので、理論の結果を交流サーボモータに適用する場合に三相・二相間の座標変換の必要はなく、制御演算は簡単化される。

筆者らはリニア誘導機の場理論⁽⁵⁾において、ギャップ中の電磁界の解を求めたが、それに一次元解から三次元解までである。ここでは一次元理論によることとするが、実用上十分な精度を有するものと考えられる。IM のギャップ中の電磁界の一次元方程式は次式で与えられる⁽⁶⁾。

$$\frac{\partial b}{\partial x} = \frac{\mu_0}{g} (j_1 + j_2) \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial e_2}{\partial x} = \frac{\partial b}{\partial t} + v \frac{\partial b}{\partial x} \dots\dots\dots (2)$$

$$e_2 = \rho_2 j_2 + l_2 \frac{\partial j_2}{\partial t} + l_2 v \frac{\partial j_2}{\partial x} \dots\dots\dots (3)$$

Transient Phenomena and Control of A-C Servomotor- Proposal of Field Acceleration Method. By Sakae Yamamura, Member & Toshiko Nakagawa, Member (Yokohama National University, Faculty of Engineering).

山村 昌: 正員, 横浜国立大学工学部
中川聡子: 正員, 横浜国立大学工学部

ここに、 b :ギャップ中の磁束密度、 j_1, j_2 :
それぞれ一次・二次のシート電流、 g :ギャッ
プ長、 e_2 :二次シート電圧、 ρ_2 :二次シート
抵抗、 l_2 :二次シート漏れインダクタンス

三相巻線の作る電磁界は波長 2τ の進行波となるの
で、IM の場理論では電圧・電流も進行波として表現
され、連続的なシート量として書かれる。三相量とシ
ート量との間の変換については、附録 I 参照のこと。

(1)~(3)式より、 e_2, j_2 を消去すると、下式を得
る。

$$\frac{l_2 v g \partial^3 b}{\mu_0 \partial x^3} + \frac{l_2 g}{\mu_0} \frac{\partial^3 b}{\partial x^2 \partial t} + \rho_2 \frac{g}{\mu_0} \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} - \frac{\partial b}{\partial t} - v \frac{\partial b}{\partial x} \\ = l_2 v \frac{\partial^2 j_1}{\partial x^2} + l_2 \frac{\partial^2 j_1}{\partial x \partial t} + \rho_2 \frac{\partial j_1}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (4)$$

この式は一次電流 j_1 による電流制御法の場合の場合
方程式である。

一次シート電流 j_1 は上式で表わされる。

$$j_1 = J_1 \exp \left[j \left(\int \omega dt - kx \right) \right] \quad \dots\dots\dots (5)$$

但し、 $k = \pi/\tau$ で波数である。また、 ωt の代わりに
 $\int \omega dt$ と書いたのは、電源角周波数 ω が時間的に変化
することを許容するためであって、 $\partial j_1 / \partial t = j \omega j_1$ とな
ることに変わりはない。

(4)式の解は定常解 b_s と過渡解 b_t とから成り

$$b = b_s + b_t \quad \dots\dots\dots (6)$$

と書ける。定常解は(5)式に対応して

$$b_s = B_s \exp \left[j \left(\int \omega dt - kx \right) \right] \quad \dots\dots\dots (7)$$

の形に書かれ、過渡解は

$$b_t = B_t \exp(-j k x) \quad \dots\dots\dots (8)$$

と書かれる。(7)式を(4)式に代入して

$$B_s = \frac{-l_2 k \omega s + j \rho_2 k}{\rho_2 g k^2 / \mu_0 + j \omega s (l_2 g k^2 / \mu_0 + 1)} J_1 \\ \dots\dots\dots (9)$$

