UDC 621.313.333:621.316.718.5

論文

58-B 97

誘導電動機のすべり角周波数の計算検出 による速度制御

正員 仲澤 誠二 (明電舎)

非会員 岩崎 邦治 (明電舎)

1. ま え が き

最近、周波数変換装置を用いて誘導電動機を他励直流電動機と同等に、安定かつ応答性よく制御することが可能になってきている。いわゆる“トルク伝達関数定数化制御”⁽¹⁾では二次電流とすべり角周波数の比を一定にすることが必要条件である。

一方、誘導電動機では直流電動機と異なり、その回転速度を直接検出しないで速度制御を行なうことが要求されている。その場合は回転角速度またはすべり角周波数を電圧、電流、電力などより算出することが必要である。

電圧、電流などより誘導電動機のすべり角周波数を算出する方法としては Abbondanti 氏らの方法⁽²⁾がある。しかし、これは過渡特性、即ち伝達関数について理論的な検討が加えられていない。また、回転角速度またはすべり角周波数を電圧、電流などより算出し、速度制御を行なった例としては林氏らの方法⁽³⁾、中野氏らの方法⁽⁴⁾などがある。これらはいずれも計算回路に積分器を使用しているため、そのオフセットの調整が問題になる。また、 $d-q$ 座標軸に変換した値をそのまま用いているため、実際の電圧、電流と回転角速度またはすべり角周波数の関係が明りょうでない。

筆者は、先に誘導電動機の各変数の間の伝達関数を微小変位の理論を基にして求めた⁽⁵⁾。今回その式を用いて微積分器を用いないすべり角周波数の種々の計算式について伝達関数を計算したところ、伝達関数が定数化された(時定数のない)式を見出した。

このすべり角周波数の計算式の伝達関数が理論上定数化されること、および実験により定常特性と過渡特性を確認したことについて述べる。また、この計算式

を用いれば速度検出器なしで速度制御を行なうことができる。これらについても併せて述べる。

2. すべり角周波数の計算式と伝達関数

〈2.1〉 記号と仮定 誘導電動機の各変数の間の計算式および伝達関数を求めるに当り、各定数および変数を表1および表2のように置く(すべて一次側に換算)。各変数では瞬時値は小文字で、定常値は指標0をつけて、変化分は前に Δ をつけて表わす。また Laplace 変換した値は大文字で表わす(Laplace 演算子を s で表わす)。

表1 誘導電動機の変数
Table 1. Constants of
induction motor.

r_s	一次抵抗
r_r	二次抵抗
L_s'	一次漏れインダクタンス
L_r'	二次漏れインダクタンス
M	一次二次間相互インダクタンス
L_r	二次インダクタンス ($M+L_r'$)

表2 誘導電動機の変数
Table 2. Variables of
induction motor.

i_s	一次電流
i_r	二次電流
i_0	二次鎖交磁束等価励磁電流
e_g	誘起電圧
p_s	全有効電力
p_g	一次損失を除く有効電力
q_g	一次漏れ分を除く無効電力
ω_s	電源角周波数
ω_s	すべり角周波数
ω_r	回転角速度(電気角)
θ_s	一次電流と二次電流の相差角

交流の電圧、電流の代表値としては通常実効値が用いられる。これはある期間の代表値ではあるが、直接微積分したり、Laplace 変換して取扱うことはできない。しかし幸に三相平衡交流では基本波のみ考えれば、各相の電圧、電流の2乗の和(またはその平方根)は定常状態では一定であり、1サイクルの中で変化することもなく、かつ周波数には無関係である。本文ではこの各相の電圧、電流の2乗の和の平方根の $1/\sqrt{3}$ を電圧、電流の代表値として用いる(定常状態ではこれは相電圧または相電流の実効値に等しい)。

Speed Control of Induction Motor by Computing Slip Angular Frequency. By Seiji Nakazawa, Member & Kuniharu Iwasaki Non-Member (Meidensha).

