UDC 621.313.392.012.6-9 : 621.311.69.018.752

論 文

57-B10

方形波電圧で運転した場合のヒステリシス電動機特性の一解析法

正 員 湧 井 源二郎 (茨城大)

正 員 堀 井 龍 夫 (茨城大)

1. ま え が き

ヒステリシス電動機の同期脱出トルクは脱出時の回転子一極対についての $B-H$ 関係 (ヒステリシスループ) によって与えられる。そして、高調波が存在しない場合は回転子の直流ヒステリシスループと等しくなり、そのループ面積が脱出トルクに比例する。ところで、ヒステリシス電動機が高調波磁束の影響により特性がかなり劣化することは周知のとおりである⁽¹⁾。高調波としては一般に空間高調波と時間高調波が存在しそれぞれは更に磁束密度一定または磁界の強さ一定の高調波に分類できる⁽²⁾。本文では三相の方形波電圧インバータでヒステリシス電動機を運転したときの特性解析を目的としているので、磁束密度一定な時間高調波を考える。

ヒステリシス電動機を方形波電圧で駆動した場合の特性解析は、これまでほとんど見当たらないようでありわずかに文献(3)が目玉されるに過ぎない。しかし、次の4点が誤りないし不十分と考えられる。

(i) 時間高調波は最低次の高調波がただ一つ加わっているとして解析している。そして二相電動機のため、第3次調波のみを考慮して数値計算しているが、実際には5次、7次調波なども大きく無視できない(5次、7次調波は3次のそれぞれ36%, 18%)。

(ii) 図2において、高調波は主ループ L_p の先端のマイナーループ af で代表し、このマイナーループは主ループ L_p 上の位置によって変化しない(従って ΔB , ΔH いずれも一定)と仮定しているが、これは電流形インバータで駆動した高調波励磁力一定(従って、 ΔH

一定)の場合に近似的に等しくなる⁽⁴⁾⁽⁷⁾。しかし、文献(3)が対象とした電圧形インバータで駆動した場合は、磁束密度一定 (ΔB 一定) な高調波の場合に相当し、 ΔH 一定の場合とは大きく相違する⁽²⁾⁽¹⁰⁾。

(iii) 文献(3)では高調波と基本波の磁束密度の比が r (図1) の値に無関係に一定として、高調波の影響を定量的に取扱っているが、実際にはこの比が r の関数となることを考慮しなければならない。

(iv) 文献(3)はマイナーループに基づく高調波トルクの吟味が無い。

文献(3)の解析法は以上のような誤りと不十分な点があるにもかかわらず実測結果と比較的よく一致している。それは高調波の影響を(i)において実際より小さく評価しているが、(ii), (iii)において過大に評価して、誤差が打消されて小さくなるためと考えられる。

本文は上記(i)~(iv)を十分考慮し、更にギャップ磁束密度分布を正確に求めるために、新たに波形補正係数を導入し、しかも取り扱いの比較的簡単な解析法を提案するものである。本解析法は実験結果とよく一致し妥当なことが確かめられた。

2. 基本波に等価 n_e 次調波が一つ加わった場合のヒステリシスループ

方形波電圧で電動機を駆動するときは、周知のように、三相、二相いずれの場合も多数の高調波磁束密度が同時に存在する。これら高調波は等価的に最低次の一つの高調波(これを以下等価 n_e 次調波と呼ぶ)におきかえることができる^{(2)(7)*}。

いま、基本波に等価 n_e 次時間高調波が一つ加わった場合を考える。電動機の同期脱出時において、基本

An Analysis of Characteristics of Hysteresis Motor Driven by Square Wave Voltage. By Genjiro Wakui, Member (Faculty of Engineering, Ibaraki University) & Tatsuo Horii, Member (Faculty of Technical Junior College, Ibaraki University).

湧井源二郎: 正員, 茨城大学工学部電気工学科

堀井龍夫: 正員, 茨城大学工業短期大学部電気工学科

*: このような等価 n_e 次調波への置き換えの妥当なことは、文献(7), (2)などで計算値と実測値との比較で確かめられている。なお、第3章でも等価 n_e 次磁束 ϕ_{ne} を具体的に求めているので参照されたい。

図 1 ヒステリシス電動機の断面図
Fig. 1. Cross section of hysteresis motor.

図 2 基本波に等価 n 次時間調波が重なった場合の回転子内の $B-H$ 関係

Fig. 2. Relation between B vs. H inside the rotor when equivalent n th time harmonic was superposed on fundamental.