を得る。(9)式は J_1 のほかは、すべり角周波数 ωs
のみの関数であることが注目される。(8)式の b_t を
(4)式の同次方程式に代入して、

$$\left(\frac{l_2 g k^2}{\mu_0} + 1 \right) \frac{\partial B_t}{\partial t} \\ = \left[-\frac{k^2 \rho_2 g}{\mu_0} + j \left(\frac{k^3 l_2 v g}{\mu_0} + v k \right) \right] B_t \quad \dots\dots\dots (10)$$

を得る。解を次式と仮定して(B は積分常数)、これを
(10)式に代入して、下式を得る。

$$B_t = B e^{\lambda dt} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\lambda = -\frac{k^2 \rho_2 g}{l_2 g k^2 + \mu_0} + j \frac{k^3 l_2 v g + k \mu_0 v}{l_2 g k^2 + \mu_0} \\ = -\frac{1}{T_t} + j \omega_t \quad \dots\dots\dots (12)$$

(11), (12)式を(8)式に代入して、

$$b_t = B \exp(-t/T_t) \exp \left[j \left(\int \omega_t dt - kx \right) \right] \\ \dots\dots\dots (13)$$

となって、これは x の方向に(14)式で進む減衰
進行波であって、その速度は

$$v_t = \omega_t / k \quad \dots\dots\dots (14)$$

その減衰時定数は

$$T_t = \frac{\mu_0}{k^2 \rho_2 g} + \frac{l_2}{\rho_2} \quad \dots\dots\dots (15)$$

である。 v_t はモータ速度に比例し [(12)式参照]、 T_t
は一定であ。 $l_2 = 0$ のときは

$$v_t = v \quad T_t = \mu_0 / k^2 g \rho_2 \quad \dots\dots\dots (16)$$

となって、進行速度はモータ速度と一致する。3.7
kW の IM について (附録 III 参照)、(14)式を計算す
ると $T_t = 0.62$ s となる。

トルクを与える接線力は、次式で与えられる。定常
接線力は、

$$F_s = (J_1 B_s \cos \delta) / 2 \quad (\text{N/m}^2) \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 J_1, B_s は(9)式で与えられ、 δ は J_1 と B_s
の位相差である。過渡接線力は

$$F_t = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau R_e[j_1] R_e[b_t] dx \\ = \frac{1}{\tau} J_1 B \exp \left[-\frac{t}{T_t} \right] \int_0^\tau \cos(\omega t - kx) \\ \times \cos(kv_t t - kx + \delta_t) dx \\ = \frac{J_1 B}{2} \exp \left(-\frac{t}{T_t} \right) \cos(\omega s t - \delta_t) \quad (\text{N/m}^2) \\ \dots\dots\dots (18)$$

但し、 $l_2 = 0$ とし、 δ_t はベクトル J_1, B 間の位相

図 1 スイッチ投入時の過渡接線力

Fig. 1. Transient force after tangential
switch-in.

差である。

スイッチ投入時の初期条件を $t=0$ で $b=0$ とすると $B=-B_s$ となり、このときの全接線力 F の時間の変化を図1に示す。横軸はすべり角周波数 ω_s を単位とする時間である。

従って、トルクは零から始まり、立上がりには時間遅れがあり、大きく変動する。これは高性能の交流サーボモータでは、すべて避けなければならないことである。

3. 電圧制御法の過渡現象解析

端子電圧 V_1 によって、IM を制御する場合の過渡現象は、電流制御の場合よりも現象が複雑であって、大きな相異点がある。あとで説明するように、制御に適用するにあたって大きな違いが生じてくる。その理論解析を付録Ⅱに与えているが、解は定常解 b_s と過渡解 b_t とからなり、それぞれ下式の形を持つ。

$$b_s = B_s \exp \left[j \left(\int \omega dt - kx \right) \right] \dots \dots \dots (19)$$

$$b_t = B_1 e^{-t/T_1} \exp[j(\omega_1 t - kx)] \\ + B_2 e^{-t/T_2} \exp[j(\omega_2 t - kx)] \dots (20)$$