仲澤誠二: 正員, 明電舎システム装置工場
岩崎邦治: 非会員, 明電舎名古屋工場

この他に本文では次のように仮定する。

- (1) 電圧、電流は正弦波で高調波分は含まない。
- (2) 磁気飽和などの非線形性も無視する。

〈2.2〉 電圧、電流の関係式と伝達関数 電圧、電流を d 軸分と q 軸分に分け、 d 軸分は添字(1 字目) d をつけ、 q 軸分は添字(1 字目) q をつけて表わすことにする。回転子側の端子電圧に相当する電圧は 0 であるから、誘起電圧と電流の間には次式が成立する⁽⁶⁾。

$$\begin{pmatrix} e_{qd} \\ e_{dq} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda M & \omega_0 M & \lambda M & \omega_0 M \\ -\omega_0 M & \lambda M & -\omega_0 M & \lambda M \\ \lambda M & \omega_s M & r_r + \lambda L_r & \omega_s L_r \\ -\omega_s M & \lambda M & -\omega_s M & r_r + \lambda L_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (1)$$

各電圧、電流を定常値と変化分に分け、変化分については微小変位の理論を適用し、線形化して Laplace 変換して伝達関数を求める。

まず、定常状態における電圧、電流、電力などの関係式を求める⁽⁵⁾。一次電流は

$$(i_s^0)^2 = \frac{r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r^2}{(\omega_s^0)^2 M^2} (i_r^0)^2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

誘起電圧は

$$(e_q^0)^2 = \frac{(\omega_0^0)^2 \{r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r^2\}}{(\omega_s^0)^2} (i_r^0)^2 \quad (3)$$

一次回路の損失を除く有効電力は

$$p_q^0 = \frac{r_r \omega_0^0}{\omega_s^0} (i_r^0)^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

一次回路の漏れインダクタンス分を除く無効電力は

$$q_q^0 = \frac{\omega_0^0 \{r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r^2\}}{(\omega_s^0)^2 M} (i_r^0)^2 \quad \dots\dots (5)$$

ここで、無効電力とは電圧とその直角成分の電流との積をいう(遅れを正)。

次に各変化量の伝達関数を求める⁽⁵⁾。

一次電流は

$$\Delta I_s = \left[\frac{r_r (r_r + \lambda L_r)}{\{\lambda^2 + (\omega_s^0)^2\} M^2} + \frac{L_r^2}{M^2} \right] \left(\frac{i_r^0}{i_s^0} \right) \Delta I_r - \frac{r_r (r_r + \lambda L_r)}{\{\lambda^2 + (\omega_s^0)^2\} M^2 \omega_s^0 i_s^0} \Delta \Omega_s \quad \dots\dots (6)$$

誘起電圧は

$$\Delta E_q = \left[\frac{r_r (r_r + \lambda L_r') (\lambda^2 + \omega_0^0 \omega_s^0)}{\omega_s^0 \{\lambda^2 + (\omega_s^0)^2\}} + \omega_0^0 L_r'^2 \right] \omega_0^0 \left(\frac{i_r^0}{e_q^0} \right) \Delta I_r - \frac{r_r (\lambda^2 + \omega_0^0 \omega_s^0) + \omega_s^0 \omega_r \lambda L_r'}{(\omega_s^0)^2 \{\lambda^2 + (\omega_s^0)^2\}} \times \frac{r_r \omega_0^0 (i_r^0)^2}{e_q^0} \Delta \Omega_s + \frac{e_q^0}{\omega_0^0} \Delta \Omega_0 \quad \dots\dots (7)$$

一次損失を除く有効電力は

$$\Delta P_q = \left[\frac{r_r \{ (r_r + \lambda L_r) \lambda M + \omega_0^0 \omega_s^0 M^2 \}}{\{\lambda^2 + (\omega_s^0)^2\} M^2} + \frac{r_r \omega_0^0}{\omega_s^0} + \frac{L_r L_r' \lambda}{M} \right] i_r^0 \Delta I_r - \frac{(r_r + \lambda L_r) \lambda M + \omega_0^0 \omega_s^0 M^2}{\omega_s^0 \{\lambda^2 + (\omega_s^0)^2\} M^2} \times r_r (i_r^0)^2 \Delta \Omega_s + \frac{p_q^0}{\omega_0^0} \Delta \Omega_0 \quad \dots\dots (8)$$

