UDC 621.362.537.84

論 文

57-B93

最良電気的特性をもつ MHD 発電機

ダクト断面形状

正 員 原 武 久 (京都大)
 正 員 卯 本 重 郎 (京都大)
 非会員 島 田 明 宏 (京都大)

1. ま え が き

MHD 発電機のダクト内部における電流・電圧分布はプラズマ流れ方向に垂直なダクト断面の形状およびその電極配置に大きく依存する。従ってどのような電極配置のもとでどのような断面形状のダクトが最も優れた電気的特性を示すかということを知ることは、発電機ダクトを設計するうえで非常に重要なファクタになると考えられる。また電極配置は発電方式と関連づけられており、ファラデー形接続方式とダイアゴナル形接続方式とは異っており、更にダイアゴナル形接続方式の場合は側壁部が絶縁壁になっていて電極をダクトの外部で短絡する側壁絶縁形と側壁部にも電極を設けていわゆる窓わく形電極構造をした側壁電極形の二つの構造が考えられている。そして、これらの構造によって電気的諸量のダクト内分布は違ってくるため、最適な断面形状はこれらの発電方式と関連ずけて検討しなければならない。

さて、上記のような、ダクト断面形状の電気特性に及ぼす影響に関する研究としては、Bityurin や Medin⁽¹⁾⁽²⁾あるいは Shamma 氏⁽³⁾らによってダクト断面内の二次元計算による特性の解析が行なわれている。しかしながら、筆者らの3次元解析⁽⁴⁾⁻⁽⁷⁾によって電極構造の電気的特性に及ぼす影響を検討したところ、ホール電界の電極上の短絡現象を無視する2次元解析による結果とはかなり違った特性になることが明らかにされた。そこで本論文では、3次元解析によって各種発電形式に対する最適な断面形状を導くことに

し、ここでは4種のタイプのダクトを取り上げて考察を行なうことにする。更に、これらのダクトの最適な断面アスペクト比を各種壁温、境界層厚みにに対して求め、そのときの特性を比較検討する。

上記の解析を行なうにあたっては境界層内の特性を比較的少ない分割数で精度良く計算でき、また境界形状が曲線になっているだ円断面ダクトに対しても容易に適用可能な有限要素法を用いることにする。

2. 3次元有限要素法解析

〈2.1〉 4種のダクト 本論文では、発電形式および電極構造の違う4種の発電ダクトをとり上げその夫々に対して最適な断面アスペクト比を導出し、またそのときの各ダクトの出力特性の比較を行なうことにする。すなわち、図1(a)に示すような側壁絶縁形(ISW: Insulating Side Wall)のダクトとして次の2種

(1) 矩形断面ファラデー形ダクト
(ISW-RF ダクト)

(2) 矩形断面ダイアゴナル形ダクト
(ISW-RD ダクト)

および、図1(b)に示すような側壁電極形(CSW: Conducting Side Wall)のダクトとして次の2種

(3) 矩形断面ダイアゴナル形ダクト
(CSW-RD ダクト)

(4) だ円断面ダイアゴナル形ダクト
(CSW-ED ダクト)

について3次元特性解析を行なう。

〈2.2〉 基礎方程式 上記4種のダクトの内CSW-EDダクトを例にとり以下説明する。図2にこのダクトの1ピッチ領域分を示す。図のように座標軸を選びガス速度 u は x 方向成分のみ、磁束密度 B は z 方向成分のみをもっと仮定し、 $u=(u, 0, 0)$ 、 $B=(0, 0, B)$ とする。このような仮定の下では、ダクト内電位 ϕ の分布は、マクスウエルの方程式および一般化された

Optimal Cross-Section Shape for MHD Generator Duct in Relation to the Electrical Performance Characteristics. By Takehisa Hara, Member, Jūrō Umoto, Member, Akihiro Shimada*, Nonmember (Faculty of Engineering, Kyoto University) (*Present address, Sharp Cooperation).