定常解の B_s は(付13)式で与えられる。過渡解は2項からなることが注目される。2項とも減衰進行波であって、その減衰時定数 T_1, T_2 と角周波数 ω_1, ω_2 の性質を明らかにするために、付録Ⅲに例が与えられているが、減衰時定数の一方 T_1 は T_2 に比べて大きくともにモータ速度の関数である。電流制御の場合の過渡解は1項しかなく、減衰時定数が速度に無関係であったことと大きく異なる。 $l_1 \rightarrow 0, \rho_1 \rightarrow \infty$ の場合に、 T_1 と ω_1 が電流制御の場合と一致することを指摘しておく。

4. IM の制御

IM の電氣的過渡現象を解析した結果からみて、電流制御法と電圧制御法の長短を比較しよう。電流制御法では(13)式が示すように過渡解が1個で、その減衰時定数は大きく速度に無関係で一定である。これに反して電圧制御法では過渡解は2個あり、その減衰時定数は速度の関数である。大きいほうの時定数は低速域では電流制御法の時定数より大きい、速度が増すと共に急速に減少する。普通の運転状態では二つの時定数ともに、電流制御法の時定数よりかなり小さくなる。

単なる速度制御のような、速応性をあまり要求しない制御においては、電圧制御のほうが適していると言

える。この場合には、(付13)式によって B_s の大きさを一定に保つように、角周波数 ω と一次電圧 V_1 とを定めて、速度制御を行なえばよい。(付13)式で $A_1 - A_s$ のうち小さいものを省略すると、 $B_s = (A_4/A_1)(V_1/j\omega)$ となるが、これは周波数制御による速度制御の場合によく用いられる V_1/f 一定の関係と同じである。

交流サーボモータとしての制御では、速応性の良いことが要求されるので、電氣的過渡現象が発生することをできるだけ抑制しなければならない。電流制御法の場合には過渡解は1個であるので、適当な初期条件を一つ与えることによって過渡解を除去することが可能である。初期条件として、 $t=0$ で $b=b_s$ とすれば(6)式で $b_t=0$ となって、過渡解は発生しない。この初期条件下では、 $t=0$ で励磁電流が(9)式の B_s を与えるように保たれればよい。しかも(9)式において B_s 一定の下でもすべり周波数 ω_s の選定によって、一次電流 J_1 を任意に定め得るので、トルクの値を任意に定める裕度が残っている。

電圧制御法においては、(20)式の示すように過渡解は2個あるので、その積分常数 B_1, B_2 を共に零にするためには、二つの初期条件を必要とする。例えば $t=0$ で $b=b_s, \partial b/\partial t = \partial b_s/\partial t$ の二つの条件を与えることによって、 $t=0$ で $b_t=0$ とすることは可能であるが、そうすると $t=0$ における一次電圧は、ほぼ一義的に決まってしまう、トルクの値を選定する余裕は無くなる。つまり電圧制御法では与えられたトルクを発生しながら、過渡現象の発生を防ぐことは理論上不可能である。

5. 磁界加速法

前節で述べたように、交流サーボモータとしてのIMの制御には電流制御法のほうが有利であるが、その具体的な方法を説明しよう。交流サーボモータでは速応性が良いことが要求されるので、駆動電源としてはパルス幅変調(PWM)方式のインバータが適しており、そのパルス周波数は少なくとも1kHz以上であり、インバータの制御にマイクロコンピュータが用いられる。マイクロコンピュータは演算速度が早いので、これを時分割的に閉ループ制御にも併用することが可能である。また、電流制御法においてはインバータの出力電流を帰還して、三相出力の電流を制御する必要があるが、ここではインバータのことには、これ以上触れない。なおIMの電流制御法というのは、インバータの出力電流の大きさのみならず、その周波數位相を制御するものであることは言うまでもない。