波のみの場合の一極についての $B-H$ 関係が図2のループ L_p で与えられるとすると, n_s 次調波が一つ加わったときの一極についての瞬時的な $B-H$ 関係はループ L_p' (破線) となり, その時間についての平均のループは L_p'' (一点鎖線) のようになる。図2でループ L_p'' 上の座標を (B_1, H_1) とし, この (B_1, H_1) を中心とするマイナーループ上の座標をその中心からみて図のように (B_{n_s}, H_{n_s}) とすると, 瞬時ループ L_p' 上の座標 (B, H) は

$$\left. \begin{aligned} H &= H_1 + H_{n_e} \\ B &= B_1 + B_{n_e} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= B_{1m} \sin \phi \\ B_{n_e} &= B_{n_em} \sin (\phi + \overline{n_e + 1} \omega t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 ϕ : 回転子座標 (電気角), ω : 電源
の基本波角周波数, t : 時間

ところで、発生トルク τ は Teare 氏が一般的に誘導しており、回転子リングが薄いとして、磁束密度の円周方向成分のみを考慮すると次式となる。

$$\tau = pL \int_{r_1}^{r_2} B dH r dr \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 p : 極対数, r_2, r_1 : 図 1 参照。 L :

Fig. 3. ΔB vs. mean ΔH_M characteristics.

リングの軸方向の長さ

回転子リングの磁束密度は基本波、高調波ともに r (図1参照) の関数である(図6)。これを第3章〈3・3〉節に述べるように、基本波、高調波いずれも r についての平均値を考えて、基本波に対する高調波の割合は r に無関係に一定として簡単に取扱う。

(3)式に(1)式を代入し、 r についての B_1 の平均値を $\bar{B}_1$ 、 $\bar{B}_1$ に対する H_1 をリングの磁化特性から求めて $\bar{H}_1$ とする。また $\bar{B}_1, \bar{H}_1$ から決まるループの先端において高調波磁束密度 $\bar{B}_{n_1}$ に対する H_{n_1} を $\bar{H}_{n_1}$ とするとトルク T は次式となる。

$$\tau = (pV_r/2\pi) \left[\oint \bar{B}_1 d\bar{H}_1 - \oint \bar{B}_{n_s} d\bar{H}_{n_s} + \oint (\bar{B}_{n_s} d\bar{H}_1 + \bar{B}_1 d\bar{H}_{n_s}) \right] \dots\dots\dots (4)$$

ここで, V_r : 回転子リングの体積 $[=\pi(r_2^2 - r_1^2)L]$

(4) 式の〔 〕内第1項はループ L_p の面積を表わし、第2項はマイナループ $p'q'$ の面積（詳しくはマイナループ上を主ループと逆方向に一周して元に戻るので負符号となる。なお、マイナループは主ループ上の位置でそれぞれ異なるから⁽²⁾⁽⁴⁾、主ループ上の各位置のマイナループの平均値を考えるべきである）、第3項は脈動トルクを示し、時間的に平均すると明らかに零となる⁽⁶⁾。

(4)式〔 〕内第1項は等価ループと呼ばれ⁽²⁾⁽⁴⁾、高調波が存在する場合の基本波トルクを表わす。第2項は各次数の異なる多数の高調波と、等価な最低次の n_c 次調波のマイナーループの面積を示すが、実際のループ面積はこれよりかなり小さく、かつ複雑なループとなることが予想される。一般に次数の異なる各調波が同時に存在する場合の実際のループ面積と、(4)式〔 〕内第2項との比 k は空間高調波の場合にすでに筆者らの一人によって検討されている⁽²⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾。それによれば高調波の数が4以上では $k \approx 0.28$ である。これ

は各調波トルクが全て基本波トルクと反対方向に作用した場合である。ここで考えている時間調波の場合は周知のように、最低次の5次が負方向の、7次が正方向のトルクで、以下同様のことを繰返し、全体としては負方向のトルクが作用するものと考えられる。従って、実際のループ面積は空間高調波の場合より更にかなり小さくなることが予想できる。しかし、定量的取扱いは困難であるのでその係数を $a (\ll 1)$ と仮定すると、結局、平均トルク T は次式となる。

$$T = (pV_r/2\pi) \left[\oint \phi \bar{B}_1 d\bar{H}_1 - ak \oint \bar{B}_n d\bar{H}_n \right] \dots\dots\dots (5)$$

空間高調波の場合にマイナーループに相当する負方向トルクが一般に無視できるから⁽⁴⁾⁽⁷⁾、それより小さい(5)式第2項は無視して差支えない。結局、高調波磁束密度の作用は、ループ L_p からループ L_p'' に面積が減少することを考えれば十分である(図2参照)。

ここで、等価ループ L_p'' を求める簡単な方法がすでに筆者らの一人によって明らかにされている⁽²⁾⁽¹⁰⁾。詳細は文献(2)を参照して載き、後の計算に必要な結果のみを(a)~(c)に示す。

(a) L_p'' の面積 S_e は直流ループ L_p が既知であるから、 L_p の面積 S_D と S_e との差 S_h' から次式のように求められる。

$$S_e = S_D - S_h' = (\pi B_{1m}^2 / \mu_e) \sin \alpha_e \dots\dots (6)$$

ここで、 μ_e : L_p'' の等価透磁率と定義する。求め方は付録(3)で述べる。 α_e : 等価ループ L_p'' のヒステリシス角で求め方は(c)項参照。 B_{1m} : (2)式。なお S_h' は次式から簡単に求められる。

$$S_h' = 2 \Delta H_M B_m \{1 - (\Delta\mu/\mu_2)\} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 ΔH_M : 平均的 ΔH の大きさで、(b)項のように求められる。 $\mu_2 = B_m/H_m$ (L_p の平均透磁率)、 $\Delta\mu$: L_p の先端において、 ΔB を作用させて決まる増分透磁率($=\Delta B/\Delta H$) ($\mu_2, \Delta\mu$ は図2参照)。

