UDC 621.313.333.2.016.1

論文

57-B78

かご形誘導電動機の高調波非同期トルクの解析

正員 穴澤 義久 (秋田大)

正員 加賀 昭夫 (秋田大)

正員 井上 利夫

正員 藤原 一 (北海道大)

1. ま え が き

誘導電動機の高調波異常現象に関する研究は、誘導電動機の実用化とともに始まり、これまで多数の研究がなされているが⁽¹⁾、未だ説明すべき多くの問題点が残されている。

筆者らは回転機の統一理論において、これまで無視されてきたスロットの影響を本理論へ導入し、かご形誘導電動機の回転時同期トルクを解析し、先に報告した⁽²⁾。すなわち、回転時同期トルクを発生する回転子みぞ数は主に二極あたりのみぞ数が偶数であり、この場合について解析を行なった。しかし、二極あたりの回転子みぞ数が奇数である場合のギャップ磁界の計算は回転子の磁位を考慮して解析を行なわなければならない⁽³⁾。

本報告では二極あたりの回転子みぞ数が奇数となる場合のギャップ磁界を計算し⁽³⁾、高調波非同期トルクおよび回転時同期トルクの一般式を求めた⁽⁴⁾。この一般式より得られた高調波トルクの計算結果は実験結果とよく一致した。更に、高調波電流およびみぞ高調波トルクの簡略式を求め、回転子みぞ数とみぞ高調波トルクの大きさの関係について考察した⁽⁵⁾。また、高調波トルク防止法として採用されている斜めスロットおよび固定子巻線法の効果について、本方式によって検

討を行なっている。

最近、小形誘導電動機の効率改善のため、固定子スロットにフェライト磁性くさびの挿入が検討されている⁽⁶⁾。磁性くさびの使用は、高調波トルクの防止にも効果があり、本解析法は磁性くさびによる高調波トルク防止の効果についても解析することが可能である。

2. インダクタンス

解析に用いる電動機は、二極、固定子みぞ数 S 、回転子みぞ数 R とする。また、各相は平衡していて、その中性線是非接続とする。

図1のように、 a 相巻線軸と1番目の回転子歯とのなす角度を θ' 、ギャップ内の一点0を通る半径方向に引いた直線と a 相巻線軸とのなす角度を θ 、0を通る直線と1番目の回転子歯のなす角度を φ とする。

〈2.1〉 パーミアンスおよび起磁力分布 ギャップパーミアンス分布、固定子 k 相巻線の起磁力分布、回転子 k 番目導体による起磁力分布はそれぞれ次の3

図1 誘導電動機と座標

Fig. 1. Induction motor and co-ordinates.

Analysis of Asynchronous Torque due to Harmonics in Squirrel Cage Induction Motors. By Yoshihisa Anazawa, Member, Akio Kaga, Member (Faculty of Mining, Akita University), Toshio Inoue, Member & Hajime Fujiwara, Member (Faculty of Engineering, Hokkaido University).

穴澤義久: 正員, 秋田大学鉱山学部電気工学科

加賀昭夫: 正員, 秋田大学鉱山学部電気工学科

井上利夫: 正員, 前秋田大学鉱山学部電気工学科

藤原 一: 正員, 北海道大学工学部電気工学科

式で表わすことができる。

$$P(\theta, \varphi) = \sum_{m, n=0}^{\infty} P_{mSnR} \cos(mS\theta \pm nR\varphi) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$F_{1k}(\theta) = \sum_{l=1}^{\infty} F_{1l} \cos l\{\theta - (k-1)\alpha\} \quad \dots (2)$$

$$F_{2k}(\varphi) = \sum_{l=1}^{\infty} F_{2l} \cos l\{\varphi - \beta - (k-1)\gamma\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

但し、 $\theta = \theta' + \varphi$, $\alpha = 2\pi/3$, $\gamma = 2\pi/R$, $\beta = (-\pi + \gamma)/2$, P_{mSnR} はパーミアンズ分布の m, n 次成分, F_{1l}, F_{2l} は起磁力分布の l 次成分, m, n は零を含む正の整数, l は正の整数である。

〈2・2〉 磁束密度分布 従来、ギャップの磁束密度分布は起磁力分布とギャップパーミアンズ分布の積として求められていた。しかし、この方法は一般的には正しくない。すなわち、回転子みぞ数が奇数である場合や回転子が偏心している場合には、固定子と回転子鉄心間の磁位差とギャップパーミアンズ分布の積として求めなければならない⁽³⁾。文献(3)によれば固定子 k 相巻線が励磁された場合のギャップの磁束密度分布は回転子鉄心の磁位 $C(\theta')$ とすると次式となり、 $C(\theta')$ は単極磁束を発生しない条件より求まる。

$$B(\theta, \theta') = \{F_{1k}(\theta) + C(\theta')\} \cdot P(\theta, \varphi) \quad \dots\dots\dots (4)$$

〈2・3〉 インダクタンス 固定子 k 相巻線を励磁したときの固定子 g 相巻線の磁束鎖交数は(4)式を積分することにより求まり、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \phi = & wu \int_{-(\pi/2) + (g-1)\alpha}^{(\pi/2) + (g-1)\alpha} P(\theta, \theta') \cdot F_{1k}(\theta) \cdot r \cdot d\theta \\ & + wuC(\theta') \int_{-(\pi/2) + (g-1)\alpha}^{(\pi/2) + (g-1)\alpha} P(\theta, \theta') \cdot r \cdot d\theta \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