原 武久: 正員, 京都大学工学部助教授

卯本重郎: 正員, 京都大学工学部教授

島田明宏: 非会員, 京都大学工学部研究科学生 (現在, シャープ株式会社勤務)

図 1 側壁絶縁形 (ISW) ダクトと側壁電極形 (CSW) ダクト

Fig. 1. Insulating side wall (ISW) duct and conducting side wall (CSW) duct.

図 2 だ円断面ダイアゴナル形 (CSW-ED) ダクトと座標系

Fig. 2. 3-dimensional model of diagonal duct with elliptic cross-section duct.

オームの法則より次式を満たすように決定される。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(-\sigma_e \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \sigma_e \beta \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \sigma_e \beta u B \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\sigma_e \beta \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \sigma_e \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \sigma_e u B \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\sigma \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

但し, $\sigma_e = \sigma / (1 + \beta^2)$

上式において σ および β は作動ガスの導電率およびホールパラメータであり, 重油燃焼ガスに対する式として次式で与える。

$$\begin{aligned} \sigma &= 89.9 p^{-0.51} T^{1.055} \\ & \times \exp(-2.52 \times 10^4 / T) \quad (\text{V/m}) \quad \dots\dots\dots (2) \\ \beta &= 4.43 \times 10^{-4} p^{-0.99} T^{0.97} B \end{aligned}$$

ここで, p はガス圧力 (atm), T はガス温度 (K) である。

次に電極面上で, $\Phi = \Phi_{\text{const}}$, 絶縁壁面上で法線方向電流密度 $J_n = 0$ なる境界条件および 1 電極ピッチ s に対する周期条件を与えれば, (1), (2) 式よりダクト内の電位は決定される⁽⁴⁾。このとき p および B はダクト内で一定とし, また u および T を主流中で一定, 境界層内では次の 1/7 乗則の式で与えることにする⁽⁸⁾。

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_\infty} &= \frac{T - T_w}{T_\infty - T_w} \\ &= \begin{cases} \left(\frac{d}{\delta} \right)^{1/7} & : \text{だ円断面ダクト} \\ \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \left(\frac{z}{\delta} \right)^{1/7} & : \text{矩形断面ダクト} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

但し, u_∞ は主流ガス速度, T_∞ は主流ガス温度, T_w は壁温, δ は境界層の厚さ, d は壁面からの距離である。また本式に限って, y, z はそれぞれの方向の壁面からの距離である。

〈2・3〉有限要素法の適用 前節に示した, 方程式の解を求めるにあたり, 有限要素法を適用して数値計算を行なう。図 2 の 1 電極ピッチ領域を幾つかの四面体要素に分割する。有限要素法においてはそれぞれの要素内において電位 Φ を次式で近似する。図 3 に円形断面ダクトの場合の要素分割の x - y 断面図および y - z 断面図を示す。

$$\Phi(x, y, z) = \{N(x, y, z)\}^T \{\Phi^e\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

但し,

$$\begin{aligned} \{N(x, y, z)\}^T &= \{N_1(x, y, z) \dots N_4(x, y, z)\} \\ \{\Phi^e\} &= \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \vdots \\ \Phi_4 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ここで, Φ_i は節点 i における電位, $N_i(x, y, z)$ は次の一次式で与えられる補間関数である。

$$N_i(x, y, z) = a_i + b_i x + c_i y + d_i z \quad \dots\dots\dots (6)$$

但し, 係数 a_i, b_i, c_i, d_i は四面体要素の四つの節点の座標によって決定される。このような要素を四面体一次要素という。

さて, 通常の有限要素法では (1) 式に対応する汎関数に (4) 式を代入し, それを最小にするように節点上の電位 Φ_i を決定するのであるが, この場合は (1) 式に対する汎関数が存在しないので, ガラーキン法からの有限要素法による定式化を行なう。すなわち, この $N_i(x, y, z)$ を重み関数に選び, 1 ピッチ領域での (1) 式の重みつき積分を零にするように全節点上の電位

図 3 円形断面ダクトに対する x - y 断面および y - z 断面の要素分割図

Fig. 3. Mesh arrangement in the x - y and y - z plane for the circular cross-section duct.