(b) 平均的 ΔH の大きさ ΔH_M は $B_r = 9 \sim 10.5$ kG と B_r はほぼ一定で、 H_c は $120 \sim 200$ Oe の範囲の材料(普通ヒステリシス電動機はこの範囲が最も多く用いられる)では H_c および $B_m(H_m)$ の値に関係なく図3において、 $\Delta B (=2B_{n,m})$ 等価高調波磁束密度の振幅の2倍)を与えると求められる。なお、図にみられるように、 ΔH_M 対 ΔB 曲線はほぼ直線とみなすことができる。 $\Delta B/\Delta H_M \approx 33.3 \mu_0 (\mu_0$: 真空の透磁率)一定と考えられる。

(c) 実験結果より、 L_p'' のヒステリシス角 α_e は ΔB の大きさによってほとんど変化せず一定で、直流ループ L_p のヒステリシス角 α_2 に等しいと考えるこ

とができる。これら、(a)~(c)の結果は等価ループ L_p'' の定数 (μ_e, α_e) を求める際に使用される。

3. 回転子リング中の基本波および高調波磁束密度分布

ここでは、入力電圧から、まず、ギャップ中の磁束密度分布を求め、更に回転子内の磁束密度分布を求めることにする。

〈3・1〉 入力電圧およびギャップ磁束波形 普通、VTR やウランの遠心分離機用電動機などには三相のヒステリシス電動機に 120° 通電方形波電圧を供給する方式が用いられるので、ここではそのような場合を解析する。図4に線間電圧、相電圧および相電圧を積分した磁束波形を示す。このようなひずみ波形は一般にフーリエ級数に展開して各高調波に分解できる。図4(c)を展開すると次式となる。

$$\phi = \sum_{n=1,5,7,\dots} \phi_n \sin n\omega t \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 ϕ_n : n 次調波の振幅

$$\phi_n = \frac{6\Phi_m}{(n\pi)^2} \sin \frac{n\pi}{2} \left(1 + \cos \frac{n\pi}{3} \right) \dots\dots\dots (9)$$

ところで、図5(b)は n 次調波に対する等価回路を示す。図における E_n がギャップ磁束 ϕ_n に対応する起電力である。図から同じ大きさの電圧 V_n が加わっても一般に次数 n が異なると E_n の大きさは異なってくることが推察できる。従って、実際の磁束波形は一般に入力電圧波形を積分した図4(c)と異なってくる。そこで正確なギャップの磁束波形を求めるために、次のような波形補正係数 β_n を定義する。

$$\beta_n = (E_n/V_n)/(E_1/V_1) \dots\dots\dots (10)$$

図4 線間電圧、相電圧、磁束(相電圧の積分値)波形

Fig. 4. Waveforms of line voltage, phase voltage, flux (integrated phase voltage).

図5 基本波および等価 n 次調波の等価回路Fig. 5. Equivalent circuit of fundamental and equivalent n -th time harmonic.

結局、ギャップ磁束は β_n を考慮すると (11) 式で表わされる。

$$\phi = \sum_{n=1,5,7,\dots} \beta_n \phi_n \sin n\omega t \quad (11)$$

ここに、 $\beta_1=1$ 、 β_n は一般に $\beta_n \neq 1$ で、図5の等価回路から計算できる。

合成磁束 ϕ による誘起起電力 E_e は次式で与えられる。

$$E_e = \sqrt{2} \pi K_w N f \phi_1 \times \sqrt{1 + (\nu_5 \beta_5 \phi_5 / \nu_1 \phi_1)^2 + \dots} \quad (12)$$

ここで、 K_w ：固定子の巻線係数、 N ：一相あたりの巻数、 f ：電源の周波数、 ν_n ： n 次高調波磁束の移動速度で、 $\nu_n / \nu_1 = n$ である。 $E_1 = \sqrt{2} \pi K_w N f \phi_1$

(9) 式を (12) 式に代入すると次式となる。

$$E_e = E_1 \sqrt{1 + (\beta_5^2 / 5^2) + (\beta_7^2 / 7^2) + \dots} \quad (12)'$$

試料電動機は図5(b)で $n x_1 \gg r_1$ で、このような場合は次のように簡単となる (付録4参照)。

$$E_e = E_1 \sqrt{(1 - \beta^2) + \beta^2 (\pi^2 / 9)} \quad (12)''$$

前に述べたように、磁束は基本波 ϕ_1 と高調波は等価的に最小次数の時間高調波 $\phi_{n\omega}$ のみを考えて、 ϕ_1 と $\phi_{n\omega}$ のみで (12) 式の E_e を誘起するものと考えたと次式が成立する。

$$(\phi_{ne} / \phi_1) = (\nu_1 / \nu_n) \sqrt{(E_e / E_1)^2 - 1} \quad (13)$$

以後、高調波成分は全高調波成分を合成したものと等価な $\phi_{n\omega}$ のみを考えることにする。基本波に対する高調波成分の比は上記ギャップと回転子リングで異なってくる。実際に必要なのは回転子リング中の値であるから、回転子リング中の値をギャップ中の値の関数として次に求めてみよう。

