UDC 621.311.16:519.862.7

論 文

58-B 32

カルマンフィルタによって更新される 線形回帰モデルを用いた数時間先行 電力負荷予測

正 員 中 村 政 俊 (佐賀大)

正 員 旗 崎 裕 章 (九州電力)

1. ま え が き

将来計画している有効電力制御方式では、前日に一日先行電力負荷予測⁽¹⁾を行ない、その予測値をもとに発電機の運用計画⁽²⁾を立てる。その際火力機の運転効率と起動停止を考慮して一日の全発電機運用経費の最小化を狙い、どの発電機をどの時間帯にいかに関与するかを決める。当日は15分程度の瞬時先行電力負荷予測⁽³⁾を行ない、その予測値をもとにLFC(負荷周波数制御)に最適制御⁽⁴⁾を施す。つまり瞬時先行電力負荷予測値に運用計画で選出された発電機出力の総和ができるだけうまく追従するように、発電機出力の最適制御を行なう。更に一日先行と瞬時先行の中間的な数時間先行電力負荷予測値をもとに、発電機運用の細部の計画や前日立てた運用計画の微細な修正を行なうことが実運用上では望まれる。

一方、現行の有効電力制御方式では、数時間先行電力負荷予測を人の勘にたよって行ない、この値をもとに火力機の起動停止経費は考慮せずに運転効率だけを考慮して運用計画を立てる。次に瞬時先行電力負荷予測値を一応の目安に、手動とLFCの組み合わせで有効電力制御を行なっている。つまり現行の有効電力制御の良否は数時間先行電力負荷予測いかに大きく左右される。以上述べたことからわかるように現行方式ではもちろんのこと、将来の有効電力制御方式においても、数時間先行電力負荷予測値を精度よく求めることの意義は大である。

先に提案した一日先行電力負荷予測方式⁽¹⁾では、電

力負荷の一日のうちの最高値と最低値はその日の気温と強い相関があることに着目して、最高最低負荷モデルを構成する。また、一日の最大負荷変動分に対する各時刻の負荷変動分の比は日々のばらつきが少いことに着目して、負荷比モデルを構成する。この二つのモデルを駆使し、気象台からの一日先の予想気温を用いて一日先行電力負荷予測値を求める。もう一方の瞬時先行電力負荷予測方式⁽³⁾では、一日の電力負荷曲線が日々似かよった形状を呈することに着目して、過去の日の同時刻の負荷を表わす対日モデルを構成する。また当日の時間的に変化する負荷を表わす対時間モデルを構成する。この両モデルを用いて15分先までの負荷変動分を予測し、この値と現時刻の負荷の和によって瞬時先行電力負荷予測値を求める。

今からの考察対象とする数時間先行電力負荷予測は瞬時先行電力負荷予測方式の先行時間を単に15分から数時間に延ばすことによって求めることも可能であるが、より精度の高い予測値を求めようとするならば、新たな数時間先行電力負荷予測方式を検討する必要がある。つまり予測精度の高い数時間先行電力負荷予測方式を確立するために、一日先行電力負荷予測方式では陽には用いなかった現時刻の電力負荷情報や瞬時先行電力負荷予測方式では用いなかった気温情報を取り入れることを考える。

本論文では、数時間先の負荷予測値を現時刻負荷と数時間先までの負荷変動分の和で表現し、その負荷変動分を現時刻負荷や気温を因子としてもつ線形回帰式で表わし、日々変化する線形回帰式の係数をカルマンフィルタ⁽⁶⁾で推定しつつ負荷予測値を求める数時間先行電力負荷予測方式について考察する。まず、負荷変動分の線形回帰式を特徴づける要因をAIC⁽⁵⁾の立場から検討する。次に線形回帰式の係数推定のために用いるカルマンフィルタの雑音分散決定に関して検討す

Several-hours-ahead Load Forecasting Using Linear Regression Model with Updating by Kalman Filter. By Masatoshi Nakamura, Member (Department of Electrical Engineering, Saga University) Hironori Hatazaki, Member (Kyushu Electric Power Co., Inc.)