Φ_i を決定する。具体的な操作としては、この重みつき積分に部分積分を施して式の変形を行ない、最後に境界の条件の処理をすれば、節点電位 $\{\Phi\}$ ベクトルの決定方程式として次の連立一次方程式が導かれる⁽⁴⁾。

$$\sum_{\text{全要素}} ([K^e] \{\Phi^e\} - \{F^e\}) = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

但し、

$$\begin{aligned} [K^e] &= \iiint_{v^e} (\sigma_e \{N_x\} \{N_x\}^T - \sigma_e \beta \{N_x\} \\ &\quad \times \{N_y\}^T + \sigma_e \beta \{N_y\} \{N_x\}^T \\ &\quad + \sigma_e \{N_y\} \{N_y\}^T + \sigma \{N_z\} \\ &\quad \times \{N_z\}^T) dx dy dz \\ \{F^e\} &= \iiint_{v^e} (-\sigma_e \beta u B \{N_x\} \\ &\quad + \sigma_e u B \{N_y\}) dx dy dz \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 v^e は四面体要素の領域、 N_x, N_y はそれぞれ $\partial N / \partial x, \partial N / \partial y$ を表す。(7)式において境界条件の処理を行なった後に、この連立方程式の解を求めれば全節点における電位 Φ_i が得られる。なお、(8)式で示されるように、オームの法則におけるホール効果によって、要素係数マトリクス $[K^e]$ が、従って、全体の係数マトリクス $[K]$ が非対称マトリクスになるので解を求める計算が煩雑である。

〈2・4〉 特性評価関数 発電機ダクトの電氣的特性の良さを表す量として、次式で与えられる出力密度 P_d および電気変換効率 η_e の2種の量が考えられる。

$$P_d = - \int_v \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} dv / v \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\eta_e = \int_v \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} dv / \int_v (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{u} dv \quad \dots\dots (10)$$

但し、 v はダクトの1電極ピッチ領域である。

この二つの量は独立に設定することはできず、負荷によって違った値の組合せをもつ。そこで、この両者

を同時に考慮しているような特性評価関数を導入しておけば便利である。

まず、ファラデー形発電機ダクトについて考える。一般に、導電率 σ_∞ 、ガス速度 u_∞ 、磁束密度 B であるファラデー形発電機は効率が η_e のとき、出力密度が $\eta_e(1-\eta_e)\sigma_\infty u_\infty^2 B^2$ になることが知られている。これは、速度および温度境界層や電極有限分割などに起因する出力低下のない理想的な発電機において、効率を η_e に設定したときの出力密度と考えられるので、これを $P_{d,ideal} = \eta_e(1-\eta_e)\sigma_\infty u_\infty^2 B^2$ として表わし、発電機ダクトの特性評価関数として、この $P_{d,ideal}$ で正規化した出力密度 P_N 、

$$P_N = \frac{P_d}{P_{d,ideal}} = \frac{P_d}{\eta_e(1-\eta_e)\sigma_\infty u_\infty^2 B^2} \quad \dots (11)$$

を選ぶことにする。従って、この P_N はある発電機が効率 η_e で出力密度 P_d であるとすれば、この出力密度が効率 η_e の理想的なファラデー発電機の出力密度に対してどの程度になっているかを表わす量である。

次にダイアゴナル形発電機ダクトについて考える。ダイアゴナル形発電機においては、効率と出力密度との関係はファラデー形と違って効率を上げると出力密度も増加し、出力密度が最大となる負荷率 $\kappa=0.5$ のときに効率もほぼ最大値をとる。従って、ダイアゴナル形発電機では負荷率 $\kappa=0.5$ 付近で運転するのが最も望ましい。そこでダイアゴナル形発電機に対しては $\kappa=0.5$ のもとで特性を求めることにする。さて、ダイアゴナル形発電機とファラデー形発電機を単純に比較することは困難であるが、ダイアゴナル形発電機をファラデー形のそれと比較する意味において、その特性評価関数として、このダイアゴナル形発電機と同じ効率をもつファラデー形発電機の理想的出力で正規化した出力密度を考えことにする。すなわち、(11)式において η_e を $\kappa=0.5$ のときのダイアゴナル形発電機の効率、 P_d をそのときの出力密度に選ぶことにする。