さて、電流制御法においては、過渡項の減衰時定数が大きいので、これを除去しないと、良い速応性は得られない。このためには $t=0$ において $b=b_s$ の条件を満たせばよいことは既に述べた。マイクロコンピュータによって制御されるインバータにおいては、制御は破線的に連続であるので、既に運転中にあれば $b=b_s$ の条件は、制御が不適切でない限り、満足されている。このことは三相一次電流において励磁電流 I_0 が一定に保たれていることを意味する。IM が停止しているときにも、 $b=b_s$ の条件を満足するためには、三相励磁電流のサイクリングを停止した位相に相当する直流電流を保持すれば、 $b=b_s$ の条件を保つことができる。

回転磁界の大きさが一定に保たれれば、その角速度が変化しても、過渡現象は発生することがなく、一次電流と回転磁界の関係は(9)式で与えられることは、(5)式の一次電流の形からも結論できる。回転磁界に過渡現象が発生しない限り、回転子の動作も変わらなくて、三相誘導電動機の等価回路は成り立つ。回転磁界の大きさを一定に保ちながら、一次電流を制御する余地があることは(9)式から判る。この式はすべり周波数 ωs の関数であるので、 ωs を適当に定めることによって、 J_1 を定めて、これによってトルクを制御することができる。回転磁界の大きさを一定に保つ限り ωs を変えて、一次電流を変え、トルクを制御する制御法には、過渡現象を伴わず、時定数が零の極めて速応性の良い制御ができることを、上述の電流制御法の過渡現象解析論は示している。このように、回転磁界の大きさを一定に保って、その速度を変えることによって、つまりこれを加速減速することによって、トルクを制御する方法を磁界加速法 (field acceleration method) と名付けることとする。

磁界加速法では回転磁界は崩れないで、その速度が変わるだけであって、この状況下では図2の等価回路がそのまま成り立つ。この等価回路では下式が成立する。

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + \dot{I}_2 = \dot{I}_0 \left(1 + \frac{j s x_m}{r_2 + j s x_2} \right) \dots\dots\dots (21)$$

図 2 三相誘導電動機の等価回路

Fig. 2. Equivalent circuit of three-phase induction motor.

図 3 演算フローチャート

Fig. 3. Flow chart of computation.

$$\text{トルク } T = \frac{3}{\omega_{\text{syn}}} \frac{r_2}{s} I_2^2 = \frac{3}{\omega_{\text{syn}}} \frac{r_2}{s} I_0^2 \frac{s^2 x_m^2}{r_2^2 + (s x_2)^2} \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 ω_{syn} は同期角速度である。(21), (22)式は、 I_0 一定の下ではすべり角周波数のみの関数である。この関係によって、 I_0 一定の下で必要なトルク T を得るための演算は次のようになる。(22)式によって、 T の値から ωs が求まる。この ωs を(21)式に代入して I_1 の大きさと位相が求まる。この演算のシグナルフローを図3に示す。演算はマイクロコンピュータによって高速に連続して行なわれ、得られた I_1 との信号によって、三相インバータの出力電流が破線的に連続して制御される。回転磁界の大きさは常に一定に保たれ、その速度のみが加減速されることによって、トルク T の値が制御される。電氣的過渡現象の発生する余地は無いので、制御上の遅れは実用上零である。従って、直流機よりも速応性の良いサーボモータが実現できる。

磁界加速法による閉ループ制御を例示しよう (図

図 4 交流サーボモータの閉ループ制御ブロック図

Fig. 4. Block diagram of closed-loop control of A-C servomotor.