一次の漏れインダクタンス分を除く無効電力は

$$\Delta Q_q = \left[\frac{r_r \omega_0^0 \{2 r_r + \lambda (L_r + L_r')\}}{\{\lambda^2 + (\omega_s^0)^2\}} * \frac{-r_r (r_r + \lambda L_r) \omega_s^0}{\times M} + \frac{2 \omega_0^0 L_r L_r'}{M} + \frac{r_r (r_r + \lambda L_r')}{\omega_s^0 M} \right] i_r^0 \Delta I_r - \left[\frac{\omega_0^0 \{2 r_r + \lambda (L_r + L_r')\}}{\omega_s^0 \{\lambda^2 + (\omega_s^0)^2\} M} - \frac{r_r + \lambda L_r}{\{\lambda^2 + (\omega_s^0)^2\}^2 M} + \frac{r_r}{(\omega_s^0)^2 M} \right] \times r_r (i_r^0)^2 \Delta \Omega_s + \frac{q_q^0}{\omega_0^0} \Delta \Omega_0 \quad \dots\dots (9)$$

特に二次電流と、すべり角周波数の比が一定のときは伝達関数の形が簡単になり、次のようになる。

一次電流は

$$\Delta I_s = \frac{L_r^2}{M^2} \frac{(i_r^0)^2}{\omega_s^0 i_s^0} \Delta \Omega_s \quad \dots\dots\dots (10)$$

誘起電圧は

$$\Delta E_q = \left(\omega_0^0 L_r'^2 + \frac{r_r \lambda L_r'}{\omega_s^0} \right) \frac{\omega_0^0 (i_r^0)^2}{\omega_s^0 e_q^0} \times \Delta \Omega_s + \frac{e_q^0}{\omega_0^0} \Delta \Omega_0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

有効電力は

$$\Delta P_q = \left(\frac{r_r \omega_0^0}{\omega_s^0} + \frac{\lambda L_r L_r'}{M} \right) \frac{(i_r^0)^2}{\omega_s^0} \Delta \Omega_0 + \frac{p_q^0}{\omega_0^0} \Delta \Omega_0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

無効電力は

$$\Delta Q_q = \left(\frac{2 \omega_0^0 L_r L_r'}{\omega_s^0 M} + \frac{r_r \lambda L_r'}{(\omega_s^0)^2 M} \right) (i_r^0)^2 \times \Delta \Omega_s + \frac{q_q^0}{\omega_0^0} \Delta \Omega_0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

以上の伝達関数を基にしてすべり角周波数の計算式の伝達関数を求める。

〈2.3〉 すべり角周波数の計算式 定常特性だけを考えたすべり角周波数の計算式は種々あるが、過渡特性も考えると計算式は限定される。いま、

図 2 すべり角周波数の計算値と実測値
(回転速度変化)

Fig. 2. Calculated results and measured results of slip angular frequency.

(a) $V_s = 100\text{ V}$ のとき

(b) $V_s = 400\text{ V}$ のとき

図 3 すべり角周波数の計算値と実測値
(負荷変化)

Fig. 3. Calculated results and measured results of slip angular frequency.

(a) $V_{s0} = 100\text{ V}$ のとき

(b) $V_{s0} = 400\text{ V}$ のとき

図 4 すべり角周波数計算回路の応答特性
(速度変化)

Fig. 4. Response of computing circuit for slip angular frequency.

4. 速度制御への応用

〈4.1〉 制御系ブロック線図 (13)式即ち図1の計算回路を用いれば、回転速度を直接検出しなくても誘導電動機速度制御を行なうことができる。電流形インバータを用いて、二次電流とすべり角周波数の比を一定にした速度制御系のブロック線図を図6に示す。

回転角速度の検出値 ω_r は電源角周波数 ω_0 とすべり角周波数の計算値 $(\omega_s)_c$ の差とする。但し、電圧、電流の検出回路やすべり角周波数の計算回路には多少の遅れがあり、このままでは回転角速度は進みで検出

(a) $V_{s0} = 100\text{ V}$ のとき

(b) $V_{s0} = 400\text{ V}$ のとき

図 5 すべり角周波数計算回路の応答特性
(負荷変化)

Fig. 5. Response of computing circuit for slip angular frequency.

図 6 速度検出器を用いないときの誘導電動機
制御系のブロック線図

Fig. 6. Block diagram of control system of induction motor without speed detector.