3. 4種のダクトの最適断面アスペクト比

〈3・1〉 数値条件 表1に示すような条件の下で計算を行なった。以下の本章の計算において、特にことわらない限り本表の条件を用いることにする。なお断面形状の違ったダクトの特性を比較するため、どのダクトも次の二つの仮定を設けた。

(1) ダクト断面積は等しい。

(2) 境界層厚みは等しい。

(1)の仮定は、同じ体積の空間に同じ強さの磁界を作るのに必要なエネルギーはほぼ等しいという仮定の

図 4 ISW-RF ダクトの断面アスペクト比 b/a と正規化出力 P_N の関係

Fig. 4. The dependence of P_N on b/a of the ISW-RF duct for $T_w=1,500, 2,000$ and $2,500$ K.

図 5 ISW-RD ダクトの断面アスペクト比 b/a と正規化出力 P_N の関係

Fig. 5. The dependence of P_N on b/a of the ISW-RD duct for $T_w=1,500, 2,000$ and $2,500$ K.

図 6 CSW-RD ダクトの断面アスペクト比 b/a と正規化出力 P_N の関係

Fig. 6. The dependence of P_N on b/a of the CSW-RD duct for $T_w=1,500, 2,000$ and $2,500$ K.

下に設け、(2)の仮定はどのような形状のダクトも境界層の発達のはらはほぼ等しいという仮定の下に設けた。

なお、要素分割は y, z 方向にそれぞれ主流部を 6 分割、境界層部を 6 分割、計 12 分割し、 x 方向に 11 分割して計算を行なった。筆者らの以前の報告(4)により、この分割で得られる解は収束解と 3% 強の誤差の範囲であることが確かめられている。なお、この主流分割数は $b/a=1$ のときのものであり、それ以外のアスペクト比をもつ主流分割数は y 方向と z 方向で異っており、その分割数の比ができるだけ b/a に近くなるようにした。

表 1 ダクト形状および流体諸量の数値条件

Table 1. The duct geometry and the gasdynamical conditions used in the calculations.

ダクト断面積	$a=0.25 \text{ m}^2$
電極ピッチ長	$s=0.1 \text{ m}$
電極幅	$c=0.06 \text{ m}$
ダイアゴナル角度	$\theta=32^\circ$
断面アスペクト比	$b/a=0.2 \sim 10.0$
主流ガス速度	$U_\infty=800 \text{ m/s}$
静圧	$p=2 \text{ atm}$
主流ガス温度	$T_\infty=2,500 \text{ K}$
壁温	$T_w=1,500 \sim 2,500 \text{ K}$
磁束密度	$B=5 \text{ T}$
境界層厚さ	$\delta=0.05 \text{ m}$

〈3・2〉ダクト断面アスペクト比と正規化出力密度との関係 図 4 に ISW-RF ダクト (ファラデー形ダクト) の断面アスペクト比 b/a と正規化出力密度 P_N との関係を $T_w=1,500, 2,000, 2,500$ K の場合について示す。図 5 には ISW-RD ダクト (側壁絶縁ダイアゴナル形ダクト)、図 6 に CSW-RD ダクト (側壁電極ダイアゴナル形ダクト)、図 7 に CSW-ED ダクト (だ円断面ダイアゴナル形ダクト) についてそれぞれ同様の関係を示す。

これらいずれの図から、どのダクトについても、どの壁温においても出力特性は断面のアスペクト比によって大きく変わっていることがわかる。例えば、図 4 の ISW-RF ダクトでは $T_w=1,500$ K において $b/a=6.0$ のときの出力の方が $b/a=1.0$ (正方形断面) のときの出力よりも 26% 程度大きくなっている。また $T_w=2,500$ K では $b/a=6.0$ のときの方が $b/a=1.0$ のときよりも 12% 程度大きいことがわかる。次に、図 7 の CSW-ED ダクトの特性をみると、 $T_w=1,500$ K において $b/a=2.5$ のときの方が $b/a=1.0$ (円形断面) のときの出力よりも 15% 程度大きく、逆に $T_w=2,500$ K においては $b/a=2.5$ のときの方が $b/a=1.0$ のときよりも 6% 程度小さくなっている。いずれにせよ、どのダクトも断面アスペクト比によって、その特性は大きく違ってくる事がわかる。

図 7 CSW-ED ダクトの断面アスペクト比 b/a と正規化出力 P_N の関係

Fig. 7. The dependence of P_N on b/a of the CSW-ED duct for $T_w=1,500$, $2,000$ and $2,500$ K.