(3.2) 回転子リング内の基本波および高調波磁束密度分布 図1に示すような円柱座標を考え、回転

子リング内に Maxwell の方程式を適用し、適当な境界条件のもとに解くと、基本波および高調波磁束密度を容易に求めることができる。誘導は付録1に述べ、結果のみを以下に示す。

基本波磁束密度の円周および半径方向成分 $B_{\theta 1}$ 、 B_{r1} はそれぞれ次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} B_{\theta 1} &= \frac{1}{j r \sqrt{2}} \frac{B_{gm1} r_2}{B_{-p}} \left\{ \left(\frac{r}{r_1} \right)^p + \left(\frac{r}{r_1} \right)^{-p} \right\} e^{j(\omega t - p\theta)} \\ B_{r1} &= \frac{1}{r \sqrt{2}} \frac{B_{gm1} r_2}{B_{-p}} \left\{ \left(\frac{r}{r_1} \right)^p - \left(\frac{r}{r_1} \right)^{-p} \right\} e^{j(\omega t - p\theta)} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

また、最低次の高調波磁束密度の円周および半径方向成分 $B_{\theta n\omega}$ 、 $B_{rn\omega}$ はそれぞれ次式となる。

$$\left. \begin{aligned} B_{\theta n\omega} &= \frac{B_{gmne} r_2}{j \sqrt{2} r G} \left\{ \frac{\sqrt{-\xi^2} r}{p} \left\{ \frac{J_{p-1}(\sqrt{-\xi^2} r)}{J_p \sqrt{-\xi^2} r_1} - \frac{Y_{p-1}(\sqrt{-\xi^2} r)}{Y_p(\sqrt{-\xi^2} r_1)} \right\} - \frac{J_p(\sqrt{-\xi^2} r)}{J_p(\sqrt{-\xi^2} r_1)} + \frac{Y_p(\sqrt{-\xi^2} r)}{Y_p(\sqrt{-\xi^2} r_1)} \right\} e^{j(n\omega t + p\theta)} \\ B_{rn\omega} &= \frac{B_{gmne} r_2}{\sqrt{2} r G} \left\{ \frac{J_p(\sqrt{-\xi^2} r)}{J_p(\sqrt{-\xi^2} r_1)} - \frac{Y_p(\sqrt{-\xi^2} r)}{Y_p(\sqrt{-\xi^2} r_1)} \right\} e^{j(n\omega t + p\theta)} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ここで、 B_{gm1} 、 B_{gmne} ：基本波および n 次調波のギャップ磁束密度の最大値、 p ：極対数、 r_3 、 r_2 、 r_1 ：図1参照。 $J_p(\sqrt{-\xi^2} r)$ 、 $Y_p(\sqrt{-\xi^2} r)$ ：それぞれ p 階第1種および第2種の Bessel 関数。

$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{J_p(\sqrt{-\xi^2} r_2)}{J_p(\sqrt{-\xi^2} r_1)} - \frac{Y_p(\sqrt{-\xi^2} r_2)}{Y_p(\sqrt{-\xi^2} r_1)} \\ A_{\pm p} &= \left(\frac{r_3}{r_2} \right)^p \pm \left(\frac{r_3}{r_2} \right)^{-p} \\ B_{\pm p} &= \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^p \pm \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{-p} \\ \xi^2 &= j n \omega \kappa \Delta \mu_M \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

κ ：回転子リングの導電率、 $\Delta \mu_M (= \Delta \mu_M \varepsilon - j \alpha_{ne})$ ：回転子リングの平均的複素増分透磁率、 α_{ne} ： $\Delta \mu_M$ のヒステリシス角 $\alpha_{ne} \approx 0$ とおける。

普通、回転子リングの厚さ ($= r_2 - r_1$) は薄く、このとき B_{r1} は $B_{\theta 1}$ に対し、近似的に無視できる。また、時間高調波の場合は $B_{rn\omega}$ は $B_{\theta n\omega}$ に対し最大でも 15% 程度 (試料機の場合) とかなり小さい (空間高調波の場合は $B_{rn\omega}$ と $B_{\theta n\omega}$ はほぼ等しく⁽⁴⁾⁽⁷⁾、対照的である)。従って $B_{rn\omega}$ も近似的に無視できる。

図6は試料機について回転子内の磁束密度分布を計算したものである。図は ξ をパラメータにしたもの

図 6 回転子リング内の磁束密度分布

Fig. 6. Flux density distribution inside the rotor ring.