される。そこで電源角周波数の検出値 ω_0 に遅れを入れて回転角速度が進みで検出されないようにする（時定数調整回路）。

二次電流とすべり角周波数の設定値は、同一の増幅器の出力で与えているが実際は比例関係にある。

$$i_r^* = \left(\frac{M i_0^*}{r_r} \right) \omega_s^* \quad (17)$$

ここで、 i_0^* は、二次鎖交磁束等価励磁電流⁽¹⁾の設定値で一定値である。一次電流の設定値は、二次電流の設定値より次のように与えられる。

$$i_s^* = \sqrt{(i_0^*)^2 + \left(\frac{L_r}{M} i_r^* \right)^2} \quad (18)$$

過渡状態では一次電流の周波数と二次電流の周波数が異なるため（一次電流と二次電流の相差角が変化するため）、一次電流と二次電流の相差角の微分値で補正した値を一次電流の周波数として与える。この微分の係数はすべり角周波数の関数で

$$\Delta\theta_s = \frac{r_r L_r}{r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r^2} \Delta\omega_s \quad (19)$$

で表わされるから（付録Ⅱ参照）、関数発生器により、

$$F(\omega_s) = \frac{r_r L_r}{r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r^2} \quad (20)$$

を求め、これと $d\omega_s/dt$ との積で補正する。

〈4.2〉速度検出器を用いないときの制御 図6の制御方式で速度設定値をステップ状に変えたとき、および負荷を急変させたときの応答特性を図7、図8

図7 速度検出器を用いないときの制御系の応答(速度変化)

Fig. 7. Response of control system without speed detector.

図8 速度検出器を用いないときの制御系の応答(負荷変化)

Fig. 8. Response of control system without speed detector

に示す。両図ともに上から順に一次電圧、一次電流、二次電流、二次鎖交磁束等価励磁電流、速度設定値または負荷、回転角速度である。ここで一次電圧は線間電圧の瞬時値、一次電流、二次電流、二次鎖交磁束等価励磁電流は各相の瞬時値の2乗の和である。また、負荷は誘導電動機の負荷に使用した直流発電機の電機子電流であり、回転角速度は検出用パルス・ピックアップ出力をD-A変換したものである。二次鎖交磁束等価励磁電流は、一次電流と二次電流より次式により算出する。

$$i_0^2 = \sqrt{i_s^2 - \left(\frac{L_r}{M} i_r \right)^2} \quad (21)$$

速度設定変化は基準値の -0.5% から $+0.5\%$ 、または $+0.5\%$ から -0.5% の 1% 、負荷は無負荷から $1/3$ 負荷、または $1/3$ 負荷から無負荷までの $1/3$ 負荷

図9 速度検出器を用いたときの誘導電動機制御系のブロック線図

Fig. 9. Block diagram of control system of induction motor with speed detector.

図 10 速度検出器を用いたときの制御系の応答(速度変化)

Fig. 10. Response of control system with speed detector.

変動である。

いずれの応答も二次鎖交磁束等励磁磁電流の過渡時の変化は小さく、良好な応答特性を示している。

〈4・3〉 速度検出器を用いた場合との比較 速度検出器を用いた制御系のブロック線図を図9に示す。回転角速度の検出はパルスピックアップ出力を D-A 変換して用い、すべり角周波数は電源角周波数と回転角速度の差で検出する。その他は速度検出器を用いないときと同じである。速度設定値をステップ状に変化させたとき、および負荷を急変させたときの応答特性を図10および図11に示す。速度設定値および負荷の変化量は速度検出器を用いないときと同じである。

図7と図10を比較すると、速度設定値がステップ状に変化したときの速度の整定時間は、両者ともに約0.3秒であり差は見られない。

図8と図11を比較すると、速度が最小または最大になるまでの時間は両者ともに約0.2秒で変わらず、また速度変化も $\pm 1\%$ で差は見られない。速度検出器を用いないときはすべり角周波数の計算回路に遅れがあるため、速度検出器を用いたときに比べて応答速度はやや遅くなっているが、数字上はほとんど差がない。

5. 誤差の検討

このすべり角周波数の算出方法の誤差としては、電動機の回路定数の変化と、演算回路による誤差が考え

図 11 速度検出器を用いたときの制御系の応答(負荷変化)

Fig. 11. Response of control system with speed detector.