4)。動作信号 Δx は、補償要素を経てこれに比例的(制限値のある)トルク信号 T に変換され、 T は図3のマイクロコンピュータによる演算によって ω と i_1 が定められ、これによって三相インバータが制御される。電流値を正しく保つために、モーター電流の I_a がインバータにフィードバックされる。

この制御には、ベクトル制御の三相二相間の変数変換はないので、制御演算は単純化される。過渡現象の発生はないので応答は速い。等価回路が成り立つので量的な関係式がベクトル制御より明確で、正確であって、閉ループ制御のブロック図の精度が良い。磁界加速法には、過渡現象が入らないので、遅れ要素がない。しかし実際には一次遅れインダクタンスが電流制御のインピーダンスになるのであるが、その大きさは補償巻線付の直流機と同じ程度か、それ以下となるので、速応性は直流機と同等以上となるものと考えられる。なお、磁界加速法はIMの最大トルクを大きくして、それに対するすべりも大きくして、直線性のある動作範囲を拡大して、過負荷耐量を増大する制御法であることを、附録IVに示してある。

6. む す び

IMの過渡現象を電流制御法と電圧制御法について解析して、その相違を明らかにし、交流サーボモータとしての制御には、電流制御法によるほうが有利であることを示し、電気的過渡現象を伴わない電流制御法を示して、これを磁界加速法と名付けた。IMによる交流サーボモータの理論的な基礎を与えたものと考えられる。(昭和56年1月26日受付)

文 献

- (1) Felix Blaschke: "Das Prinzip der Feldorientierung, die Grundlag für die TRANSVEKTOR-Regelung von Drehfeldmaschinen," *Siemens-Z.* (1971)
- (2) 岩金・甲斐・浦野: 「インバータによる誘導ドライブとベクトル制御方式について」 *安川電機*, **38**, 148 (昭 49)
- (3) 中野・皆元・柳瀬・大沢・竹田: 「交流機のトランスベクトル制御」 *富士時報*, **53**, 8 (昭 55)
- (4) 山村・安井: 「誘導電機機の過渡トルク」 *電学誌*, **75**, 493 (昭 30-5)
- (5) S. Yamamura: "Theory of Linear Induction Motors" (2nd edition), 東大出版会 (1977)
- (6) 同上, p. 18
- (7) 伊藤: 「リニア誘導機に関する研究」, 東大学位論文(昭51-6)

付 録

I. IM の場理論においては、Maxwell の電磁界方程式が出発点となる。一次元理論においては空間座標系は回転方向の x 座標をとる。状態変数は進行波とし

て表わされ、例えば一次三相電流は、これと同じ回転起磁力を与える進行波として、下式で表わされる。

$$j_1 = J_1 e^{j(\omega t - kx)}, \quad k = \pi/\tau \dots \dots \dots (\text{付 1})$$

これが三相合成起磁力と等しいためには、

$$J_1 = \frac{2\sqrt{2} m_1 k_{w1} \omega_1}{P \tau} I_1 \text{ (A/m)} \dots \dots \dots (\text{付 2})$$

でなければならない。ここに、 P : 極数, τ : 磁極ピッチ, ω_1 : 一次一相巻数, k_{w1} : 一次巻線係数, m_1 : 一次相数である。一次導体シートに回転磁界が誘起する電圧は進行波であって、これを

$$e_1 = E_1 e^{j(\omega t - kx)} \dots \dots \dots (\text{付 3})$$

と表わすと、三相巻線一相の誘起電圧 E_3 との関係は

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2} \omega_1 k_{w1} W} E_3 \text{ (V/m)} \dots \dots \dots (\text{付 4})$$

となる。ここに、 W : 一次鉄心積厚である。進行波シート量に対する抵抗 ρ_1 , 漏れインダクタンス l_1 は従って下式となる。

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= \frac{P \tau}{4 m_1 k_{w1}^2 \omega_1^2 W} r_1 \\ l_1 &= \frac{P \tau}{4 m_1 k_{w1}^2 \omega_1^2 W} L_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (\text{付 5})$$

ここに、 r_1 , L_1 はそれぞれ一次一相抵抗と漏れインダクタンスである。二次側のシート量への換算も(付1)(付2),(付4)と同様である。

II. 電圧制御法の過渡現象解析 端子電圧でIMを制御する場合の過渡現象は、電圧印加時のスイッチング過渡現象と共通である。筆者らは、直交2軸へ座標変換して、この過渡現象を解析した⁽⁴⁾。東大の伊藤春雄博士は、場理論によって解析を行なった⁽⁷⁾。ここでは場理論による解析の概要を述べる。