で、試料機 ($c=1$) の場合を基準にしている。 ξ が大きいほど、従って高調波次数 n_e 、導電率 κ 、 $\Delta\mu_M$ などが大きいほど表皮効果が大きくなって、回転子外面の磁束密度が高くなることがわかる。試料機でもこれがかかなり大きいことが図から明らかである。

次に、(14)、(15)式から $\bar{B}_{\theta 1}$ 、 $\bar{B}_{\theta n_e}$ の r についての平均値 $\bar{B}_{\theta 1}$ 、 $\bar{B}_{\theta n_e}$ を求めると次式が得られる。

$$\frac{\bar{B}_{\theta n_e}}{\bar{B}_{\theta 1}} = \frac{\bar{B}_{\theta n_e}}{|B_{\theta n_e}|_{r=r_2}} \frac{B_{-p}}{B_{+p}} \left| \frac{\sqrt{-\xi^2} r_2}{pG} \right| \times \left\{ \frac{J_{p-1}(\sqrt{-\xi^2} r_2)}{J_p(\sqrt{-\xi^2} r_1)} + \frac{Y_{p-1}(\sqrt{-\xi^2} r_2)}{Y_p(\sqrt{-\xi^2} r_1)} \right\} - 1 \left| \frac{B_{gmn_e}}{B_{gml}} \right| \dots (17)$$

なお、(17)式では、 $\bar{B}_{\theta 1}/|B_{\theta 1}|_{r=r_2}=1$ として、 $B_{\theta 1}$ は r に無関係に一樣に分布するとして求めているが、これは普通リングは薄いので近似的になりたつ。

また、 $(B_{gmn_e}/B_{gml}) = \phi_{ne}/\phi_1$ であるから、(13)式から ϕ_{ne}/ϕ_1 を求め、これを(17)式に代入して、結局、求めようとする $\bar{B}_{\theta n_e}/\bar{B}_{\theta 1}$ が決定できる。(17)式を用いると、基本波に対する高調波の割合はリング内で一定と考えることができ、取扱いが簡単となる。

$(2\bar{B}_{\theta n_e}/\bar{B}_{\theta 1} + \bar{B}_{\theta n_e}) = \Delta B/B_m$ を求め、これを図2のように直流ループ L_p の先端に適用して、 μ_2 、 $\Delta\mu$ などが求められる。これから前記したように、等価ループの磁気定数 μ_e が求まる。なお、ヒステリシス角は直流ループのヒステリシス角 α_2 と等しいことは前記した。図7に試料機の直流ヒステリシスループ特性、図8にこれから求めた μ_2 、 α_2 および μ_e 特性を示す。

4. 実測値と計算値

〈4・1〉 等価回路 第2章、第3章で基本波に等価 n_e 次調波が加わった場合の等価ループ L_p'' とマ

図 7 試料回転子の直流ヒステリシスループ

Fig. 7. D.C. hysteresis loops of sampled rotor.

図 8 試料回転子の正規透磁率、ヒステリシス角および等価透磁率

Fig. 8. Normal permeability, hysteresis angle for D.C. loops of sampled rotor and its equivalent permeability.

イナループ af が求まったので、これまで報告されたと同様に⁽⁹⁾回転子インピーダンスが決まる。従って、これにギャップリアクタンス x_g 、固定子漏れインピーダンス $r_1 + jx_1$ などを加え、等価回路は図5(a)、(b)のように表わされる。

ここで、

$$jx_g = j4m\omega(K_w N_1)^2 L \mu_0 / p\pi A_{-p} k_c \dots (18)$$

$$\hat{Z}_{H1} = 4m\omega(K_w N_1)^2 L \mu_e B_{-p} \epsilon^{j((2/\pi) - \alpha_e)} / p\pi A_{+p} B_{+p} \dots (19)$$

$$\hat{Z}_{Hn_e} = j4mn_e\omega(K_w N_1)^2 L \Delta\mu_M B_{-p} / p\pi A_{+p} B_{+p} \dots (20)$$

$$E_1 = \sqrt{2}\pi K_w N_1 f \phi_1 \dots (21)$$

$$E_{n_s} = \sqrt{2} \pi K_w N_1 n_s f \phi_{n_s} \dots\dots\dots (22)$$

m : 相数, R_{i1}, R_{in_s} : 基本波および等価 n_s 次調波の鉄損抵抗, K_w : 固定子巻線係数, N_1 : 固定子巻線一相あたりの巻数, L : 回転子軸方向の長さ, ϕ_1, ϕ_{n_s} : 一極あたりの基本波磁束 $\{=2\bar{B}_{\theta 1}(r_2-r_1)L\}$ および n_s 調波磁束 $\{=2\bar{B}_{\theta n_s}(r_2-r_1)L\}$, E_1, E_{n_s} : 基本波および n_s 次調波の誘導起電力, $\mu_s (= \mu_e \varepsilon - i\alpha_s)$, 但し $\alpha_s = \alpha_2$: 等価ループの複素透磁率, f : 電源の周波数, μ_0 : 真空の透磁率 k_s : カーター係数