中村政俊: 正員, 佐賀大学理工学部電気工学科教室
旗崎裕章: 正員, 九州電力株式会社

る。つまり、指数的重みつき最小二乗法を導き、この結果とカルマンフィルタとの対応からカルマンフィルタの定常ゲインと雑音分散との1対1対応関係式を導く。この関係式により、所望のカルマンフィルタの定常ゲインの値を与えるための雑音分散を定めることができる。

最後に九州電力と九州管内気象台のデータをもとに、本負荷予測方式の有効性を評価する。本負荷予測方式による負荷予測誤差の標準偏差は、今日の数時間先行電力負荷予測値は昨日の同時刻の電力負荷と同じという粗い予測の場合に比して1/3~1/2に減少し、瞬時先行電力負荷予測方式の先行時間を数時間に延ばした予測の場合に比しても1/2~2/3に減少することがわかる。

2. 数時間先行電力負荷予測方式

数時間先行電力負荷予測値を現時刻負荷と数時間先までの負荷変動分の和で表わす。その負荷変動分を線形回帰式で表わし、線形回帰式の係数をカルマンフィルタで推定しつつ負荷予測値を求める数時間先行電力負荷予測方式を検討する。

〈2・1〉 予測方式の基本方針 電力負荷の一日の経時変化を、土曜日、日曜日、月曜日、平日（月曜日を除外）と特殊日の五つのパターンに分類すると、各パターン内の電力負荷曲線は似かよった形状を呈する。本論文では平日の数時間先行電力負荷予測を行なうが、他のパターン内の電力負荷予測も同様な取り扱いが可能と考える。

平日パターン内の電力負荷曲線を細かく観察すると日ごとに变化している。その変動因子としては、気温、天候、四季などの気象的因子、経済的因子、社会的因子などが考えられるが、数時間先行電力負荷予測においては、現時刻の負荷と当日の気温の因子が特に重要であると思われる。

手元には1977年1年間の九州電力の15分ごとの電力負荷 $\{l_d(k), k=1, 2, \dots, 96; d \text{ 日 } k \text{ 時刻の負荷}, k=1 \text{ は } 0 \text{ 時}\}$ と九州管内気象台の3時間ごとの気温 $\{T_d(k); d \text{ 日 } k \text{ 時刻の九州各県の気温を各県の過去の電力負荷で荷重平均した値}^{(1)}\}$ と3時間先行気温予想値 $\{\hat{T}_d(k+p|k)\}$ を採取している。なおここでは便宜的に $\hat{T}_d(k+p|k)$ には $T_d(k+p)$ を代用している。ここでサンプル周期は15分としているので $p=12$ であり、また $T_d(k)$ と $\hat{T}_d(k+p|k)$ は共に3時間ごとに入手されるので、3時間の間は一定値を採用する。

数時間先行電力負荷予測方式の基本方針を示す。図

図 1 数時間先行電力負荷

Fig. 1. Several-hours-ahead load.

1に示すように、 d 日 $k+p$ 時刻の電力負荷 $l_d(k+p)$ を、現時刻の電力負荷 $l_d(k)$ と p 時刻間の負荷変動分 $y_d(k+p)$ の和

$$l_d(k+p) = l_d(k) + y_d(k+p), \quad k=1, 2, \dots, 96 \quad (1)$$

で表現する。従って、負荷変動分は

$$y_d(k+p) \equiv l_d(k+p) - l_d(k) \quad (2)$$

で定義される。15分ごとの各現時刻 k における $k+p$ 時刻の電力負荷予測値 $\hat{l}_d(k+p|k)$ を現時刻の電力負荷 $l_d(k)$ と負荷変動分予測値 $\hat{y}_d(k+p|k)$ の和

$$\hat{l}_d(k+p|k) = l_d(k) + \hat{y}_d(k+p|k) \quad (3)$$

によって求める。この $\hat{y}_d(k+p|k)$ を現時刻 k において手元にある $l_d(k)$, $T_d(k)$, $\hat{T}_d(k+p|k)$ などの情報によって探ることが今からの問題である。

