帰還ループを持つ共振形定電圧回路の解析

正員 原田 耕 介 (九州大)

非会員 陳 正 仁 (九州大)

1. ま え が き

磁心の飽和現象を利用する鉄共振回路は堅ろうで、部品数が少なく、温度のストレスに強く、EMI (Electro-Magnetic Interference: 電磁干渉) の感応率が低いなど興味ある特性を有しており、また信頼性が高く、しかも安価であるため、通信機用電源を始めとし、ミニコン電源など広く利用されている⁽¹⁾⁽²⁾。しかしこの回路は出力電圧が周波数に依存し、磁心の飽和などに伴う励磁電流の増加によって、効率が低下するなどの問題を有している。これに対し、磁心の飽和現象を利用する代りに、トライアックを結合し、その点弧位相を制御することによって、定電圧特性を得る定電圧変圧器は周波数変動に影響されず、効率も高いため、実用上優れている。しかしこの回路の定量的な解析はまだなされていない。本論文では共振回路にトライアックを結合し、その点弧位相調整により、出力電圧を一定に保った共振形定電圧回路の静特性につき、定量的な解析を行ない、実験とよく一致することを確かめたのである。

2. 可変インダクタ

図1は帰還を施した共振回路で、 L_1 , L_2 は共に線形インダクタである。トライアックの位相制御により、トライアックと L_2 の結合回路による等価インダクタンスを変化させることができる。更に、この可変インダクタと帰還回路を結合すれば、定電圧特性が得られる。簡単のため、出力電圧を正弦波と仮定し (図11 後述、参照) インダクタ L_2 の抵抗分を無視すれば、トライアックの点弧による θ_f の変化範囲は図2に示すように0から $\pi/2$ までである。 L_2 に流れる電流 i_x の基本波だけを取ると、等価インダクタンス L_{eq} は次のように求められる (付録参照)。

$$L_{eq} = \frac{L_2}{1 - \frac{\sin 2\theta_f + 2\theta_f}{\pi}} \dots\dots\dots (1)$$

従って、点弧角 θ_f に対する L_{eq} の値は図3のように示されている。ここで、 $\theta_f=0$ のとき $L_{eq}=L_2$ 、 $\theta_f=\pi/2$ のとき L_{eq} は ∞ となることがわかる。

3. 線形化解析

図1のインダクタとトライアックの結合回路を等価的なインダクタンスで表し、帰還回路を除けば、図4に示す線形回路が得られる。ここではこの回路の特性を考察する。但し、 C は共振用キャパシタ、 R は負荷抵抗、 r_{L1} は直列インダクタ L_1 の巻線抵抗である。図4から、定常状態における入力電圧 E_i 、出力電圧 E_o および出力電流 I_o の関係は次式のように求められる。

図1 帰還をかけた共振形定電圧回路

Fig. 1. Resonant type constant voltage circuit with feedback.

図2 i_x と v_x の波形Fig. 2. Current and voltage waveforms in L_2 of Fig. 1.

Analysis of Resonant Type Constant Voltage Circuit with Feedback. By Koosuke Harada, Member & Cheng-Jen CHEN, Nonmember (Faculty of Engineering, Kyushu University).

原田耕介: 正員, 九州大学工学部電子工学科

陳 正仁: 非会員, 九州大学大学院工学研究科電子工学専攻

図 3 点弧角に対する等価インダクタンス

Fig. 3. Equivalent inductance taking firing angle of triac as independent variable.

$$\frac{\left[(\omega^3 - \omega\omega_0^2)E_0 - \frac{\omega\gamma_{l1}I_0}{L_1C} \right]^2 + \left[\frac{\omega^2 I_0}{C} + \frac{\left(\frac{\omega E_i}{L_1C} \right)^2}{\left(\frac{\omega^2 \gamma_{l1}}{L_1} - \frac{\gamma_{l1}}{L_1C L_{eq}} \right) E_0} \right]^2}{*} = 1 \dots (2)$$

但し、 ω は入力電圧の角周波数で、

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_1C} + \frac{1}{L_{eq}C}} \dots (3)$$

である。

(2)式により、 $E_0=0$ とし、負荷短絡における出力電流 I_{0M} を求めれば、

$$I_{0M} = \frac{E_i}{\sqrt{\omega^2 L_1^2 + \gamma_{l1}^2}} \dots (4)$$

となる。特に直列インダクタの巻線抵抗が無視できる場合には、(2)式で $\gamma_{l1}=0$ とし、

$$\frac{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 E_0^2 + \left(\frac{\omega}{C} \right)^2 I_0^2}{\left(\frac{E_i}{L_1C} \right)^2} = 1 \dots (5)$$

を得る。従って、図5のようにだ円の負荷特性が得られ、無負荷の出力電圧と負荷短絡電流はそれぞれ $E_i/[L_1C(\omega_0^2 - \omega^2)]$ と $E_i/\omega L_1$ になる。 θ_f をパラメータとした出力特性は図6ようになる。図6(a)は(2)式と(5)式による計算結果である。図6(b)は実験結果であり、 γ_{l1} を考慮することによって、計

図 4 帰還を除いた等価回路

Fig. 4. Equivalent circuit without feedback.