〈3・3〉 壁温と最適アスペクト比の関係

(1) ISW ダクト 図 4～図 7 の結果より、四つのタイプのダクトの最も発電特性のよくなるアスペクト比、すなわち、最適アスペクト比 $(b/a)_{opt}$ の壁温 T_w に対する関係を求めると図 8 に示すようになる。以下にこのことに関して検討する。

図 4 と図 5 を比べると側壁絶縁形 (ISW) のダクトは、ダイアゴナル接続 (RD) の場合もファラデー接続 (RF) のいずれの場合も非常によく似た特性を示す。そしていずれの場合も、壁温によって出力特性が大きく変る反面、最適なアスペクト比は壁温によって殆んど変わらずアスペクト比がかなり大きいところ $(b/a)_{opt} = 5 \sim 6$ のとき特性が最も良くなっている。

一般に壁温が低く、ダクト壁面近傍に温度境界層が存在する場合は導電率の空間的な不均一性のため x - y 断面の電流経路に図 9(a) に示されるような逆 S 字形の曲がりが生じる。このため壁温が低い場合は電流経路が長くなり、実効的な内部抵抗が増加し出力特性が劣化する。しかし、アスペクト比を大きくすればこの電流経路の曲がり相対的に緩和されることになり特性は向上する。一方、壁温が高い場合には、このような電流経路の曲がりは少ないが、電極近傍の導電率が高くなるため図 9(b) に示されるように有限分割効果に基づく電極上の環流電流によって陽極上流端および陰極下流端に電流集中が生じ、理想の場合に比べ特性が

図 8 4 種のダクトの最適アスペクト比 $(b/a)_{opt}$ と壁温 T_w の関係

Fig. 8. The dependence of $(b/a)_{opt}$ on T_w for four type ducts.

劣化する。そしてこの場合もアスペクト比を大きくすれば有限分割効果が小さくなるため特性が向上する。従って、壁温が低いときも高いときもいずれの場合もアスペクト比が大きいくほど良くなると考えられるが、アスペクト比が極端に大きくなると $(b/a > 6)$ 両側壁上の境界層のダクト断面に占める割合が大きくなって平均的なガス速度が低下するために特性が劣化する。そして、これらの相反する効果のバランスする点 $(b/a = 5 \sim 6)$ のときに特性が最も良くなると考えられる。なお、 $T_w = 2,000$ K のときは最適な b/a が 5.0 と若干小さいのは壁温が高いときの有限分割効果と低いときの電流経路の逆 S 字形の効果が相殺し合う結果、少しダクト内で境界層の占る割合の少ない方向、すなわち b/a の若干小さいところで最適形状があると考えられる。

(2) CSW ダクト 図 6 と図 7 を比べると側壁電極形 (CSW) のダクトは矩形断面 (RD) の場合も円断面 (ED) の場合も非常によく似た特性を示す。すなわち壁温によって出力特性は殆んど変らない反面、最適なアスペクト比は壁温によって非常に違い、 $T_w = 2,500$ K のときは $(b/a)_{opt} = 1.0$ 、 $T_w = 1,500$ K のときは $(b/a)_{opt} = 2.5 \sim 3.0$ となっている。

一般に、CSW 形ダクトの出力特性を特徴づけるものは、側壁電極から流入する電流のふるまいにあると考えられる。いま一例として CSW-ED ダクトの y - z 断面における電流分布図を図 10 に示す。 $T_w = 2,500$ K の場合、側壁の電極上の環流電流が非常に大きく、側壁電極の有限分割効果によって特性を悪くしていると考えられる。逆に、 $T_w = 1,500$ K の場合は上記の特性の悪化の原因となる環流電流は減少し、側壁上の上部電極と下部電極を結ぶ発電に有効な電流が流れていることがわかる。この z 方向成分の電流は電流経路

(a) $T_w=1,500\text{ K}$ (b) $T_w=2,500\text{ K}$ 図 9 2次元計算による x - y 断面電流分布

Fig. 9. Current distributions in x - y plane obtained by two-dimensional calculations.