られる。

〈5・1〉 二次抵抗変化の影響 電動機の回路定数の変化の中で最も大きいのは、温度変化などによる二次抵抗の変化である。

実際には r_r である二次抵抗を計算上 ar_r を用いたとする。(14)式より明らかにすべり角周波数の算出値は実際のすべり角周波数の a 倍になるから、すべり角周波数自身を問題にするときは温度による補正が必要になる。また、回転速度についても、定常状態では

$$\omega_r^* - \omega_r^0 = (1-a)\omega_s^0 \dots\dots\dots (22)$$

の誤差を生ずる。次に二次磁束等励磁磁電流について考える。図6の制御で一次電流、二次電流、すべり角周波数などの間には(17)式および(18)式の間がある。また、二次鎖交磁束等励磁磁電流と一次電流および二次電流の間には次の関係がある。

$$i_0^0 = \frac{r_r}{\omega_s^0 M} i_r^0 = \frac{r_r}{\sqrt{r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r^2}} i_s^0 \dots\dots\dots (23)$$

一次電流およびすべり角周波数は、それぞれ設定値に等しくなるように制御される。(17)式で ω_s^* の代りに $a\omega_s^0$ を、 r_r の代りに ar_r を用いて(18)式に代入し、更に(23)式に代入すると、二次鎖交磁束等励磁磁電流は、次式となって設定値に一致する。

$$i_0^0 = i_0^* \dots\dots\dots (24)$$

〈5・2〉 演算回路の誤差の影響 演算回路などの誤差によりすべり角周波数の検出値として ω_s の誤差

を生じたとする。即ち

$$(\omega_s^0)_c = \omega_s^0 - \omega_e^0 \dots\dots\dots (25)$$

この場合は回転速度に ω_e^0 の誤差を生ずる。

二次磁束等価励磁電流については

$$|i_0^0 - i_0^*| \approx \left| \frac{\omega_s^0 \omega_e^0 L_r^2}{r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r^2} i_0^* \right| < \frac{\omega_e^0}{\omega_s^0} i_0^* \quad (26)$$

となって ω_e^0/ω_s^0 の割合の変化を生ずる。

この方式では計算回路は加算器と乗除算器のみで構成されていて積分器は使用していない。加算器は 0.1 % 程度、乗算器は 0.5~1 % 程度、除算器は分母が 0 付近にならないから 1 % 程度の誤差である。従って、演算回路全体としては 3~4 % 程度の精度が期待される。これはすべり角周波数の定格値に対する相対誤差であるから、速度誤差としては 0.1 % 以下である。

〈5・3〉 過渡時の誤差 ω_s の計算回路には時定数約 10ms の遅れ回路が入っているので ω_s の整定時間は 30ms 前後遅れる。

しかし制御系に組入れたときは、機械的時定数に比べて十分小さいのでほとんど差がでない。

6. む す び

以上、誘導電動機のすべり角周波数を、電圧、電流、電力などより算出する方法、およびそれを用いて速度検出器を用いない誘導電動機の世界制御方法について述べた。この計算方法によれば理論的には、すべり角周波数は遅れなしに検出され、速度検出器を用いなくても誘導電動機の世界制御を安定かつ応答性よく行なうことができる。なお、このすべり角周波数の計算式はこの制御方式に限らず、速度検出器を用いない誘導電動機の制御にはすべて適用できると考える。

(昭和 57 年 7 月 12 日受付、同 58 年 2 月 24 日再受付)

文 献

- (1) 難波江・黒沢：「誘導電動機のトルク伝達関数定数化制御」電学論 B 98, 3, 303 (昭 53-3)
- (2) Abbondanti & Brennen: "Variable Speed Induction Motor Drives Use Electronic Slip Calculator Based on Motor Voltage and Current", IEEE Trans. Indust. Appl. 11, 5, 483 (1975 Sep./Oct.)
- (3) 藤原・林・佐藤：「速度演算による誘導電動機のすべり周波数制御」電学論 B 101, 3, 145 (昭 56-3)
- (4) 中野・赤木・高橋・難波江：「すべり周波数推定回路を用いた誘導電動機可変速駆動システム」電気学会半導体電力変換研究会資料 81, 49, 37 (昭 56-11)
- (5) 仲沢：「誘導電動機の伝達関数の一考察」電気学会制御変換装置研究会資料 79, 16, 79 (昭 54-2)
- (6) Krause: "Method of Multiple Reference Frames Applied to the Analysis of Symmetrical Induction Machinery", IEEE Trans. Power Apparatus. Syst. PAS-87, 1, 218 (1968 Jan.)