〈2・2〉 負荷変動分モデルの解析 (2)式で定義した負荷変動分に対する数式モデルを作ること考える。負荷変動分 $y_d(k)$ を決定する因子として $l_d(k-p)$, $T_d(k-p)$, $T_d(k) - T_d(k-p)$ の三つ考え、これらの線形回帰式として

$$\begin{aligned} (a) \quad & y_d(k) = a^0 + v_d(k) \\ (b) \quad & y_d(k) = a^0 + a^1 l_d(k-p) + v_d(k) \\ (c) \quad & y_d(k) = a^0 + a^2 T_d(k-p) + v_d(k) \\ (d) \quad & y_d(k) = a^0 + a^3 \{T_d(k) - T_d(k-p)\} + v_d(k) \\ (e) \quad & y_d(k) = a^0 + a^1 l_d(k-p) + a^2 T_d(k-p) + v_d(k) \\ (f) \quad & y_d(k) = a^0 + a^1 l_d(k-p) + a^3 \{T_d(k) - T_d(k-p)\} + v_d(k) \\ (g) \quad & y_d(k) = a^0 + a^2 T_d(k-p) + a^3 \{T_d(k) - T_d(k-p)\} + v_d(k) \\ (h) \quad & y_d(k) = a^0 + a^1 l_d(k-p) + a^2 T_d(k-p) + a^3 \{T_d(k) - T_d(k-p)\} + v_d(k) \end{aligned} \quad (4)$$

なる八つの式を想定する。ここで、 a^0 , a^1 , a^2 , a^3 は

表 1 残差の標準偏差 $\sigma(k)$ と AIC
Table 1. Standard deviations of the residuals $\sigma(k)$ and AIC.

月	8 月								9 月							
	昼				夜				昼				夜			
	9		12		0		3		9		12		0		3	
	AIC $\sigma(k)$		AIC $\sigma(k)$		AIC $\sigma(k)$		AIC $\sigma(k)$		AIC $\sigma(k)$		AIC $\sigma(k)$		AIC $\sigma(k)$		AIC $\sigma(k)$	
AIC $\sigma(k)$ (MW)	1	<i>h</i> 138 75	<i>g</i> 142 95	<i>b</i> 135 79	<i>f</i> 125 52	<i>h</i> 75 41	<i>g</i> 90 103	<i>h</i> 74 38	<i>h</i> 58 16							
	2	<i>g</i> 140 88	<i>f</i> 144 98	<i>f</i> 136 77	<i>h</i> 126 52	<i>g</i> 76 48	<i>f</i> 90 104	<i>f</i> 76 48	<i>f</i> 59 19							
	3	<i>c</i> 162 196	<i>d</i> 144 105	<i>e</i> 137 78	<i>g</i> 127 57	<i>c</i> 91 126	<i>h</i> 91 103	<i>e</i> 76 50	<i>g</i> 61 21							
	4	<i>e</i> 164 195	<i>h</i> 144 94	<i>h</i> 138 76	<i>b</i> 128 62	<i>e</i> 93 123	<i>e</i> 93 123	<i>b</i> 79 65	<i>b</i> 61 24							
	5	<i>f</i> 168 224	<i>c</i> 157 163	<i>g</i> 140 88	<i>e</i> 130 62	<i>b</i> 96 168	<i>c</i> 93 137	<i>c</i> 86 98	<i>e</i> 62 23							
	6	<i>d</i> 169 241	<i>e</i> 158 156	<i>c</i> 141 96	<i>d</i> 134 77	<i>f</i> 98 166	<i>b</i> 95 156	<i>g</i> 87 91	<i>c</i> 65 29							
	7	<i>b</i> 169 248	<i>b</i> 160 179	<i>d</i> 158 170	<i>c</i> 136 82	<i>a</i> 108 357	<i>a</i> 99 224	<i>d</i> 95 154	<i>d</i> 91 125							
	8	<i>a</i> 170 274	<i>a</i> 162 204	<i>a</i> 164 222	<i>a</i> 146 120	<i>d</i> 109 345	<i>d</i> 100 210	<i>a</i> 95 178	<i>a</i> 91 143							
$\bar{y}_d(k)$ (MW)		2,202	351	-1,028	-1,001	1,834	154	-925	-862							