但し、 w は巻数、 u は鉄心長、 r は回転子半径である。(5)式の第2項目は、回転子みぞ数が偶数である場合にはもちろん零である。回転子みぞ数が奇数である場合でも、第2項目が回転時同期および非同同期トルクに大きな影響を及ぼすのは、 $S-R=|1|$ のみぞ数の組合せの場合であり、その他の組合せにおいては考慮しなくても十分である。固定子巻線のインダクタンス行列は(5)式より求まる。同様にして固定子と回転子巻線の相互インダクタンス行列および回転子巻線のインダクタンス行列が得られる。

3. 対称座標軸変換

前節の(5)式より求めたインダクタンス行列を、固

定子三相、回転子 R 相の対称座標軸変換を行なうと回転子みぞ数は偶数の場合は $R=|6\kappa+2|$ 、奇数の場合は $R=|6\kappa+1|$ と分類できる。但し、 κ は零を含む正および負の整数である。

回転子みぞ数が3の倍数である場合は、静止時同期トルクを発生するみぞ数であるので別に考察することとし、解析の対象から除くこととする⁽²⁾。

固定子巻線のインダクタンス行列は中性線が接続されていないので、零相要素を除くと次式となる⁽²⁾。

$$\begin{aligned} [L_{1A}] = & \sum_{h=-\infty}^{\infty} \frac{f}{b} \frac{L_{1f}}{L_{1(3h+1)N_r} e^{-j(3h+1)N_r\theta'}} * \\ & * \frac{b}{L_{1b}} \frac{L_{1(3h+1)N_r} e^{j(3h+1)N_r\theta'}}{L_{1b}} \quad \dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{1(3h+1)N_r} = & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \frac{3}{2} P_{mS|3h+1+N_r|} \\ & \times \frac{2\omega^2 ur}{\pi} H_S(6i+1) \cdot \{H_S(mS+3h+1) \\ & \times N_r - \overline{6i+1}\} + H_S(mS-3h+1) \cdot N_r \\ & + \overline{6i+1}\} \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

但し、 $H_S(\zeta)$ は次のような関数である。

$$H_S(\zeta) = \frac{k_d(\zeta)}{\zeta} \cdot \sin \frac{\zeta\pi}{2}$$

$k_d(\zeta)$ は、 ζ 次高調波に対する分布巻係数である。また N_r は次のように表わされる。回転子みぞ数が偶数の場合は、

$$N_r = 6\kappa + 2, \quad |N_r| = R$$

奇数の場合は

$$N_r = 2(6\kappa + 1), \quad |N_r| = 2R$$

となり、 κ は零を含む正および負の整数である。すなわち、回転子みぞ数が 8, 14, 20... および 7, 13, 19, ... の場合 N_r は正の値、10, 16, 22... および 11, 17, 23... の場合に N_r は負の値をとるものとする。

$L_{1(3h+1)N_r}$ は、回転子スロットの存在によるギャップパーミアンズ分布の変動による成分であり、固定子正相回路と固定子逆相回路を結合する成分となる。

固定子と回転子巻線間の相互インダクタンス行列は対称座標軸変換し、高調波次数を $(6h+1)$ と表現して整理すると、次式のようになる。すなわち、 $M_{(6h+1)} e^{-j(6h+1)(\theta'+\beta)}$ は $(\nu, 2)$ 要素、 $M_{(6h+1)} e^{j(6h+1)(\theta'+\beta)}$ は $(\xi, 3)$ 要素となる。

$$M_{(6h+1)} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{3}R}{2} \cdot \frac{w}{\pi} P_{mS n | N_r|} \times \{H_S(6h+1+mS) + H_S(6h+1-mS)\} \times \{H_R(6h+1-nN_r) \cdot \varepsilon^{jnN_r\beta} + H_R(6h+1+nN_r) \cdot \varepsilon^{-jnN_r\beta}\} \dots (8)$$

$$\nu = \chi R + (6h+1) + 1, \quad \xi = \chi R - (6h+1) + 1 \dots (9)$$

但し、 $H_R(\zeta)$ は次のような関数である。

$$H_R(\zeta) = \frac{1}{\zeta} \sin \frac{\zeta \pi}{2}$$

χ は零を含む正および負の整数であり、 $1 \leq \nu, \xi \leq R$ となるように定めるとよい。例えば、 $R=22$, $(6h+1)=-17$ の場合、 $\chi=1$ とすれば、 $\nu=6$ となり、 $M_{(-17)} \varepsilon^{j17(\theta'+\beta)}$ は (6, 2) 要素となる。 $R=22$ の場合の固定子から回転子巻線への相互インダクタンス行列は次式のようにになる。

$$[M_A] = \begin{matrix} & 0 & f & b \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 5 \\ \vdots \\ 17 \\ \vdots \\ 21 \end{matrix} & \begin{bmatrix} & & \\ & M_{(1)} \varepsilon^{-j(\theta'+\beta)} & M_{(-23)} \varepsilon^{-j23(\theta'+\beta)} \\ & \vdots & \vdots \\ & M_{(-17)} \varepsilon^{j17(\theta'+\beta)} & M_{(-5)} \varepsilon^{-j5(\theta'+\beta)} \\ & \vdots & \vdots \\ & M_{(-5)} \varepsilon^{j5(\theta'+\beta)} & M_{(-17)} \varepsilon^{-j17(\theta'+\beta)} \\ & \vdots & \vdots \\ & M_{(-23)} \varepsilon^{j23(\theta'+\beta)} & M_{(1)} \varepsilon^{j(\theta'+\beta)} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