付 録

I. すべり角周波数の計算式と伝達関数 定常状態の電圧、電流、電力などの関係式よりすべり角周波数を算出するには次の式が考えられる。

$$\xi_1 = r_r \sqrt{\frac{\omega_0^2 M i_s^2 - e_g^2}{L_r e_g^2 - \omega_0^2 M^2 L_r'^2 i_s^2}} \dots\dots\dots (付 1)$$

$$\xi_2 = r_r \frac{\omega_0 M 2 i_s^2 - \sqrt{\omega_0^2 M^4 i_s^4 - 4 L_r'^2 p_0^2}}{2 L_r'^2 p_0} \dots\dots\dots (付 2)$$

$$\xi_3 = r_r \sqrt{\frac{\omega_0 M i_s^2 - q_0}{L_r q_0 - \omega_0 M L_r' i_s^2}} \dots\dots\dots (付 3)$$

$$\xi_4 = r_r \frac{e_g^2 - \sqrt{e_g^2 - 4 \omega_0 L_r' p_0}}{2 \omega_0 L_r'^2 p_0} \dots\dots\dots (付 4)$$

$$\xi_5 = (\omega_0 p_0 / e_g^2) \dots\dots\dots (付 5)$$

$$\xi_6 = r_r \sqrt{\frac{\omega_0 M q_0 - e_g^2}{L_r L_r' e_g^2 - \omega_0 M L_r'^2 q_0}} \dots\dots\dots (付 6)$$

$$\xi_7 = r_r \sqrt{\frac{M(q_0/p_0) - \sqrt{M^2(q_0/p_0)^2 - 4 L_r L_r'}}{2 L_r L_r'}} \dots\dots\dots (付 7)$$

$$\xi_8 = (r_r p_0 / M q_0) \dots\dots\dots (付 8)$$

$$\xi_9 = r_r \frac{\omega_0^2 M^2 i_s^2 - e_g^2}{\omega_0 (L_r^2 - L_r'^2) p_0} \dots\dots\dots (付 9)$$

$$\xi_{10} = r_r \sqrt{\frac{\omega_0 M i_s^2 - q_0}{L_r p_0}} \dots\dots\dots (付 10)$$

$$\xi_{11} = r_r \sqrt{\frac{\omega_0 M q_0 - e_g^2}{\omega_0 M L_r' p_0}} \dots\dots\dots (付 11)$$

$$\xi_{12} = \frac{r_r \omega_0 (L_r^2 - L_r'^2) p_0}{L_r^2 e_g^2 - \omega_0^2 M^2 L_r'^2 i_s^2} \dots\dots\dots (付 12)$$

$$\xi_{13} = \frac{r_r p_0}{L_r q_0 - \omega_0 M L_r' i_s^2} \dots\dots\dots (付 13)$$

$$\xi_{14} = \frac{r_r \omega_0 M p_0}{L_r e_g^2 - \omega_0 M L_r' q_0} \dots\dots\dots (付 14)$$

(付 1)~(付 14) 式は、定常状態ではいずれも ω_s に等しい。(付 13) 式が本文の (13) 式である。(付 5) 式が Abbondanti 氏らの計算式である⁽²⁾。

二次電流とすべり角周波数の比が一定の状態 (付 1)~(付 14) の計算式より伝達関数を求めると、次のようになる [(付 4) 式と (付 7) 式については省略する]。

$$\Delta E_1 = \left[1 - \frac{\{r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r^2\} \lambda L_r'}{r_r \omega_0^0 \omega_s^0 (L_r^2 - L_r'^2)} \right] \Delta \Omega_s \dots\dots\dots (付 15)$$

$$\Delta E_2 = \left[1 + \frac{\omega_s^0 L_r L_r' \lambda \{r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r^2\}}{r_r \omega_0^0 M \{r_r^2 - (\omega_s^0)^2 L_r^2\}} \right] \Delta \Omega_s \dots\dots\dots (付 16)$$

$$\Delta E_3 = \left[1 - \frac{\{r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r^2\} L_r' \lambda}{2 r_r \omega_0^0 \omega_s^0 M L_r} \right] \Delta \Omega_s \dots\dots\dots (付 17)$$