線形回帰係数で、 $v_d(k)$ は近似的に白色正規分布雑音と見なす。これらの各式を次式

$$y_d(k) = H_d(k)x(k) + v_d(k) \quad \dots\dots\dots (5)$$

によって統一的に表現する。ここで、 $H_d(k)$ は 1, $l_d(k-p)$, $T_d(k-p)$, $T_d(k)-T_d(k-p)$ なる要素の幾つかからなる $1 \times m$ 行列で m は要素の数を表わし、 $x(k)$ は a^0 , a^1 , a^2 , a^3 の幾つかからなる縦ベクトルである。

上記八つの線形回帰式による負荷変動分モデルの良否を調べるために、過去の N 日間のデータに基づいて、最小二乗法により各時刻 k ごとの $x(k)$ の推定値 $\hat{x}(k)$ と残差の標準偏差 $\sigma(k)$

$$\hat{x}(k) = \sum_{j=1}^N \{H_j(k)^T H_j(k)\}^{-1} \sum_{j=1}^N H_j(k)^T y_j(k) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\sigma(k) = \sqrt{\sum_{j=1}^N \{y_j(k) - H_j(k)\hat{x}(k)\}^2 / N} \quad \dots\dots\dots (7)$$

を求め、情報量規範 (AIC)⁽⁵⁾ を計算する。AIC は最尤法で求められた統計的モデルに関する悪さの尺度で、AIC の値が小さいほど良いモデルであることを意味する。いま、白色正規分布雑音が付加された線形回帰式という特殊な式に最小二乗法を適用して求めたモデルは最尤法の結果と一致して、このときの AIC は

$$\text{AIC} = N \log_e \{\sigma(k)\}^2 + 2m + c \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる⁽⁵⁾。ここで m は $x(k)$ の次数、 c は m に無関係な定数である。 m が大なるほど $\sigma(k)$ の値が小さくなるので (8) 式右辺の第 1 項は減少するが、その減少の割合がもし少ないときは第 2 項の $2m$ の値が大きい、AIC の値は大きくなる。つまり AIC は残差が同じ程度のモデルである場合には次数の低いモデルに良い評価を与えることになる。

以下実データに基づいてモデルの評価を行なう。表 1 には、8 月と 9 月の八つのモデルに関して (8) 式の定数項 c を 0 とおいて計算した AIC と $\sigma(k)$ を AIC の値が小さなものから順に示す。従って表の上段にあるモデルほど最小 AIC の意味で良いモデルであることを意味する。各モデルの $\sigma(k)$ に顕著な大小の差が認められる代表として、昼間は 9 時と 12 時の結果、夜間は 0 時と 3 時の結果を示す。最下段の $\bar{y}_d(k)$ は負荷変動分の 1 か月間の平均値である。

この表は昼間は (h) や (g) が、夜間は (h), (f) や (b) が最小 AIC の意味で良いモデルであることを示している。つまり負荷変動の要因は昼間は気温で、夜間は現時刻の電力負荷であることがわかる。更に表には示していないが線形回帰式の係数の推定値 $\hat{x}(k)$ は月ごとに変化している。以上の考察により、各時刻 k ごとの線形回帰式の係数を日々更新して、負荷変動分の予測値 $y_d(k+p|k)$ を探りつつ、数時間先行電力負荷予測値を求めていくことが望まれる。