高調波相互インダクタンス $M_{(6h+1)}$ のうち、スロットの存在によるギャップパーミアンス分布の変動の影響を強く受ける成分はみぞ高調波次数の成分である。

回転子巻線のインダクタンス行列を対称座標軸変換し、起磁力の高調波次数 l を (10) 式のように表わして整理すると、 $L_{2mS} \cdot \varepsilon^{jmS(\theta'+\beta)}$ は (ν, ξ) 要素、 $L_{2mS} \cdot \varepsilon^{-jmS(\theta'+\beta)}$ は $(0, \rho)$ 要素となる。

$$l = |hN_r + g| \begin{cases} h=0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ 1 \leq g \leq |N_r| \text{ なる奇数} \end{cases} \dots (10)$$

$$L_{2mS} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{h=-\infty}^{\infty} \frac{R}{2} \cdot \frac{ur}{2\pi} P_{mS n | N_r|} \times H_R(hN_r + g) \{H_R(mS + nN_r + hN_r + g) \cdot \varepsilon^{jnN_r\beta} + H_R(mS - nN_r + hN_r + g) \cdot \varepsilon^{-jnN_r\beta}\} \dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \nu &= \chi R - (mS + g) + 1, \quad \xi = \chi R - g + 1 \\ 0 &= \chi R + (mS + g) + 1, \quad \rho = \chi R + g + 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\dots (12)$$

例えば、 $S=18$, $R=22$, $m=1$, $g=21$ の場合の $L_{2S} \varepsilon^{jS(\theta'+\beta)}$ は (6, 2) 要素、 $L_{2S} \varepsilon^{-jS(\theta'+\beta)}$ は (18, 22) 要素となる。同様に $S=18$, $R=22$, $m=1$, $g=5$ の場合の $L_{2S} \varepsilon^{jS(\theta'+\beta)}$ は (22, 18) 要素、 $L_{2S} \varepsilon^{-jS(\theta'+\beta)}$ は (2, 6) 要素となり、対称座標軸変換された回転子巻線のインダクタンス行列は次式のようにになる。

$$[L_{2A}]$$

$$= \begin{matrix} & 0 & 1 & \dots & 5 \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 5 \\ \vdots \\ 17 \\ \vdots \\ 21 \end{matrix} & \begin{bmatrix} & & \dots & \\ & & \dots & L_{2S} \varepsilon^{-jS(\theta'+\beta)} \\ & \vdots & \ddots & \vdots \\ & L_{2S} \varepsilon^{jS(\theta'+\beta)} & \dots & \\ & \vdots & \dots & \vdots \\ & \vdots & \dots & \vdots \\ & \vdots & \dots & \vdots \end{bmatrix} \end{matrix} *$$

$$* \begin{matrix} & \dots & 17 & \dots & 21 \\ \begin{matrix} \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{matrix} & \begin{bmatrix} \dots & & \dots & \\ \dots & & \dots & \\ \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \dots & & \dots & \\ \dots & & \dots & L_{2S} \varepsilon^{-jS(\theta'+\beta)} \\ \dots & \vdots & \dots & \\ \dots & L_{2S} \varepsilon^{jS(\theta'+\beta)} & & \end{bmatrix} \end{matrix}$$

L_{2mS} は、固定子スロットの存在によるギャップパーミアンス分布の変動による項であり、回転子の各高調波すべり周波数回路を結合する成分となる。

4. 電圧方程式

電源電圧は平衡し、固定子巻線は星形結線で、その中性線是非接続なので零相回路を除き、また固定子正相回路に流れる高調波すべり周波数電流を無視すると電圧方程式は次の式で表わされる。但し、定常状態であるのでベクトル記号法を用いている。

$$\dot{E}_f = Z_f(j\omega) \cdot \dot{I}_f + \sum_{h=-\infty}^{\infty} j\omega L_{1(3h+1)N_r} \times \dot{I}_{b(3h+1)N_r} + \sum_{h=-\infty}^{\infty} j\omega M_{(6h+1)} \cdot \dot{I}_{(6h+1)} \dots (13)$$

$$0 = j\omega_1 L_{1(3h+1)N_r} \cdot \dot{I}_f + Z_{b(j\omega_1)} \cdot \dot{I}_{b(3h+1)N_r} \\ + \sum_{k=-\infty}^{\infty} j\omega_1 M_{(6k+1)} \cdot \dot{I}_{(3h+1)N_r - (6k+1)} \\ \dots\dots\dots (14)$$

$$0 = j\omega_2 M_{(6k+1)} \cdot \dot{I}_f + \sum_{h=-\infty}^{\infty} j\omega_2 \\ \times M_{(3h+1)N_r - (6k+1)} \dot{I}_{b(3h+1)N_r} \\ + \sum_{m=1}^{\infty} j\omega_2 L_{2ms} \cdot \dot{I}_{(6k+1 \pm ms)} \\ + Z_{2(j\omega_2)} \cdot \dot{I}_{(6k+1)} \dots\dots\dots (15)$$