$$\Delta E_5 = \left[1 + \frac{\{(\omega_s^0)^2 L_r L_r' - r_r^2 (M - L_r')\} \omega_s^0 L_r' \lambda}{r_r \omega_0^0 M \{r_r^2 - (\omega_s^0)^2 L_r'^2\}} \right] \times \frac{r_r^2 \{r_r^2 - (\omega_s^0)^2 L_r'^2\}}{\{r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r'^2\}} \Delta \Omega_s \dots\dots\dots (付 18)$$

$$\Delta E_6 = \left[1 - \frac{r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r (M + L_r)}{2 r_r \omega_0^0 \omega_s^0 M} \right] \Delta \Omega, \quad (\text{付19})$$

$$\Delta E_8 = \left[1 + \frac{\omega_s^0 L_r \{ r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r \} \lambda}{r_r \omega_0^0 M \{ r_r^2 - (\omega_s^0)^2 L_r L_r' \}} \right] \times \frac{r_r^2 \{ r_r^2 - (\omega_s^0)^2 L_r L_r' \}}{\{ r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r L_r' \}^2} \Delta \Omega, \dots (\text{付20})$$

$$\Delta E_9 = \left[1 - \frac{2 r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r (L_r + L_r')}{r_r \omega_0^0 \omega_s^0 M (L_r + L_r')} \lambda L_r' \right] \Delta \Omega, \dots (\text{付21})$$

$$\Delta E_{10} = \left[1 - \frac{r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r^2}{r_r \omega_0^0 \omega_s^0 M L_r} \lambda L_r' \right] \Delta \Omega, \dots (\text{付22})$$

$$\Delta E_{11} = \left[1 - \frac{r_r^2 + (\omega_s^0)^2 L_r L_r'}{r_r \omega_0^0 \omega_s^0 M} \lambda \right] \Delta \Omega, \dots (\text{付23})$$

$$\Delta E_{12} = \left[1 - \frac{\omega_s^0 L_r L_r'}{r_r \omega_0^0 (L_r + L_r')} \lambda \right] \Delta \Omega, \dots (\text{付24})$$

$$\Delta E_{13} = \Delta \Omega, \dots (\text{付25})$$

$$\Delta E_{14} = \left[1 - \frac{\omega_s^0 L_r'}{r_r \omega_0^0} \lambda \right] \Delta \Omega, \dots (\text{付26})$$

(付13)式の場合は伝達関数が定数化されている〔本文(13)式〕。他の計算式の場合は伝達関数は定数化されない。特に(付1)～(付11)式では ω_s^0 の値によっては時定数が非常に大きくなるところがある。

II. 一次電流と二次電流の相差角 すべり角周波数の基準となる電源角周波数は二次電流の角周波数である。電流形インバータで誘導電動機を駆動する場合は一次電流の角周波数を制御することになる。一次電流と二次電流の間には位相差があり、この位相差の過渡的な変化は大きい。従って、電流形インバータで一次電流を制御する場合には、この位相差の過渡状態の変化分を補正する必要がある。この一次電流と二次電流の相差角の伝達関数も求めることができる。複雑であるので二次電流とすべり角周波数の比を一定にした場合についてのみ記す。一次回路から二次回路へ伝達される電力の定常値は(1相分)

$$p_i^0 = \frac{r_r \omega_0^0}{\omega_s^0} (i_r^0)^2 \dots (\text{付27})$$

変化分は

$$\Delta p_i = \left(1 + \frac{\omega_s^0}{\omega_0^0} \rho_r \tau_r \lambda \right) \frac{p_i^0}{\omega_s^0} \Delta \Omega + \frac{p_i^0}{\omega_0^0} \Delta \Omega_0 \quad (\text{付28})$$

ここで、 τ_r は二次回路の時定数、 L_r/r_r 、 ρ_r は二次磁束の漏れ係数 L_r'/L_r である。一次回路から二次回路へ伝達される電力と、励磁回路電力の和、即ち一次回路の損失分を除く全有効電力の定常値は

$$p_e^0 = \frac{r_r \omega_0^0}{\omega_s^0} (i_r^0)^2 \dots (\text{付29})$$

で一次回路から二次回路へ伝達される電力の定常値に等しい。変化分は

$$\Delta p_e = \left\{ 1 + \frac{\omega_s^0 \rho_r \tau_r \lambda}{\omega_0^0 (1 - \rho_r)} \right\} \frac{p_e^0}{\omega_s^0} \Delta \Omega + \frac{p_e^0}{\omega_0^0} \Delta \Omega_0 \quad (\text{付30})$$