〈4・2〉 試料電動機の実測値と計算値の比較

(1) 試料電動機 試料電動機は三相, 2極, 50 Hz で固定子寸法は, 内径 $2r_3=51.20$ mm, 軸方向の長さ 26.0 mm, 巻線は $1,840$ 巻数/相, $9/12$ ピッチ, 巻線係数 $K_w=0.8848$, 漏れインピーダンス $r_1+jx_1=143+j183 \Omega$ (50 Hz, 20.7°C), 回転子寸法は外径 $2r_2=50.19$ mm, 内径 $2r_1=36.5$ mm, 軸方向の長さ $L=26.10$ mm, ギャップの長さは 0.5 mm で, 空間高調波の影響を小さくして試験した。リングの磁気定数は図8に示した。実線が, 基本波のみの場合の透磁率 μ_2 とヒステリシス角 α_2 , 破線が方形波電圧が加わった場合の等価ループから透磁率 μ_s を求めたもので, このときのヒステリシス角 α_s は α_2 (実線) と等しい。また, 基本波および高調波の等価鉄損抵抗 R_{i1}, R_{in_s} は, 付録2に述べるようにして求められ, $R_{i1}=12.2$ k Ω , $R_{in_s}=10.3$ k Ω となる。

(2) 方形波電圧で運転した場合の実測値と計算値の比較 図5の等価回路を用いて付録3に示す計算手順で同期脱出時特性を求めると図9一点鎖線のようになり, 実測値とよく一致している。入力電圧 $V_i=220$ V 以上ではトルクの誤差が大きくなる傾向にあるが, これは前にも筆者の一人が報告しているように⁽⁹⁾ 回転子リング内のヒステリシスが交番ヒステリシス性に回転ヒステリシス性が加わったためと考えられる。本解析法は途中大たんな近似を行なっているにも拘らず計算値と実験値との一致はよく妥当といえよう。

〈4・3〉 方形波および正弦波電圧運転時の特性の比較 図10に同期脱出時特性の測定結果を示す。図から, 方形波電圧駆動することにより, 全般に脱出トルクは減少するが, 電流も減少し, 逆に力率, 効率は幾分増大している。

ほぼ定格磁束密度と考えられる $B_m=7.7$ kG ($V_i=240$ V) で比較すると, 方方法駆動の方がトルクで約10% 減少するが, 電流も16% 減少し, 逆に力率, 効率はいずれも約3% 増大している。

一般に 120° 通電方形波インバータ駆動は正弦波駆

図9 試料機の方波電圧駆動に対する同期脱出時特性

Fig. 9. Synchronous pull-out characteristics of sampled motor for square wave voltage drive. (full line: measured, a dot-dash line: calculated)

図10 試料機の同期脱出時特性

Fig. 10. Synchronous pull-out characteristics of sampled motor. (○: sine wave drive, ×: square wave drive)

動に比較してトルクは幾分劣るが, 効率, 力率などは逆に幾分増大し, 全体の特性劣化は小さいことがわかった。このインバータによるヒステリシス電動機の運転は周波数変化による同期速度の変化でかなり広範囲の速度制御ができ, しかも定トルクの特徴を有し, 適用の拡大が期待できる。

5. む す び

ヒステリシス電動機の特性に及ぼす高調波の影響は時間高調波、空間高調波いずれも多数の高調波が同時に存在し、しかも非線形性のために定量的解析はこれまで便法⁽¹⁾あるいは不十分な方法⁽³⁾などが一、二報告されていたに過ぎなかった。本方法により比較的簡単かつ合理的な方法を与え得たものと考え。なお高調波含有量の大きい 180° 通電二相方形波インバータ駆動に対する特性解析は今後の課題としたい。

本研究に御援助、御協力戴いたオリエンタルモーター(株)の岩佐部長、米窪部長並びに当研究室の大口助教授、久保田君、卒研究生高橋(公)君に深く感謝する。
(昭和 56 年 5 月 9 日受付, 同 56 年 9 月 16 日再受付)

文 献

- (1) 湧井・草刈:「ヒステリシス電動機の同期脱出トルクについて」, 電学誌 85, 1044 (昭 40-6)
- (2) 湧井・富田:「ヒステリシス電動機の特性に及ぼす高調波磁束密度の影響」, 電学論 B, 102, (昭 57-1)
- (3) 宮入・片岡:「ヒステリシス電動機の特性に及ぼす時間高調波の影響」, 昭 40 電気四学会連大 No. 865
- (4) 湧井:「ヒステリシス電動機の特性に及ぼす高調波磁界の影響」, 基礎考察 I, 電学論 B, 93, 1 (昭 48-1)
- (5) B. R. Teare, Jr.: "Theory of Hysteresis Motor Torque" *Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs.* 59, 907 (1940)
- (6) 片岡:「ヒステリシス電動機の特性に及ぼす逆相分回転磁界の影響」, 電学誌 90, 2041 (昭 45-10)
- (7) 湧井:「ヒステリシス電動機の特性に及ぼす高調波磁界の影響」, 基礎考察 II, 電学論 B, 93, 129 (昭 48-4)
- (8) 湧井・富田・板垣:「ヒステリシス電動機の脱出時特性に及ぼす高調波磁束密度の影響」, 昭 56 電気学会全大 No. 713
- (9) 湧井:「反作用トルクをもったヒステリシス電動機とその解析法」, 電学論 B, 98, 781 (昭 53-9)
- (10) 湧井・富田:「ヒステリシス電動機の特性に及ぼす高調波磁界の影響」, 基礎考察 III, 回転機研究会 RM-73-4 (昭 48)
- (11) 湧井:「ヒステリシスモータ」, 電学誌 99, 287 (昭 54-4)
- (12) 森口・宇田川・一松:「数学公式 II」, 8 (昭 43-4) 岩波書店