(a) $T_w=1,500\text{ K}$ (b) $T_w=2,500\text{ K}$ $b/a=2.5$ $b/a=2.5$ 図 10 CSW-ED ダクトの y - z 断面電流分布 (矢印の方向は電流の流れの方向を示し、大きさは電流密度に比例する)

Fig. 10. Current distributions on the plane of the cross-section ($x=c/2$) of the CSW-ED duct.

が短かく実効導電率も $(1+\beta^2)$ 倍大きくなるので内部インピーダンスが低下し出力特性を良くする。従って壁温が高い場合は側壁電極の部分小さい、すなわち b/a が小さい形状の方が特性は良くなる。しかし、一方 s/b (電極ピッチ/ダクト高さ) の比の観点からは s/b も小さい (従って b/a は大) 方が特性は良いからその両者のバランスするところ ($b/a \approx 1.0$) で P_N が最大になると考えられる。また、逆に壁温が低い場合は側壁電極による電流の z 方向成分を最も有効に利用していると考えられる。アスペクト比 $b/a=2.5 \sim 3.0$ で最も特性が良くなると考えられる。

〈3.4〉 4 種のダクトの特性の比較 上記 4 種のダクトにおいて断面形状を最適アスペクト比に選んだときの正規化出力を壁温に対して図示したのが図 11 である。ISW 形の二つのダクトは、両者はほぼ同様の傾向の特性を示し、また残りの CSW 形の二つのダクトも両者はほぼ同様の傾向の特性を示していることがわかる。ISW 形のダクトにおいては出力特性が壁温に大きく依存し、 $T_w=1,500\text{ K}$ のときは、 $T_w=2,500\text{ K}$ のときと比べて 30% 程度出力が減少する。これに反し CSW 形のダクトでは出力特性は壁温によって殆んど変らないのが大きな特徴である。特にだ円断面ダクトの場合では $T_w=1,500\text{ K}$ のときの方が $T_w=2,500\text{ K}$ のときよりも特性が良くなっている。これは

CSW 形のダクトでは、壁温が高い場合に側壁電極内環流電流が生じるが、この電流は発電には寄与せず制動の働きをするため効率を下げることになる。このため壁温が高くなっても出力特性は余り改善されず、かえって特性が悪くなる場合が生じるわけである。

また、図 11 をみれば、壁温が $1,800\text{ K}$ 以上と高い場合は ISW 形のダクト、特にファラデー形のダクトが最も良い特性を示し、壁温が $1,500\text{ K}$ から $1,800\text{ K}$ 程度の場合は CSW 形のダクト、特にだ円断面のダクトが最も良い特性を示すことがわかる。例えば、 $T_w=1,500\text{ K}$ においてだ円断面ダクトは矩形断面ダクトよりも 18% 程度出力特性が高くなっている。

〈3.5〉 境界層厚みおよび電極ピッチ長と最適アスペクト比の関係

図 12 に CSW-ED ダクトにおいて $T_w=1,500\text{ K}$ のとき種々の境界層厚み δ に対する正規化出力とアスペクト比の関係を示す。この図より境界層厚みに対して最適アスペクト比 $(b/a)_{opt}$ およびそのときの正規化出力をプロットすれば図 13 のようになる。 δ が小さくなるにつれて $(b/a)_{opt}$ は 2.5 から

1.0 に減少する。これは δ が小さくなると側壁電極の良い面である z 方向成分の電流の利用は余りできず、悪い面である側壁内環流電流は増大するため側壁部の面積がそれほど大きくない $b/a \approx 1.0$ 程度のときに出力特性が最大になると考えられ、壁温が高くなると $(b/a)_{opt}$ が小さくなるのと同じような機構によるものと考えられる。更に興味深いことには、 δ が小さくなるにつれて正規化出力密度は大きくなるが、 δ が 5 mm 程度より以上に小さくなるとかえって減少する。これは境界層の存在によって抑えられていた環流電流が δ が小さくなったことによって増大し、出力特性を低下させているためと考えられる。