二次電流の有効分は定常値

$$i_{pi}^0 = \frac{p_i^0}{e_s^0} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_s^0 \rho_r \tau_r)^2}} i_r^0 \dots (\text{付31})$$

変化分は

$$\Delta I_{pi} = \frac{(\omega_s^0 \rho_r \tau_r)^3 \lambda - \omega_0^0}{1 + (\omega_s^0 \rho_r \tau_r)^2} \frac{i_{pi}^0}{\omega_0^0 \omega_s^0} \Delta \Omega, \dots (\text{付32})$$

一次電流の誘起電圧と同相分は、定常値

$$i_{ps}^0 = i_{pi}^0 \dots (\text{付33})$$

で二次電流の有効分に等しい。変化分は

$$\Delta I_{ps} = \left[\frac{1}{1 + (\omega_s^0 \rho_r \tau_r)^2} + \frac{\{ 1 + \rho_r (\omega_s^0 \tau_r)^2 \} \rho_r^2 \tau_r \lambda}{(1 - \rho_r) \omega_0^0 \{ 1 + (\omega_s^0 \rho_r \tau_r)^2 \}} \right] \frac{i_{ps}^0}{\omega_s^0} \Delta \Omega, \dots (\text{付34})$$

誘起電圧を基準にした二次電流の力率角は、定常値

$$\theta_{er}^0 = C_{0s}^{-1} \frac{i_{ps}^0}{i_r^0} = C_{0s}^{-1} \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_s^0 \rho_r \tau_r)^2}} \dots (\text{付35})$$

変化分は

$$\Delta \theta_{er} = \frac{\rho_r \omega_0^0 \tau_r - \omega_s^0 \rho_r \tau_r^2 \lambda}{\omega_0^0 1 + (\omega_s^0 \rho_r \tau_r)^2} \Delta \Omega, \dots (\text{付36})$$

誘起電圧を基準にした一次電流の力率角は、定常値

$$\theta_{es}^0 = C_{0s}^{-1} \frac{i_{pe}^0}{i_s^0} = C_{0s}^{-1} \times \frac{\omega_s^0 (1 - \rho_r) \tau_r}{\sqrt{\{ 1 + \omega_s^0 \tau_r^2 \} \{ 1 + (\omega_s^0 \rho_r \tau_r)^2 \}}} \dots (\text{付37})$$

変化分は

$$\Delta \theta_{es} = - \left[\frac{(1 - \rho_r) \tau_r \{ 1 - \rho_r (\omega_s^0 \tau_r)^2 \}}{1 + (\omega_s^0 \tau_r)^2} + \frac{\omega_s^0 \rho_r^2 \tau_r^2 \lambda}{\omega_0^0} \right] \frac{1}{1 + (\omega_s^0 \rho_r \tau_r)^2} \Delta \Omega, \quad (\text{付38})$$

二次電流を基準にした一次電流の位相角は、定常値

$$\theta_s^0 = - C_{0s}^{-1} \frac{\omega_s^0 \tau_r}{\sqrt{1 + (\omega_s^0 \tau_r)^2}} \dots (\text{付39})$$

変化分は

$$\Delta \theta_s = \frac{\tau_r}{1 + (\omega_s^0 \tau_r)^2} \Delta \Omega \dots (\text{付40})$$

従って、過渡時には一次電流と二次電流の相差角の変化分

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \frac{\tau_r}{1 + (\omega_s^0 \tau_r)^2} \frac{d\omega_s}{dt} \dots (\text{付41})$$

で一次電流の位相を補正すればよい。この式は難波江氏らがベクトル方程式より求めた式⁽¹⁾

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \frac{i_0^0}{(i_0^0)^2 + (i_r^0)^2} \frac{di_r'}{dt} \dots (\text{付42})$$

と一致する。ここで、次式となる。

$$i_r' = -(L_r/M) i_r, \dots (\text{付43})$$