付 録

1. 同期時, 回転子リング内の n_e 次調波, および基本波の磁束密度分布 回転子リング内に, 周知の Maxwell の方程式が成立するが, これは次の Helmholtz の方程式となる。

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \xi^2 \mathbf{B} \quad \text{.....(付 1)}$$

ここで, $\xi^2 = j n_e \omega K \Delta \mu_M$

ここでは, 図 1 のような円柱座標を用いる。

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad \text{.....(付 2)}$$

(付 1), (付 2) および二次元解析を考えるので, $B_z = 0$ とから, 変数分離法を用いて $\dot{B}_{rn_e}$ と $\dot{B}_{\theta n_e}$ を求めると次式となる。

$$\dot{B}_{rn_e} = (1/r) \{ C J_p(\sqrt{-\xi^2} r) \}$$

$$+ D Y_p(\sqrt{-\xi^2} r) e^{j(n_e \omega t + p\theta)} \quad \text{.....(付 3)}$$

$$\begin{aligned} \dot{B}_{\theta n_e} &= - \int \{ \partial(r \dot{B}_{rn_e}) / \partial r \} d\theta \\ &= (1/j p) \{ C \{ \sqrt{-\xi^2} J_{p-1}(\sqrt{-\xi^2} r) \\ &\quad - (p/r) J_p(\sqrt{-\xi^2} r) \} + D \{ (\sqrt{-\xi^2} \\ &\quad \times Y_{p-1}(\sqrt{-\xi^2} r) - (p/r) \\ &\quad \times Y_p(\sqrt{-\xi^2} r) \} \} e^{j(n_e \omega t + p\theta)} \quad \text{.....(付 4)} \end{aligned}$$

(付 3), (付 4) 式で, C, D は定数で次の二つの境界条件より決定される。

(i) $r = r_2$ で $\dot{B}_{rn_e}$ は次式で与えられる。

$$\dot{B}_{rn_e}|_{r=r_2} = (B_{gmn_e}/\sqrt{2}) e^{j(n_e \omega t + p\theta)} \quad \text{.....(付 5)}$$

(ii) $r = r_1$ で, 非磁性体への磁束の浸透は零である。

$$\dot{B}_{rn_e}|_{r=r_1} = 0 \quad \text{.....(付 6)}$$

この境界条件より C, D を決定すると, $\dot{B}_{rn_e}, \dot{B}_{\theta n_e}$ は(15)式となる。

基本波は同期時, うず電流が流れないから, (付 1) は

$$\nabla^2 \mathbf{B} = 0 \quad \text{.....(付 7)}$$

なる Laplace の方程式となる。これを変数分離法で解くと次式となる。

$$\dot{B}_{r1} = (1/r) (A_1 r^p - B_1 r^{-p}) e^{j(\omega t - p\theta)} \quad \text{.....(付 8)}$$

$$\dot{B}_{\theta 1} = (1/j p) (A_1 r^p + B_1 r^{-p}) e^{j(\omega t - p\theta)} \quad \text{.....(付 9)}$$

A_1, B_1 の定数を次の二つの境界条件で決める。

(i) $r = r_2$ で $\dot{B}_{r1} = (B_{gml}/\sqrt{2}) e^{j(\omega t - p\theta)}$,

(ii) $r = r_1$ で $\dot{B}_{r1} - r = r_1 = 0$, 結果は(14)式となる。

2. 基本波および高調波鉄損と鉄損抵抗の決定

方形波および正弦波電圧で無負荷運転したときと, 同期脱出時運転したときの入力から鉄損 W_i はそれぞれ(付10), (付11)式のように求められる。

$$W_i = W_{in'} - W_c' - W_m \quad (\text{無負荷時}) \quad \text{.....(付10)}$$

$$W_i = W_{in} - W_c - W_m - P_0 \quad (\text{脱出時}) \quad \text{.....(付11)}$$

ここで, $W_{in'}$, W_{in} : 無負荷および脱出時の入力, W_c' , W_c : 無負荷および脱出時の銅損, W_m : 機械損 P_0 : 脱出時の出力。

方形波電圧で運転した場合の ($W_i + W_m$) の測定値を付 1 図に ○, × で示した。図から鉄損 W_i は無負荷

付図 1 試料機の銅損、鉄損、機械損
app. Fig. 1. Copper, iron and mechanical
loss of sampled motor. (full line: square
wave drive, dotted line: sine wave drive).