但し、 $\omega_1 = \omega - (3h+1)N_r\omega'$ 、 $\omega_2 = \omega - (6k+1)\omega'$ 、 ω 、 ω' は電源および電動機角周波数、 $\dot{I}_f$ は固定子正相電流、 $\dot{I}_{b(3h+1)N_r}$ は固定子逆相回路の $(3h+1)N_r$ 次すべり周波数電流、 $\dot{I}_{(6k+1)}$ は回転子回路の $(6k+1)$ 次すべり周波数電流、 $\dot{E}_f$ は正相電圧、 $Z_{f(j\omega)}$ 、 $Z_{b(j\omega_1)}$ 、 $Z_{2(j\omega_2)}$ はそれぞれ、固定子正相、固定子逆相、回転子の $(6k+1)$ 次すべり周波数回路の自己インピーダンスである。

(13)式は固定子正相回路の電圧方程式、(14)式は固定子逆相の $(3h+1)N_r$ 次すべり周波数回路の電圧方程式、(15)式は回転子の $(6k+1)$ 次すべり周波数回路の電圧方程式である。回転子みぞの存在により、固定子逆相回路に $(3h+1)N_r$ 次すべり周波数電流が流れ、また固定子みぞの存在により回転子の各すべり周波数回路が相互に結合されている。

電流は、(13)～(15)式中の主要な高調波次数について連立方程式として解けばよいが、次のような仮定により容易に求まる。

(1) 固定子逆相回路に流れるすべり周波数電流の影響は無視できる。

(2) 固定子みぞの存在による回転子のすべり周波数回路相互の結合は基本波電流回路とみぞ高調波電流回路のみとし、みぞ高調波電流回路から基本波電流回路への影響は十分に小さいので、無視する。

仮定の(1)は回転時同期トルクを計算する場合は無視できない。しかし高調波非同期トルクの計算においては、 $R=S\pm 2$ 、 $2R=S\pm 2$ 以外のみぞ数の組合せにおいて十分に満足されている。

以上の仮定により、固定子正相電流 $\dot{I}_f$ は

$$\dot{I}_f = \dot{E}_f / (Z_f(j\omega) + \dot{Z}) \dots\dots\dots (16)$$

となる。

但し、

$$\dot{Z} = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \frac{\omega \cdot \omega_{(6h+1)} M_{(6h+1)}^2}{Z_{2(j\omega(6h+1))}} - j \frac{\omega_{(1)} M_{(1)}}{Z_{2(j\omega(1))}} \\ \times \left[\frac{\omega \cdot \omega_{(1-S)} M_{(1-S)} \cdot L_{2S}}{Z_{2(j\omega(1-S))}} \right.$$

$$\left. + \frac{\omega \cdot \omega_{(1+S)} M_{(1+S)} \cdot L_{2S}}{Z_{2(j\omega(1+S))}} \right]$$

である。みぞ高調波電流は、

$$\dot{I}_{(1\pm S)} = - \left\{ j\omega_{(1\pm S)} M_{(1\pm S)} \right. \\ \left. + \frac{\omega_{(1)} \cdot \omega_{(1\pm S)} M_{(1)} L_{2S}}{Z_{2(j\omega(1))}} \right\} \frac{\dot{I}_f}{Z_{2(j\omega(1\pm S))}} \\ \dots\dots\dots (17)$$

その他の高調波電流は、

$$\dot{I}_{(6h+1)} = -j \frac{\omega_{(6h+1)} M_{(6h+1)}}{Z_{2(j\omega(6h+1))}} \cdot \dot{I}_f \dots\dots\dots (18)$$

となる。

但し、 $\omega_{(6h+1)} = \omega - (6h+1)\omega'$ および $Z_{2(j\omega(6h+1))} = R_{(6h+1)} + j\omega_{(6h+1)} L_{(6h+1)}$ であり、 $R_{(6h+1)}$ 、 $L_{(6h+1)}$ は回転子 $(6h+1)$ 次すべり周波数回路の抵抗、および自己インダクタンスをそれぞれ示す。

5. トルク

瞬時トルクは次式で表わされる。

$$\tau_i = \frac{1}{2\omega'} [i]_t \frac{d[L_s]}{dt} [i] \dots\dots\dots (19)$$

電流は瞬時値対称分表示によって表わされ、次式となる。

$$[i] = \begin{matrix} f & i_f \\ b & i_b \\ 1 & i_1 \\ \vdots & \vdots \\ g-1 & i_{g-1} \\ \vdots & \vdots \\ R-1 & i_{R-1} \end{matrix} \dots\dots\dots (20)$$

$$i_f = \dot{I}_f e^{j\omega t} + \sum_{h=-\infty}^{\infty} \dot{I}_{b(3h+1)N_r}^* \\ \times e^{-j\{\omega - (3h+1)N_r\omega'\}t} \\ i_b = i_f^* \\ i_{g-1} = \sum_h \dot{I}_{(6h+1)} e^{j\{\omega - (6h+1)\omega'\}t} \\ + \sum_k \dot{I}_{(6k+1)}^* e^{-j\{\omega - (6k+1)\omega'\}t}$$

但し、 i_{g-1} についての和は次式を満足する h および k についてとるものとする。

$$g = \chi R + (6h+1) + 1, \quad g = \chi R - (6k+1) + 1$$

平均トルクは(19)式において時間 t に無関係な項をとればよく、次式となる。

$$\tau = -2I_m \left\{ \sum_m \dot{\tau}_{sym} + \sum_n \dot{\tau}_{asyn} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

高調波非同期トルクの各成分は表1、回転時同期トル

表 1 高調波非同期トルク

Table 1. Asynchronous crawling torques.