IMの制御を端子電圧で行なう電圧制御の場合には一次回路の回路方程式が加わるが、これをシート量で書くと下式となる。

$$v_1 = \rho_1 j_1 + l_1 \frac{\partial j_1}{\partial t} - e_1 \dots \dots \dots (\text{付 6})$$

e_1 は進行磁界による誘起電圧であるが、これに関しては二次誘起電圧 e_2 の(2)式で速度 v を零として、

$$\frac{\partial e_1}{\partial x} = \frac{\partial b}{\partial t} \dots \dots \dots (\text{付 7})$$

が得られる。(1)~(3)式と(付6),(付7)式より、 j_1, j_2, e_1, e_2 を消去して、下式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{l_2 v g}{\mu_0} \frac{\partial^4 b}{\partial x^3 \partial t} + \frac{l_2 g}{\mu_0} \frac{\partial^4 b}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{g}{\mu_0} \left(\rho_2 + \frac{l_2}{l_1} \rho_1 \right) \\ & \times \frac{\partial^3 b}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\rho_1 v g l_2}{\mu_0 l_1} \frac{\partial^3 b}{\partial x^3} - \left(\frac{l_2}{l_1} + 1 \right) \frac{\partial^2 b}{\partial t^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\rho_1 \rho_2 g}{l_1 \mu_0} \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} - v \left(\frac{l_2}{l_1} + 1 \right) \frac{\partial^2 b}{\partial t \partial x} \\
& - \frac{1}{l_1} (\rho_2 + \rho_1) \frac{\partial b}{\partial t} - \frac{\rho_1 v}{l_1} \frac{\partial b}{\partial x} \\
& = \frac{l_2 v}{l_1} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \frac{l_2}{l_1} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x \partial t} + \frac{\rho_2}{l_1} \frac{\partial v_1}{\partial x} \dots (\text{付8})
\end{aligned}$$

これが電圧制御法の場合の基本式である。 b, v_1 とも空間的な分布は 2τ を波長とする正弦波分布を持つので、

$$b = B \exp(-jkx) \dots (\text{付9})$$

$$v_1 = V_1 \exp \left\{ j \left(\int \omega dt - kx \right) \right\} \dots (\text{付10})$$

と書くことができる。(付10)式は一次電流の(5)式に相当するもので、電源周波数が可変であることを考慮したものである。

(付9)、(付10)式を(付8)式に代入して下式を得る。

$$\begin{aligned}
A_1 \frac{\partial^2 b}{\partial t^2} + A_2 \frac{\partial b}{\partial t} + A_3 b &= A_4 \frac{\partial v_1}{\partial t} + A_5 v_1 \\
&\dots (\text{付11})
\end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned}
A_1 &= -\frac{k^2 l_1 l_2 g}{\mu_0} - l_1 - l_2 \\
A_2 &= j \frac{k^3 l_1 l_2 g v}{\mu_0} - \frac{k^2 l_1 \rho_2 g}{\mu_0} - \frac{k^2 l_2 \rho_1 g}{\mu_0} \\
&\quad + j k l_1 v + j k l_2 v - \rho_1 - \rho_2 \\
A_3 &= j \frac{k^3 l_2 \rho_1 g v}{\mu_0} - \frac{k^2 \rho_1 \rho_2 g}{\mu_0} + j k \rho_1 v \\
A_4 &= -j k l_2 \\
A_5 &= -k^2 l_2' v - j k \rho_2
\end{aligned} \dots (\text{付12})$$

(付11)の定常解は、(7)、(付10)式を代入して

$$B_s = \frac{j\omega A_4 + A_5}{-\omega^2 A_1 + j\omega A_2 + A_3} V_1 \dots (\text{付13})$$