図 5 巻線抵抗分を無視した負荷特性の説明

Fig. 5. Illustration of load characteristic without ohmic loss in L_1 of Fig. 1.

算結果は実験結果により近付くことが分る。帰還を施した場合には、出力電圧を一定にするように θ_f が自動的に変化する。

4. 帰還をかけた場合

(4.1) 負荷特性 出力電圧が E_r となる出力電流の範囲は図7で、 I_{01} から I_{02} までであり、これらの電流値は(3)式、(5)式より、

$\theta_f=0$ として、

$$I_{01} = \frac{C}{\omega} \sqrt{\left(\frac{1}{L_1C} \right)^2 E_i^2 - \left(\frac{1}{L_1C} + \frac{1}{L_2C} - \omega^2 \right)^2 E_r^2} \dots (6)$$

また $\theta_f=\pi/2$ として、

$$I_{02} = \sqrt{\frac{E_i^2 - (1 - \omega^2 L_1 C)^2 E_r^2}{(\omega L_1)^2}} \dots (7)$$

となる。帰還を除いた場合の $I_0=0$ における出力電圧として、

$\theta_f=0$ に対して、

$$E_{01} = \frac{E_i}{\left| \frac{L_1}{L_2} + 1 - \omega^2 L_1 C \right|} \dots (8)$$

$\theta_f=\pi/2$ に対して、

$$E_{02} = \frac{E_i}{|1 - \omega^2 L_1 C|} \dots (9)$$

となる。また負荷短絡電流 I_{0M} は(5)式より、

(a) 巻線抵抗分がない場合とある場合の計算結果の比較
(a) Comparisons between calculated results with and without ohmic losses L_1 of Fig. 1.

(b) 図 6 (a) に対応した実験結果
(b) Experimental result corresponding to Fig. 6 (a).

図 6

Fig. 6.

図 7 帰還をかけた場合の負荷特性の説明
Fig. 7. Illustration of load characteristic with feedback.

$$I_{om} = \frac{E_i}{\omega L_1} \quad (10)$$

となる。(6)式より、 I_{o1} が実数であるとの条件より、

$$E_i/E_r \geq |(L_1/L_2) + 1 - \omega^2 L_1 C|$$

($E_i=45\text{ V}$, $L_1=0.1\text{ H}$, $L_2=0.13\text{ H}$, $C=36\text{ }\mu\text{F}$, $r_{l1}=5.5\text{ }\Omega$)

図 8 帰還をかけた場合の負荷特性

Fig. 8. Load characteristic with feedback.

が得られる。この条件を満たせば、負荷に対する定電圧範囲は I_{o1} と I_{o2} との間である。更に、共振条件

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_1 C}} \quad (11)$$

が満足される場合には、 I_{o2} と I_{om} は一致する。従って、広い定電圧範囲が保たれる。更に、 $I_{o1}=0$ であれば、定電圧範囲が最も広くなる。ここで $I_{o2}=I_{om}$, $I_{o1}=0$ の条件は(6)式から

$$E_r = \left(\frac{L_2}{L_1}\right) E_i \quad (12)$$

となる。図 8 に $\omega^2 L_1 C = 0.51$ の負荷特性の実験結果と(5)式による計算結果を示す。但し、 $r_{l1} = 5.5\text{ }\Omega$ の影響を考慮し、(2)式を用いて計算すれば点線のようになり、実験と計算はよりよく一致する。なお、共振条件(11)式が満足される場合には、(9)式により、 $E_{o2} = \infty$ 、負荷電流は一定となり、定電流特性が得られることが分る。

〈4.2〉 入出力特性 定電圧特性を与える入力電圧の最小値 E_{i1} および最大値 E_{i2} は次式のように得られる。

$$E_{i1} = E_r L_1 \sqrt{\left(\frac{1}{L_1} - C \omega^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{R}\right)^2} \quad (13)$$

$$E_{i2} = E_r L_1 \sqrt{\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} - C \omega^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{R}\right)^2} \quad (14)$$

入力電圧変化に対する定電圧範囲 ΔE は

$$\Delta E = E_{i2} - E_{i1} \quad (15)$$

となる。 ΔE の存在条件は(15)式で $\Delta E > 0$ から

$$C < \frac{1}{\omega^2} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{2L_2} \right) \quad (16)$$

図 9 帰還をかけた場合の入出力特性の説明
Fig. 9. Illustration of voltage characteristic with feedback.