$\hat{t}_{asy1} = \sum_{h=-m}^{\infty} (3h+1)N_r \cdot L_{(3h+1)}N_r \cdot \hat{I}_f^* \cdot \hat{I}_{b(3h+1)}N_r$
$\hat{t}_{asy2} = \sum_{h=-m}^{\infty} (6h+1)M_{(6h+1)} \cdot \hat{I}_f^* \cdot \hat{I}_{b(6h+1)}$
$\hat{t}_{asy3} = \sum_{h=-m}^{\infty} (6h+1)M_{(6h+1)} \cdot \hat{I}_{b(3m+1)}N_r \cdot \hat{I}_{b(6n+1)}^*$ $(6h+1) = (3m+1)N_r - (6n+1)$
$\hat{t}_{asy4} = \sum_{h=-m}^{\infty} hS \cdot L_{2h} \cdot \hat{I}_{(6m+1)} \cdot \hat{I}_{(6n+1)}^*$ $hS = (6m+1) - (6n+1)$

表 2 回転時同期トルク

Table 2. Synchronous crawling torques.

$\hat{t}_{sy1} = \frac{1}{2}(3K+1)N_r \cdot L_{(3K+1)}N_r \cdot \hat{I}_f^*$
$\hat{t}_{sy2} = \sum_{h=-m}^{\infty} \frac{1}{2}(3h+1)N_r \cdot L_{(3h+1)}N_r \cdot \hat{I}_{b(3m+1)}N_r \cdot \hat{I}_{b(3n+1)}N_r$ $K = m+n-h$
$\hat{t}_{sy3} = \sum_{h=-m}^{\infty} (6h+1)M_{(6h+1)} \hat{I}_f^* \cdot \hat{I}_{(6m+1)}^*$ $N_r(3K+1) = (6h+1) + (6m+1)$
$\hat{t}_{sy4} = \sum_{h=-m}^{\infty} (6h+1)M_{(6h+1)} \cdot \hat{I}_{b(3m+1)}N_r \cdot \hat{I}_{(6n+1)}$ $3N_r(K-m) = (6n+1) - (6h+1)$
$\hat{t}_{sy5} = \sum_{h=-m}^{\infty} \frac{1}{2}hS \cdot L_{2h} \cdot \hat{I}_{(6m+1)} \cdot \hat{I}_{(6n+1)}$ $N_r(3K+1) = (6m+1) + (6n+1) - hS$
$\hat{t}_{sy6} = \sum_{h=-m}^{\infty} \frac{1}{2}hS \cdot L_{2h} \cdot \hat{I}_{(6m+1)}^* \cdot \hat{I}_{(6n+1)}^*$ $N_r(3K+1) = (6m+1) + (6n+1) + hS$

クの各成分は表2となる。

〈5・1〉 高調波非同期トルク 高調波非同期トルクのなかで、特に問題になるのはみぞ高調波トルクである。 $\hat{t}_{asy1}$ および $\hat{t}_{asy3}$ は回転時同期トルクが非常に大きくなるみぞ数の組合せでは考慮しなければならない。しかしほかの組合せにおいては無視できるので、 $(1-S)$ 次みぞ高調波トルク $\tau_{(1-S)}$ は次式となる。

$$\tau_{(1-S)} = -2I_m \{ \hat{t}_{2(1-S)} + \hat{t}_{4(1-S)} \} \quad \dots\dots (22)$$

$$\hat{t}_{2(1-S)} = (1-S) \cdot M_{(1-S)} \cdot \hat{I}_f^* \cdot \hat{I}_{(1-S)}$$

$$\hat{t}_{4(1-S)} = S \cdot L_{2S} \cdot \hat{I}_{(1)}^* \cdot \hat{I}_{(1-S)}$$

(16)~(18)式の電流の簡略式より、回転子の基本波電流および $(1-S)$ 次みぞ高調波電流は次式のように求まる。

$$\hat{I}_{(1)} = -\frac{j\omega_{(1)} \cdot M_{(1)}}{Z_2(j\omega_{(1)})} \hat{I}_f$$

$$\hat{I}_{(1-S)} = -\left\{ j\omega_{(1-S)} \cdot M_{(1-S)} + \frac{\omega_{(1-S)} \cdot L_{2S} \cdot \omega_{(1)} \cdot M_{(1)}}{Z_2\{j\omega_{(1)}\}} \right\} \times \frac{\hat{I}_f}{Z_2\{j\omega_{(1-S)}\}}$$

みぞ高調波トルクは、すべりが1の付近で発生するので、このような場合は $R_{(1)} \ll \omega_{(1)} \cdot L_{(1)}$ としてよいので、 $\hat{I}_{(1-S)}$ は次式となる。

$$\hat{I}_{(1-S)} = -\left\{ j\omega_{(1-S)} \cdot M_{(1-S)} + \frac{\omega_{(1-S)} \cdot L_{2S} \cdot \omega_{(1)} \cdot M_{(1)}}{\omega_{(1)} \cdot L_{(1)}} \right\} \times \frac{\hat{I}_f}{Z_2\{j\omega_{(1-S)}\}}$$