〈2.3〉 予測アルゴリズム d 日 k 時刻に観測される負荷変動分 $y_d(k)$ を線形回帰式で表わし、(5) 式と同様に

$$y_d(k) = H_d(k)x_d(k) + \eta_d(k), \quad k=1, 2, \dots, 96 \quad \dots\dots\dots (9)$$

で表現する。但し線形回帰式の係数からなる m 次元状態変数 $x_d(k)$ は日々変化するものとして添字 d が付されている。この変化する $x_d(k)$ は

$$x_{d+1}(k) = x_d(k) + \xi_d(k), \quad k=1, 2, \dots, 96 \quad \dots\dots\dots (10)$$

で遷移するものとする。この (9) 式を状態観測式、(10) 式を状態遷移式と見なし、 $\eta_d(k)$ と $\xi_d(k)$ は平均値が 0 で分散と共分散行列がそれぞれ既知量の

$V_d(k)(>0)$ と $W_d(k)(\geq 0)$ である白色正規分布雑音と見なす。

この(9), (10)式にカルマンフィルタを適用すると、日々変化する線形回帰式の係数 $x_{d+1}(k)$ の予測値 $\hat{x}_{d+1|d}(k)$ は

$$\hat{x}_{d+1|d}(k) = \{I - K_d(k)H_d(k)\} \hat{x}_{d|d-1}(k) + K_d(k)y_d(k) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$C_{d+1|d}(k) = \{I - K_d(k)H_d(k)\} C_{d|d-1}(k) + W_d(k) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$K_d(k) = C_{d|d-1}(k)H_d(k)^T \{H_d(k)C_{d|d-1}(k) \times H_d(k)^T + V_d(k)\}^{-1} \quad \dots\dots\dots (13)$$

で求められる。ここで $C_{d+1|d}(k)$ は予測誤差共分散行列、 $K_d(k)$ はカルマンフィルタゲインである。この $\hat{x}_{d+1|d}(k)$ は翌日 $d+1$ 日の $k-p$ 時刻において、同日 k 時刻の電力負荷予測値 $\hat{l}_{d+1}(k|k-p)$ を求める際に用いる。以上が負荷変動分モデル更新の作業である。

次に数時間先行電力負荷予測の作業の説明に入る。前日の $k+p$ 時刻に得られている $\hat{x}_{d|d-1}(k+p)$ と現時刻において得られた $l_d(k)$, $T_d(k)$, $\hat{T}_d(k+p|k)$ をもって、負荷変動分の予測値

$$\hat{y}_d(k+p|k) = \hat{H}_d(k+p|k)\hat{x}_{d|d-1}(k+p) \quad \dots\dots\dots (14)$$

を求める。ここで $\hat{H}_d(k+p|k)$ は 1 , $l_d(k)$, $T_d(k)$, $\hat{T}_d(k+p|k) - T_d(k)$ の要素の幾つかからなる $1 \times m$ 行列である。換言すれば、 $\hat{H}_d(k+p|k)$ は $H_d(k+p)$ の中の $T_d(k+p)$ の代りにその予想値 $\hat{T}_d(k+p|k)$ を用いたものである。 p 時刻先行電力負荷予測値は(3)式に(14)式を代入して

$$\hat{l}_d(k+p|k) = l_d(k) + \hat{H}_d(k+p|k)\hat{x}_{d|d-1}(k)$$

図2 数時間先行電力負荷予測アルゴリズム

Fig. 2. Algorithm of several-hours-ahead load forecast.