図 10 帰還をかけた場合の入出力特性
Fig. 10. Voltage characteristic with feedback.

となる。 ΔE が存在する場合、 $\omega/R \ll 1/L_1 - C\omega^2$ であれば、

$$\Delta E \approx \left(\frac{L_1}{L_2}\right) E_r \quad (17)$$

になる。特に(11)式が満足される場合、

$$E_{i1} = \left(\frac{\omega L_1}{R}\right) E_r \quad (18)$$

であり、

$$\Delta E = E_r L_1 \left[\sqrt{\left(\frac{1}{L_2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{R}\right)^2} - \frac{\omega}{R} \right] \quad (19)$$

となる。また $\omega/R \ll 1/L_2$ の場合も(17)式が成立する。図 10 は入出力特性の計算並びに実験結果を示す。この場合、計算には(5)式を用いている。この図から、 $\theta_f = \pi/2$ および $\theta_f = 0$ の直線の間は制御できる範囲であり、基準電圧 E_r が高いほど、定電圧範囲が広くなり、しかも実験結果と解析結果は極めてよく

(a) $E_i = 50 \text{ V}$

(b) $E_i = 96 \text{ V}$

(c) $E_i = 126 \text{ V}$

図 11 図 10 で出力電圧 90 V に対する出力電圧の実測波形 (縦軸 50 V/div, 横軸 2 ms/div)

Fig. 11. Observed output voltage waveforms for output voltage of 90 V shown in Fig. 10 (Ver. 50 V/div, Hor. 2 ms/div)

一致していることが分る。ここでは、負荷抵抗が比較的大きい場合について、実験を行っており、このため、巻線抵抗が無視できることが分る。図 11 は図 10 において、出力電圧 90 V に対する実測波形であり、入力電圧 50 V, 96 V および 126 V の各場合を示している。

5. 跳躍現象

$|E_{o2}| < |E_{o1}|$ において、跳躍現象が現れる。跳躍現象の起こる条件としては(8), (9)式より、

$$|1 - \omega^2 L_1 C| > \left| 1 - \omega^2 L_1 C + \frac{L_1}{L_2} \right| \quad (20)$$

($E_i=67.5\text{ V}$, $L_1=184\text{ mH}$, $L_2=115\text{ mH}$, $C=142\text{ }\mu\text{F}$, $r_{11}=8\text{ }\Omega$)

図 12 跳躍現象の存在する負荷特性

Fig. 12. Jumping phenomenon in load characteristic.

が得られる。これから、

$$C > \frac{1}{\omega^2} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{2L_2} \right) \quad (21)$$

が得られ、これが成立するとき、跳躍現象が起こることは(16)式からも分る。(21)式を満足すれば、定電圧範囲が消滅し、出力電圧が基準電圧に達すれば、跳躍現象が起こる。図 12 は負荷特性における跳躍現象の計算と実験結果を示している。但し、計算には(2)式を用いた。図 13 は入出力特性における跳躍現象の計算と実験結果を示している。この場合、負荷抵抗は十分大きく、巻線抵抗 r_{11} の影響は現れていない。この二つの図から、計算と実験結果の間に良好な一致が得られることが分る。

6. 力 率

E_o が一定電圧 E_r に保たれる定電圧範囲内で、 L_1 の銅損だけを考慮し、複素量で表現した入力電圧、出力電圧をそれぞれ E_i 、 E_r とすれば、図 4 より、

$$E_i = \left[\left(1 - \omega^2 L_1 C + \frac{L_1}{L_{eq}} + \frac{\gamma_{11}}{R} \right) + j \left(\frac{\omega L_1}{R} + \omega C \gamma_{11} - \frac{\gamma_{11}}{\omega L_{eq}} \right) \right] E_r \quad (22)$$

また図 4 から、複素量で表現した入力電流 I_i は

$$I_i = \left[\frac{1}{R} + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L_{eq}} \right) \right] E_r \quad (23)$$

となる。 E_r に対する E_i の位相角 α は

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{\frac{\omega L_1}{R} + \omega C \gamma_{11} - \frac{\gamma_{11}}{\omega L_{eq}}}{1 - \omega^2 L_1 C + \frac{\gamma_{11}}{R} + \frac{L_1}{L_{eq}}} \quad (24)$$

となり、 E_r に対する I_i の位相角 β は

($L_1=184\text{ mH}$, $L_2=115\text{ mH}$, $C=142\text{ }\mu\text{F}$, $R=1.2\text{ K}\Omega$, $r_{11}=8\text{ }\Omega$)