みぞ高調波トルクが最大および最小となるすべりは、これらのすべりの差が小さいので固定子正相電流 $\hat{I}_f$ が一定であると考え、

$$\omega_{(1-S)} = \pm \frac{R_{(1-S)}}{L_{(1-S)}}$$

となる。これらより、みぞ高調波トルクの最大および最小値は、

$$\tau_{(1-S)} = \pm \frac{|\hat{I}_f|^2}{L_{(1-S)}} \left\{ M_{(1-S)} - L_{2S} \frac{M_{(1)}}{L_{(1)}} \right\} \times \left\{ (1-S)M_{(1-S)} + SL_{2S} \frac{M_{(1)}}{L_{(1)}} \right\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

となる。 $(1+S)$ 次みぞ高調波トルクも同様に求まる。(23)式において、 $(1-S) \simeq -S$ とすると、みぞ高調波トルクは $(M_{(1-S)} - L_{2S}M_{(1)}/L_{(1)})^2$ および $|\hat{I}_f|^2$ に比例し、 $L_{(1-S)}$ に反比例することがわかる。

〈5・2〉 みぞ高調波トルクの大きさと回転子みぞ数との関係 みぞ高調波トルクの最大値は、回転子みぞ数によって著しい影響を受ける。表3は実験に用いた各みぞ数の回転子について、その定数を計算したものである。但し、ここではエンドリングの漏れインダクタンスについては考慮していない。表3より回転子みぞ数の違いによる各定数の変化の傾向は、みぞ数が偶数の場合と奇数の場合とでは異なっていることがわかる。すなわち、 $(M_{(-17)} - L_{2S} \cdot M_{(1)}/L_{(1)})^2$ および

表 3 17 次高調波トルク計算のための定数

Table 3. Constants for calculating 17th harmonic torque.

R	$L_{(-17)} \times 10^{-4}(\text{H})$	$M_{(-17)} \times 10^{-4}(\text{H})$	$L_{2S} \times 10^{-7}(\text{H})$	$ \hat{I}_f ^2$ ($s=1.059$)	$\left(\frac{M_{(-17)} - L_{2S}}{L_{(1)}} \right)^2 \times 10^{-11}$
19	0.206	0.186	0.487	26.5	3.295
20	0.761	0.267	0.605	25.3	12.54
22	0.428	0.249	0.637	28.9	8.464
23	0.224	0.204	0.593	29.7	3.684
25	0.234	0.211	0.641	33.6	3.956
26	0.314	0.721	0.721	31.5	7.006

$L_{(-1r)}$ は、回転子みぞ数の増加とともに奇数みぞ数では大きな値となり、偶数みぞ数では逆に小さな値になっている。

$(6h+1)$ 次すべり周波数回路の自己インダクタンスは次式となる。

$$L_{(6h+1)} = L_{(6h+1)} + \frac{R}{\pi} \mu_r P_{OS0|N_r|} \times \left(\sum_{h=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(hN_r+q)^2} \right) \dots\dots\dots (24)$$

ここで、 $P_{OS0|N_r|}$ はギャップパーミアンスの平均値、 $L_{(6h+1)}$ は、 $(6h+1)$ 次すべり周波数回路の漏れインダクタンスであり、次式のように表わされる。

$$L_{(6h+1)} = l_{2b} + \frac{l_{2e}}{2 \sin^2(6h+1 \cdot \pi/R)}$$

但し、 l_{2b} は回転子導体棒一本の漏れインダクタンス、 l_{2e} はエンドリングの漏れインダクタンスである。回転子スロットの形状が同一であれば、 l_{2b} および l_{2e} はほぼ等しい値であると考えられ、漏れインダクタンス $l_{(6h+1)}$ は、みぞ数の増加とともに減少する。

(24) 式第 2 項目の和は第 17 次すべり周波数回路の場合は $q=17$ とおけばよく、表 4 に示すようになる。これらの和のうち第 17 次以外の高調波成分は第 17 次すべり周波数回路の高調波漏れインダクタンスである。表 4 より、回転子みぞ数が偶数である場合の高調波漏れインダクタンスは奇数みぞ数の場合のそれと比べて大きいことがわかる。

回転子みぞ数の増大に伴い、みぞ高調波トルクが大きくなる主因は、偶数みぞ数では高調波漏れインダクタンスの減少によるものであり、奇数みぞ数では漏れインダクタンスの減少によるものであるといえよう。

〈5・3〉 回転同期トルク 回転同期トルクは、次式で表わされる K が整数となるすべり s で発生し、そのほかのすべりにおいては振動トルクとなる。

$$K = \frac{2 - N_r(1-s)}{3N_r(1-s)} \dots\dots\dots (25)$$

$K=0$ の場合、回転子みぞ数と回転同期トルクを発生するすべりの関係は表 5 のようになる。

$R=6l+1$ および $Rl+2$ のみぞ数では $s < 1$ 、すなわち電動機としての運転範囲において、 $R=6l+5$ および $R=6l+4$ のみぞ数では $s > 1$ 、すなわち制動機としての運転範囲において、回転同期トルクを発生する。また、回転子みぞ数が増すに伴って回転同期トルクを発生するすべりは 1 に近くなる。

各 K の値に対する回転同期トルクを発生するすべりは表 6 のようになる。回転子みぞ数が奇数である場合、回転同期トルクを発生するすべりは、みぞ数

表 4 各回転子みぞ数に対する $1/(hR+q)^2$ の和
Table 4. Sum of $1/(hR+q)^2$ for each number of rotor slots.