が得られる。過渡解は、(付9)式を変形して

$$b_t = B_t e^{\lambda t} e^{-jkx} \dots (\text{付14})$$

と仮定して、これを(付11)式の同次方程式に代入して

$$A_1 \lambda^2 + A_2 \lambda + A_3 = 0 \dots (\text{付15})$$

を得る。これより

$$\lambda_1 = \frac{-A_2 + \sqrt{A_2^2 - 4A_1 A_3}}{2A_1} = -\frac{1}{T_1} + j\omega_1 \dots (\text{付16})$$

$$\lambda_2 = \frac{-A_2 - \sqrt{A_2^2 - 4A_1 A_3}}{2A_1} = -\frac{1}{T_2} + j\omega_2 \dots (\text{付17})$$

従って、(付14)式の過渡解は

$$b_t = B_1 e^{-(t/T_1)} e^{j(\omega_1 t - kx)}$$

$$+ B_2 e^{-(t/T_2)} e^{j(\omega_2 t - kx)} \dots (\text{付18})$$

となる。

III. 数値例

3.7kW, 4極, 200V, 50HzのIMのデータが下記で与えられる。

$$x_1 = 0.408 \Omega, x_2 = 0.269 \Omega, x_m = 13.2 \Omega$$

$$\gamma_1 = 0.463 \Omega, \gamma_2 = 0.423 \Omega, \omega_1 = \omega_2 = 25$$

$$k_w = 0.94, \tau = 90.32 \text{ mm}, g = 0.3 \text{ mm}$$

$$\text{一次鉄心積厚 } W = 115 \text{ mm}$$

附録Iによってシート量へ換算すると

$$\rho_1 = 0.615 \times 10^{-5} \Omega, \rho_2 = 0.559 \times 10^{-5} \Omega$$

$$l_1 = 0.171 \times 10^{-7} \text{ H}, l_2 = 0.1132 \times 10^{-7} \text{ H}$$

なお、波数 $k = \pi/\tau = 34.78$, 同期速度 $= 4.493 \text{ m/s}$ である。

電流制御法の時定数を(15)式で計算すると、

$$T_1 = 0.621 \text{ s}$$

(a) 過渡項時定数
(a) Time constant of transient term.

(b) 過渡項角速度
(b) Angular velocity of transient term.

付図 1

app. Fig. 1.

となって速度には無関係である。

電圧制御法の時定数は速度の関数であってこれを、(付16)、(付17)式によって計算した結果をグラフに示すと付図1(a)、(b)となる。

IV. 最大トルクとそのすべり 磁界加速法のトルクの最大値を生ずるすべりは $dT/ds=0$ より求められ、(22)式より

$$s_T = r_2/x_2 \quad \text{.....(付19)}$$

となる。最大トルクは(付19)式を(22)式に代入して

$$T_m = \frac{3}{\omega_{\text{syn}}} \frac{(I_0 x_m)^2}{2x_2} = \frac{3}{\omega_{\text{syn}_2}} \frac{V_1^2}{x_2} \quad \text{.....(付20)}$$

定電圧運転下の最大トルクとそのすべりは、よく知られるように、

$$s_T = \frac{r_2}{\sqrt{r_1^2 + (x_1 + x_2)^2}} \quad \text{.....(付21)}$$

$$T_m = \frac{3}{\omega_{\text{syn}}} \frac{V_1^2}{2(r_1 + \sqrt{r_1^2 + (x_1 + x_2)^2})} \quad \text{.....(付22)}$$

(付19)～(付22)式をそれぞれ比較して磁界加速法の最大トルクとそのすべりは、定電圧運転の場合よりも数倍以上大きいことが判る。このことは磁界加速法では $T \propto s$ の直線性のあるすべり範囲も過負荷耐量も数倍以上大きいことを意味するもので、交流サーボモータの制御法として、磁界加速法が非常に優れている理由の一つである。