次に、電極ピッチ長 s と最適アスペクト比の関係を調べる。CSW-ED ダクトにおいて $T_w=1,500\text{ K}$ のとき、3 種の電極ピッチ長 $s=0.1, 0.05, 0.01\text{ m}$ (いずれの場合も $c/s=0.6$) のダクトに対する正規化出力とアスペクト比の関係を求めた。その結果、無限分割電極に近い s が小さいダクトほど正規化出力は大きくなるが、いずれの場合も最適アスペクト比は s の値如何にかかわらず殆んど同じで前項で求めた $(b/a)_{opt} \approx 2.5$ となることが判明した。

〈3.6〉 y - z 断面 2 次元解析との比較 CSW-ED ダクトに対するアスペクト比と正規化出力密度との関係を無限分割電極を仮定した、 y - z 断面の 2 次元解析

図 11
最適断面形
状における
正規化出力
 P_N と壁温
 T_w の関係

Fig. 11. Normalized output power of the optimal cross-section duct vs. wall temperature.

図 12
種々の境界層厚み
に対する
正規化出力 P_N と
断面アスペクト比
 b/a の関係
(CSW-ED ダクト)

Fig. 12. The dependence of P_N on b/a of the CSW-ED duct for several boundary layer thickness δ .

より求めた結果と、有限分割効果を考慮した 3 次元解析より求めた結果の比較を図 14 に示す。どの壁温に対しても $(b/a)_{opt}$ の値は 2 次元解析の結果と 3 次元解析の結果とでは余り変らない。しかしながら正規化出力密度の値は両者で大きく違っており、3 次元解析の場合、 $T_w=1,500\text{K} \sim 2,500\text{K}$ の間で最大出力密度は殆んど変わっていないのに対し、2 次元解析では壁温によってかなり違い、また 3 次元解析の結果よりも大分

図 13
境界層厚み δ と最適断面アスペクト比 $(b/a)_{opt}$ およびそのときの正規化出力 P_N の関係 (CSW-ED ダクト)

Fig. 13. Optimal aspect ratio $(b/a)_{opt}$ and the correspondent values of P_N vs. boundary layer thickness δ .

図 14
2 次元計算と 3 次元計算の比較 (CSW-ED ダクト)

Fig. 14. The dependence of P_N on b/a of the CSW-ED duct calculated by two- and three-dimensional analysis.

大きくなっている。従って、 $y-z$ 断面 2 次元解析は発電特性を求めるのではなく最適断面アスペクト比を求めるのに用いることは可能だと考える。

〈3.7〉ダクトの流れ方向に沿った最適断面アスペクト比 最後に、ダクトの上流から下流に沿って断面アスペクト比をどのように選べばよいかを考察してみる。ダクトの入口断面積 1m^2 を仮定して、ガス速度 $u=800\text{m/s}$ の定速形ダクトを準一理論によって解析し、ダクト内諸量の分布を求めた。次に、ダクトに沿ういくつかの点で上で求めたその点における流体諸量に対して電気諸量が周期条件を満たすように決ると仮定した、だ円断面ダクト (断面積以外の量は表 1 と同じ値を用いた) における 1 電極ピッチ当りの発電出

図 15 入口から距離 x (m) のユピッチ長の出力 P_p と断面アスペクト比 b/a の関係 (CSW-ED ダクト)

Fig. 15. The dependence of output power per pitch P_p on b/a of CSW-ED duct at several distances x (m) from the duct inlet.