$$+p) \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。以上のアルゴリズムを図2に示す。

3. カルマンフィルタの雑音分散の決定

系雑音と観測雑音の特性が把握できれば、(11), (12), (13)式のカルマンフィルタによって、数時間先行電力負荷予測が行なえる。しかし実際には雑音の同定は難しいことが多く⁽⁷⁾、もし、いい加減な同定によって決めた雑音分散の値を用いてカルマンフィルタを駆動すると、カルマンフィルタゲインが不適当な値となり、状態推定がまずくなる。そこで時間が十分に経過したときの(d が大)時不変系に対するカルマンフィルタの予測誤差共分散行列とカルマンフィルタゲインが定常値に落ち着いたときの定常的カルマンフィルタを考える。状態変数が一次元の場合にはこの定常的カルマンフィルタゲインと雑音分散との間には興味ある関係が見出され、この関係式を用いることによって、雑音の同定に関する問題点が回避できることを先に示した⁽³⁾。(9), (10)式の状態観測式と状態遷移式をみると状態変数が m 次元であるために先の興味ある関係式は直接には用いることができない。

本章では、指数的重みつき最小二乗法のアルゴリズムとカルマンフィルタとが対応づけられることを示し、その定常的対応関係を調べることによって、定常的カルマンフィルタゲインと雑音分散との関係式を導く。この結果は先の一次元の定常的カルマンフィルタゲインと雑音分散の関係式⁽³⁾の多次元への拡張となっている。従ってこの関係式を用いることによって、所望の定常的カルマンフィルタゲインを与える雑音分散を定めることができる。

〈3.1〉 指数的重みつき最小二乗法 (9), (10)

式を簡略化記号を用いて再記すると

$$y_d = H_d x_d + \eta_d \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$x_{d+1} = x_d + \xi_d \quad \dots\dots\dots (17)$$

である。ここで、 x_d は m 次元状態変数、 y_d はスカラー観測値、 H_d は $1 \times m$ の観測行列、 η_d と ξ_d は互いに無相関の白色正規分布雑音で、平均値は0、分散および共分散行列はそれぞれ $V_d(>0)$, $W_d(\geq 0)$ とする。なお観測行列 H_d には、(16), (17)式の系が可観測であるための条件と等価な持続的励振条件⁽⁸⁾つまり次の行列の正則性

$$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N H_j^T H_j > 0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

が課せられるものとする。

(16), (17)式に対するカルマンフィルタゲイン

K_d と H_d との積 $K_d H_d$ の正則性は保証されない
ので、状態変数が一次元の場合のように直接的には、
定常的カルマンフィルタゲインと雑音分散との関係式
を導くことができない。従って、指数的重みつき最小
二乗法のアルゴリズムの介在を要する。

(16), (17) 式の系に対する最小二乗法のアルゴリ
ズムを導くために、二乗規範

$$J = \rho \sum_{j=1}^d \lambda^{d-j} (y_j - H_j x)^2 \quad \dots\dots\dots (19)$$

を設ける。ここで、 ρ は任意の正の定数でこの値のい
かんは最終的な x の解には影響しない。また λ は
 $0 < \lambda \leq 1$ $\dots\dots\dots (20)$

を満たす指数で、 λ の値いかんで新しいデータと古いデ
ータとの相対的な重視の度合いが変わるものである。こ
こで注意すべき点は、(17) 式の系雑音の状態推定値に
対する影響を指数 λ を導入することによって処理しよ
うとする点である。この指数 λ を用いた (19) 式の指数
的重みつき二乗規範を設けることにより、最終的には
最小二乗法とカルマンフィルタとの対応付けに成功し
ている。

二乗規範を最小にする解は (19) 式の導関数の停留点
を与える条件

$$dJ/dx = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

から導かれ、その解は

$$\hat{x} = \left(\rho \sum_{j=1}^d \lambda^{d-j} H_j^T H_j \right)^{-1} \rho \sum_{j=1}^d \lambda^{d-j} H_j^T y_j \quad \dots\dots\dots (22)$$