特性から求めても、脱出時特性から求めても相違がないことがわかる。また、 $(W_i + W_m)$ 曲線(実線)は W_i が E_e^2 に比例するとして最小 2 乗法により求めたものである。破線の $(W_i + W_m)$ 曲線は正弦波運転時の W_i が E_e^2 に比例するとして最小 2 乗法により求めたもので、このときの $(W_i + W_m)$ の測定点は煩雑を避けるために省略した。

図の $(W_i + W_m)$ 曲線(破線)から、基本波鉄損抵抗 R_{i1} について、 $W_i = 3E_e^2/R_{i1}$ で、これから $R_{i1} = 12.2 \text{ k}\Omega$ 、また、 $(W_i + W_m)$ 曲線(実線)から、同様に合成鉄損抵抗 R_{ie} を求めると、 $R_{ie} = 12 \text{ k}\Omega$ となる。等価第 5 調波の電圧を E_5 、等価鉄損抵抗を R_{i5} とすると $(3E_e^2/R_{ie}) = (3E_1^2/R_{i1}) + (3E_5^2/R_{i5})$ 、また、 $E_e/E_5 = 1.044/0.2985$ 、 $E_1/E_5 = 1/0.2985$ はすでに(12)''で計算されているので、これから $R_{i5} = 10.3 \text{ k}\Omega$ が得られる。

以上から等価第 5 調波と基本波の鉄損の比は $W_{i5}/W_{i1} = 10.6\%$ で、高調波鉄損は基本波鉄損に対しかなり小さい*

3. 特性計算の手順 回転子リングは、普通あまり厚くないとして、磁束は円周方向のみに通ると考える。

*: 付 1 図にみられるように、鉄損は全損失の約 20% ($V_i = 200 \text{ V}$ のとき)でかなり小さく、大部分が銅損である⁽¹¹⁾。従って、固定子巻線温度をほぼ正確に一定に保って測定しないと鉄損、特に高調波鉄損の分離が困難となる。ここでは測定中の巻線温度変化は 2.5°C 以下であった。

(i) まず、リング内で平均化した円周方向磁束密度の最大値 B_m を考えると、図 8 から、 $\mu_2/\mu_0, \alpha_2$ が決まり、これと電動機仕様から図 5 (a) の等価回路を用いて E_1/V_1 を各 B_m に対して求める*。また、 $\Delta\mu/\mu_0 (\approx 33.3)$ が与えられているので、図 5 (b) から E_n/V_n が各次数 n に対して求まる(試料機では n に関係なく E_n/V_n は一定となった)と(10)式で β_n が計算される。

(ii) β_n を(12)'式に代入して、 $E_e/E_1 \equiv \phi/\phi_1$ が、更に(13)式に代入して $\phi_{ne}/\phi_1 = B_{gmn_e}/B_{gm1}$ が求まるが、これを(17)式に代入すると $\bar{B}_{\theta n_e}/\bar{B}_{\theta 1}$ が決定される。

(iii) これから $(2\bar{B}_{\theta n_e})/(\bar{B}_{\theta 1} + \bar{B}_{\theta n_e}) = \Delta B/B_m$ を図 2 のように直流ループ L_p の先端に作用させると、 $\Delta\mu, \mu_2$ が、更に図 3 から ΔB を与えて ΔH_M が決定される。

(iv) これから(7)式を用いて S_n' が計算される。更に、(6)式から S_e が求められ、 $B_{1m} (= \bar{B}_{\theta 1}), \alpha_e (= \alpha_2)$ は既知であるから最終的に μ_e が求まる。

(v) この $\mu_e, \alpha_e (= \alpha_2)$ がわかると、(18)~(20)式から各インピーダンスが計算される。 E_1, E_{n_e} は(21)、(22)式のように求まり、 ϕ_1, ϕ_{n_e} は次式から計算する。

$$\phi_1 = 2B_{1m}(r_2 - r_1)L$$

$$\phi_{n_e} = (\phi_1/n_e) \sqrt{(E_e/E_1)^2 - 1}$$

(vi) 図 5 (a), (b) の回路について各部電圧、電流を求めると、これから合成した電流 I 、電圧 V 、出力、効率、力率などが計算できる。

$$V = \sqrt{|V_1|^2 + |V_{n_e}|^2}, I = \sqrt{|I_1|^2 + |I_{n_e}|^2} \quad \dots\dots\dots (付12)$$

なお、参考のために試料機についての計算結果を示すと、 $B_m = 7.0 \text{ kG}$ において、 $\phi_{n_e}/\phi_1 = B_{gmn_e}/B_{gm1} = 0.0597$ 、 $\bar{B}_{\theta n_e}/\bar{B}_{\theta 1} = 0.0823$ 、 $\Delta B/B_m = 0.152$ である。

4. (12)'' 式の誘導 $\beta_5 = \beta_7 = \dots = \beta$ のときは(12)''式は次式となる。

$$E_e = E_1 \sqrt{(1 - \beta^2) + \beta^2 [1 + (1/5^2) + (1/7^2) + \dots]} \\ = E_1 \sqrt{(1 - \beta^2) + \beta^2 \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right)^*}$$

$$* \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \dots\dots\dots (付13)$$

ここで、 $\sum_{n=1}^{\infty} (1/n^2) = \pi^2/6^{(12)}$ を(付13)式に代入すると(12)''式が得られる。

*: 実際には、 E_1/V_1 は $\mu_e/\mu_0, \alpha_e$ から計算すべきであるが、図 8 にみられるように、 μ_e/μ_0 と μ_2/μ_0 とはあまり大きく相違しないので μ_2/μ_0 を用いる。