R	$\sum \frac{1}{(hR+q)^2}$
19	$\left(\frac{1}{21}\right)^2 + \left(\frac{1}{17}\right)^2 + \left(\frac{1}{55}\right)^2 + \dots\dots\dots$
20	$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{17}\right)^2 + \left(\frac{1}{23}\right)^2 + \dots\dots\dots$
22	$\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{17}\right)^2 + \left(\frac{1}{29}\right)^2 + \dots\dots\dots$
23	$\left(\frac{1}{29}\right)^2 + \left(\frac{1}{17}\right)^2 + \left(\frac{1}{63}\right)^2 + \dots\dots\dots$
25	$\left(\frac{1}{33}\right)^2 + \left(\frac{1}{17}\right)^2 + \left(\frac{1}{67}\right)^2 + \dots\dots\dots$
26	$\left(\frac{1}{9}\right)^2 + \left(\frac{1}{17}\right)^2 + \left(\frac{1}{35}\right)^2 + \dots\dots\dots$

表 5 R と回転同期トルクを発生するすべりの関係 ($K=0$)

Table 5. Relation between R and the slip genelating synchronous torque ($K=0$).

回転子みぞ数 ($R=6l+1$)	7	13	19	25	31
す べ り	$\frac{6}{7}$	$\frac{12}{13}$	$\frac{18}{19}$	$\frac{24}{25}$	$\frac{30}{31}$
回転子みぞ数 ($R=6l+4$)	8	14	20	26	32
す べ り	$\frac{6}{8}$	$\frac{12}{14}$	$\frac{18}{20}$	$\frac{24}{26}$	$\frac{30}{32}$
回転子みぞ数 ($R=6l+4$)	10	16	22	28	34
す べ り	$\frac{12}{10}$	$\frac{18}{16}$	$\frac{24}{22}$	$\frac{30}{28}$	$\frac{36}{34}$
回転子みぞ数 ($R=6l+5$)	11	17	23	29	35
す べ り	$\frac{12}{11}$	$\frac{18}{17}$	$\frac{24}{23}$	$\frac{30}{29}$	$\frac{36}{35}$

表 6 R, K と回転同期トルクを発生するすべりの関係

Table 6. Relation between R, K and the slip genelating synchronous torque.

$\begin{matrix} K \\ \text{回転子みぞ数} \end{matrix}$	$K=0$	$K=-1$	$K=1$	$K=-2$	$K=2$
$R=7$	$\frac{12}{14}$	$\frac{30}{28}$	$\frac{54}{56}$	$\frac{72}{70}$	$\frac{92}{98}$
$R=10$	$\frac{12}{10}$	$\frac{18}{20}$	$\frac{42}{40}$	$\frac{48}{50}$	$\frac{72}{70}$
$R=11$	$\frac{24}{22}$	$\frac{42}{44}$	$\frac{90}{88}$	$\frac{108}{110}$	$\frac{156}{154}$
$R=14$	$\frac{12}{14}$	$\frac{30}{28}$	$\frac{54}{56}$	$\frac{72}{70}$	$\frac{96}{98}$
$R=20$	$\frac{18}{20}$	$\frac{42}{40}$	$\frac{78}{80}$	$\frac{102}{100}$	$\frac{142}{140}$
$R=22$	$\frac{24}{22}$	$\frac{42}{44}$	$\frac{90}{88}$	$\frac{108}{110}$	$\frac{156}{154}$

が 2 倍である偶数みぞ数の回転同期トルクを発生するすべりと同じである。

回転時同期トルクを発生するすべりは回転子みぞ数のみによって決り、また回転時同期トルクの大きさは回転子と固定子のみぞ数の組合せによる。

6. 実験結果と高調波トルク防止法の検討

〈6・1〉 計算と実験結果の検討 実験に使用した誘導電動機は、4 極、固定子みぞ数 36、ギャップ長 0.5 mm、巻数 360、全節巻、星形結線のものである。回転子は二極当りのみぞ数が 19, 20, 22, 23, 25, 26 の 6 種について実験を行なった。各回転子スロットの形

図 2 トルク-速度特性
(4P, 固定子 36 スロット)

Fig. 2. Torque-speed characteristics.

図 3 17 次高調波トルク対回転子みぞ数

Fig. 3. The magnitude of 17th harmonic torque vs. number of rotor slots.

状は同一であり、みぞ開口幅は 1.0 mm である。実験は電圧 80 V にて行ない、ひずみゲージ式トルク変換器と速度計発電機を用い、X-Y レコーダにより記録した。

図 2 は各回転子みぞ数の場合の速度トルク特性である。計算値と測定値の傾向は良く一致している。両者の差は、(1) パーミアンス分布、磁束密度の計算における仮定、(2) 漂遊損、鉄損の無視および、(3) 二次抵抗、漏れリアクタンスの測定誤差によるものなどが考えられる。高調波トルクの誤差は主に (1) によるものであろう。

回転時同期トルクは表 4 および表 5 の各すべりにおいて発生しているが、 R が 23 と 25 のみぞ数においては、トルクが非常に小さいこと、および機械的な振動のため測定できなかった。 R が 19 のみぞ数では、すべり $s=18/19$ (0.947) において回転時同期トルクを発生している。このトルクは回転子の磁位 $C(\theta')$ を考慮して計算しないと定量的に大きな誤差を生じる。

図 3 は、速度トルク特性より求めた各回転子みぞ数に対する第 17 次みぞ高調波トルクの大きさを示したものである。ここでは最大値と最小値の差をとっている。計算値と測定値の傾向は良く一致しているが、奇数回転子みぞ数の場合にその差が大きくなっている。これはエンドリングの漏れリアクタンスを無視して計算したことによるものである。

〈6・2〉 高調波トルク防止法の検討 回転子みぞ数が 22 の場合について、高調波トルクの防止法について検討する。この回転子みぞ数では、すべり $s=12/11$ (1.09) において回転時同期トルクを発生する。この

表 7 回転時同期トルクの成分と計算値
($S=18$, $R=22$, $s=1.09$)Table 7. Components of synchronous torque and calculated values ($S=18$, $R=22$, $s=1.09$).