力を断面アスペクト比に対して求めたのが図 15 である。図より最適断面アスペクト比はダクト入口からの距離 x の如何にかかわらず、およそ一定で $(b/a)_{opt} \approx 2.5$ であることがわかる。従って、入口から出口まで $b/a \approx 2.5$ の形状のダクトが最も良い特性を与えられと考えられる。しかしながら、この場合実際には、電気的諸量と流体力学的諸量とは独立に決めるのではなく、互いに結合し合って決めるものであるため、正確に発電機出力を知るためには両者を結合して解かねばならない。

4. む す び

以上、MHD 発電機ダクトの周期部の 3 次元数値解析を有限要素法を用いて行ない、種々のタイプのダクトについて最適断面アスペクト比とその壁温依存性を調べ、次の点を明らかにした。

(1) 側壁が絶縁壁である ISW 形のダクトでは、最適アスペクト比 $(b/a)_{opt}$ は壁温に余り依存せず、いずれの場合もその値は 5~6 程度である。その反面出力特性は壁温に大きく依存し、壁温が低くなるにつれて大きく劣化する。

(2) これに対し、窓わく電極構造をもつ CSW 形のダクトでは $(b/a)_{opt}$ は壁温によって変化し、壁温が高くなるほど $(b/a)_{opt}$ は小さくなる。例えば、 $T_w = 1,500\text{K}$ のとき $(b/a)_{opt} = 2.5 \sim 3.0$ 、 $T_w = 2,500\text{K}$ のとき $(b/a)_{opt} = 1.0$ である。また、CSW 形ダクトの

出力特性は ISW 形ダクトほど壁温に依存せずアスペクト比の値を適切に選ぶことによって壁温の低下に伴う出力特性の劣化を抑えることができる。

(3) 上記のように、ISW 形ダクトと CSW 形ダクトで最適アスペクト比とその壁温依存性が異なる原因については、導電率の空間的不均一性に基づく x - y 断面の電流経路の曲がり、側壁電極の効果により説明できる。

(4) 1,800 K 以下の壁温ではだ円断面ダイアゴナル形ダクトが優れた出力特性を示し、1,800 K 以上ではファラデー形ダクトが優れている。

(5) CSW 形ダクトの最適アスペクト比 $(b/a)_{opt}$ の決定のみには無限分割電極を仮定してもよい。

(6) だ円断面ダイアゴナル形ダクトの流れ方向に沿う最適アスペクト比は上流から下流まではほぼ一定で $(b/a)_{opt} \approx 2.5$ である。

上記した種々の結果は、MHD 発電機の発電方式およびダクト断面形状を決定するうえで、有用な資料を提供するものとする。しかしながら、ダクト全体の発電出力を知るためには本論文の周期部解析だけでは求めることはできず、電気的諸量と流体力学的諸量を結合させてダクト全体で解くことが必要である。これについては筆者らは現在解析中であり、次の機会に報告する。

(昭和 57 年 1 月 18 日受付)

文 献

- (1) V. A. Bityurin, et al., "Two-Dimensional Electrical Effects in a Frame Type MHD Channel", *High Temperature*, 15, 2, 324 (1977)
- (2) V. A. Bityurin & S. A. Medin: "Selection of the Optimal Configuration of the Frame and the Form of the Transverse Cross Section of a Frame-Type MHD Channel", *High Temperature*, 15, 5, 918 (1977)
- (3) S. E. Shamma, et al., "Current Distribution in Channels with Elliptic Cross Section and Nonuniform Velocity and Conductivity", 17th Symp. on Engineering Aspects of MHD, E.4.1 (1978)
- (4) 原・卯本・伊藤: 「有限要素法による MHD 発電機の三次元解析」電学論 A, 99, 385 (昭54-8)
- (5) T. Hara, J. Umoto: "A Finite Element Approach to Three-Dimensional Current Distributions in Diagonal wall Channels", 17th Symp. on Engineering Aspects of MHD, B.5.1 (1978)
- (6) T. Hara, & J. Umoto: "Three-Dimensional Effects of Electrode Configuration on Diagonal MHD Generator Performance", *Journal of Energy* 3, 1, 16 (1979)
- (7) T. Hara, J. Umoto & A. Shimada: "Shape Optimization of the Open Cycle MHD Generator Channel", 7th International Conference on MHD Electrical Power Generation, 558 (1980)
- (8) H. Schlichting: "Boundary Layer Theory" (1968) McGraw-Hill