図 13 跳躍現象の存在する入出力特性

Fig. 13. Jumping phenomenon in voltage characteristic.

$$\beta = \tan^{-1} R \left(\omega C - \frac{1}{\omega L_{eq}} \right) \quad (25)$$

となる。従って、力率 PF は

$$PF = \cos(\alpha - \beta) \quad (26)$$

また(22)式により、

$$\frac{E_i}{E_r} = \sqrt{\left(1 - \omega^2 L_1 C + \frac{L_1}{L_{eq}} + \frac{\gamma_{11}}{R} \right)^2 + \left(\frac{\omega L_1}{R} + \omega C \gamma_{11} - \frac{\gamma_{11}}{\omega L_{eq}} \right)^2} \quad (27)$$

となる。ここで、 ω 、 L_1 、 C 、 R 、 E_r が設定されれば、(27)式より、 L_{eq} が数値計算で得られ、これを(24)式と(25)式に代入することにより、力率 PF が(26)式から求められる。図 14 は上述のような力率の計算と実験結果を示す。参考までに、効率と電圧の実験結果並びに(2)式による電圧の計算結果を示してい

($L_1=0.1\text{ H}$, $L_2=0.112\text{ H}$, $C=71\text{ }\mu\text{F}$, $R=100\text{ }\Omega$, $r_{11}=5.5\text{ }\Omega$)

図 14 力率の例

Fig. 14. Comparison between the calculated and the experimental results of power factor.

る。この結果から、負荷抵抗が比較的小さく、巻線抵抗分による損失が大きい場合に、力率の計算結果は実験値とよく一致することが分る。負荷抵抗が大になると、全損失における鉄損の影響が無視できなくなり、鉄損発生機構を議論しなければならない。

7. む す び

トライアックで制御されるリアクトルを持つ共振形定電圧回路につき、出力波形を正弦波と仮定し、またトライアックとリアクトルの結合回路に流れる電流の高調波分を無視し、線形近似による解析を行なった。その結果、次の事が明らかになった。

(1) 入力電圧に対する出力定電圧範囲が解析的に求められ、出力電圧が高いほど、その範囲が広くなる。

(2) 負荷電流に対する出力定電圧範囲が解析により求められ、直列共振 $\omega^2 L_1 C = 1$ の場合、最も広い定電圧範囲が得られる。

(3) 負荷短絡に対する電流制限機構が判った。

(4) 跳躍現象の現れる条件が解析により、求められる。

(5) 力率の算定式が得られた。

なお、効率の算定並びに軽負荷における力率の解析には鉄損を考慮することが必要であり、この面に関しては稿を改めて報告したい。

(昭和 57 年 6 月 24 日受付, 同 57 年 9 月 7 日再受付)

文 献

- (1) H.P. Hart & R.J. Kakalec: "A New Feedback-Controlled Ferroresonant Regulator Employing A Unique Magnetic Component", *IEEE Trans. Magnetics* MAG-7,

Number 3, pp. 571 (1971)

- (2) R. Walk, R.J. Kakalec & J. Rootenberg: "An Analytic and Computer Study of the Jump Phenomenon in Ferroresonant Regulators", *ibid* pp. 574 (1971 年)

付 録

(1) 式の導出 図 2 に示した θ_f の変化範囲は 0 から $\pi/2$ までであるので、 i_x をフーリエ級数に展開すると、次のようになる。

$$i_x = \frac{\sqrt{2}E}{\omega L_2} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\theta \quad (n: \text{自然数}) \quad \dots\dots\dots (\text{付 } 1)$$

ここで

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_{\theta_f}^{\pi-\theta_f} (\sin \theta - \sin \theta_f) \sin n\theta d\theta \quad \dots\dots\dots (\text{付 } 2)$$

高調波成分を無視すれば

$$i_x \simeq \frac{\sqrt{2}E}{\omega L_2} b_1 \sin \theta = I_X \sin \theta \quad \dots\dots\dots (\text{付 } 3)$$

i_x の振幅 I_X は (付 2) 式で、 $n=1$ とおき、(付 3) 式から次式のように求められる。

$$I_X = \frac{\sqrt{2}E}{\omega L_2} \left(1 - \frac{\sin 2\theta_f + 2\theta_f}{\pi} \right) \quad \dots\dots (\text{付 } 4)$$

等価インダクタンス L_{eq} はこの式から次のように求められる。

$$L_{eq} = \frac{\sqrt{2}E}{\omega I_X} = \frac{L_2}{1 - \frac{\sin 2\theta_f + 2\theta_f}{\pi}} \quad \dots\dots\dots (\text{付 } 5)$$