回転時同期トルクの成分		計算値 (N・m)
t_{sy1}	$\frac{1}{2} N_r L_{1N} I_f^* I_{f^*}^2$	-0.1340
t_{sy3}	$M_{(1)} I_f^* I_{f^*}^* I_{(-23)}$	0.0260
	$-5M_{(-5)} I_f^* I_{f^*}^* I_{(-17)}$	0.1016
	$-17M_{(-17)} I_f^* I_{f^*}^* I_{(-5)}$	0.6124
	$-23M_{(-23)} I_f^* I_{f^*}^* I_{(1)}$	0.1732
t_{sy4}	$M_{(1)} I_{1N} I_{(1)}$	0.0236
t_{sy5}	$\frac{1}{2} S L_{12} I_{(1)} I_{(-5)}$	-0.3836

回転時同期トルクの主要な成分とその大きさの計算値は、表 7 のようになる。すなわち回転子の第 5 次すべり周波数電流の影響が大きいたことがわかる。

回転子スロットを 1 固定子みぞピッチだけ斜めスロットにすることにより、ギャップパーミアンスの不整による成分である L_{1N} , L_{2S} は非常に小さな値となる。また、 $M_{(-17)}$, $M_{(19)}$, $M_{(-23)}$ も同様である。従って、1 固定子みぞピッチの斜めスロットによりこの回転時同期トルクおよびみぞ高調波トルクをほぼ零とすることができるであろう。

また回転子の第 5 次すべり周波数電流の影響が大きいため、高調波トルクの防止法として短節巻が有効であることが推測される。すなわち 7/9 の短節巻により、回転時同期トルクおよび第 5 次非同期トルクを大幅に減少させることが可能である。

ギャップパーミアンス分布の不整を減少させる有力な方法として、スロットの開口部へ磁性くさびを挿入する方法がある。磁性くさびを挿入したときのギャップパーミアンス分布は有限要素法などにより計算できるので⁽⁷⁾、磁性くさびによる高調波トルクの防止の評価は本解析法により直ちに可能である。

7. あとがき

多相かご形誘導電動機の高調波非同期トルクおよび回転時同期トルクの解析を行ない、明らかにした点は次のようである。

(1) スロットの存在によるギャップパーミアンス

の不整を考慮した理論により、誘導電動機的设计諸量から高調波非同期トルクおよび回転時同期トルクと定量的に求めることができ、各機械定数との関連が明確に把握できる。

(2) 本解析法によって、斜めスロット、固定子巻線法および磁性くさびなどの高調波トルク防止法について検討することができ、また定量的な解析法へと容易に拡張することができる。

(3) 本報告では、二極あたりの回転子みぞ数が整数となる場合について解析したが、これにより、ギャップパーミアンスの不整を考慮した任意の極数および回転子みぞ数の誘導電動機の高調波非同期トルクおよび回転時同期トルクの解析が可能となった。しかし、回転子みぞ数が 3 の倍数の場合、すなわち静止時同期トルクを発生する場合は今後の課題として残されている。

なお、斜めスロット、磁性くさび、固定子巻線法などの高調波トルク防止法の詳細な検討については、別の機会に譲る。

終りに、本研究を進めるにあたり、回転子の製作に御協力いただいた日立製作所日立研究所 高橋典義氏、茂木正二氏(現、日立化成工業(株))、貴重な御助言をいただいた秋田大学 赤上陽出男教授、実験に御協力いただいた伊藤正和技官に深甚なる感謝の意を表する。なお、数値計算は秋田大学計算センターで行なった。

(昭和 56 年 9 月 10 日受付)

文 献

- (1) 例えば、Möller: "Über die Drehmomente beim Anlauf von Drestrommotoren mit Käfigkern" Arch. f. Elek 24, 401 (1930)
石崎:「かご形誘導機の異常現象」明電時報 15, 59 (昭 30-12)
- (2) 穴澤, 他:「かご形誘導電動機の回転時同期トルクの解析」電学論 B 99, 17 (昭 54-1)
- (3) 藤原:「かご形誘導電動機の高調波現象について(空隙磁界と溝数組合せとの関係)」北工大工学部研究報告 24 号, P.1 (昭 36-2)
- (4) 穴澤, 他:「かご形誘導電動機の高調波異常トルクの解析(奇数回転子みぞ数について)」昭 53 電気学会全大 No. 445
- (5) 穴澤, 他:「かご形誘導電動機のみぞ高調波トルクの解析」昭 54 電気関係学会東北支部連大 No. 1B-18
- (6) 穴澤, 他:「フェライト磁性くさびによる小形誘導電動機の効率向上」昭 56 電気学会全大 No. 750
- (7) 戸田, 他:「回転機のギャップパーミアンス導出手法」昭 52 電気四学会連大 No. 56