となる。この式を逐次アルゴリズム、即ち新しい状態
観測値 y_i を入手するごとに状態推定値 $\hat{x}$ が更新さ
れる繰返し式に変形する。(22) 式の $\hat{x}$ が d 個の状態
観測値による解であることを明確に記するために

$$\hat{x}_{d+1|d} = C_{d+1|d} u_d \quad \dots\dots\dots (23)$$

と書き直す。ここで

$$C_{d+1|d} = \left(\rho \sum_{j=1}^d \lambda^{d-j} H_j^T H_j \right)^{-1} \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$u_d = \rho \sum_{j=1}^d \lambda^{d-j} H_j^T y_j \quad \dots\dots\dots (25)$$

である。(24) 式を逐次式に直すと

$$C_{d+1|d}^{-1} = \lambda C_{d|d-1}^{-1} + \rho H_d^T H_d \quad \dots\dots\dots (26)$$

となる。(26) 式の逆行列をとりその右辺に matrix
inversion lemma⁽¹⁰⁾ $(A - B D^{-1} C)^{-1} = A^{-1} + A^{-1} B (D$
 $- C^{-1} A B)^{-1} C A^{-1}$ を適用する。ここで A と D は
正則行列であり、各 A, B, C, D に

$-\left(\frac{1}{\lambda} C_{d|d-1}\right)^{-1}$, H_d^T , H_d , $-\frac{1}{\rho} I$ を対応させると
次式

$$C_{d+1|d} = \frac{1}{\lambda} (I - K_d H_d) C_{d|d-1} \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$K_d = C_{d|d-1} H_d^T \left(H_d C_{d|d-1} H_d^T + \frac{\lambda}{\rho} I \right)^{-1} \quad \dots\dots\dots (28)$$

を得る。一方、(25) 式の u_d を逐次式に直すと

$$u_d = \lambda u_{d-1} + \rho H_d^T y_d \quad \dots\dots\dots (29)$$

となる。いま求めた (27) 式と (29) 式を元の (23) 式に代
入して整理すると

$$\hat{x}_{d+1|d} = (I - K_d H_d) \hat{x}_{d|d-1} + K_d y_d \quad \dots\dots\dots (30)$$

なる繰返し式を得る。上式の導出においては、(28) 式
を用いて導いた関係式

$$\frac{\rho}{\lambda} (I - K_d H_d) C_{d|d-1} H_d^T = K_d \quad \dots\dots\dots (31)$$

を用いている。いま導いた (30), (27), (28) 式が指数
的重みつき最小二乗法の逐次アルゴリズムである。

このアルゴリズムの定常的性質について検討を加え
る。 H_j が (18) 式の持続的励振条件を満たし、かつエル
ゴード的であると仮定すれば

$$E H_j^T H_j = S_H > 0 \quad \dots\dots\dots (32)$$

となり、アルゴリズムの平均的意味の定常値を求め
ることができる。(24) 式の逆行列 $C_{d+1|d-1}$ の期待値に
級数計算を施して、(32) 式を用いれば

$$\lim_{d \rightarrow \infty} E C_{d+1|d}^{-1} = \lim_{d \rightarrow \infty} E C_{d|d-1}^{-1} = \frac{\rho}{1 - \lambda} S_H \quad \dots\dots\dots (33)$$

を得る。(27) 式に逆行列をとった右辺を

$E(I - K_d H_d)^{-1}$ と $E C_{d|d-1}^{-1}$ のまわりでテーラー
展開して零次近似する。両辺に期待値をとって $d \rightarrow \infty$
にしたものに (33) 式を代入すると

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \{E(I - K_d H_d)^{-1}\}^{-1} = \lambda I \quad \dots\dots\dots (34)$$

を得る。この (34) 式を以後記号的に

$$I - K_d H_d \rightarrow \lambda I \quad \dots\dots\dots (35)$$

と書き、平均的に収束すると言う。

〈3・2〉 雑音分散決定 (30), (27), (28) 式の指数
的重みつき最小二乗法の逐次アルゴリズムと、添字 k
を省略して記号を簡略化した (11), (12), (13) 式のカル
マンフィルタとを対比すると非常に似かよっている。

いま等式関係

$$V_d = \frac{\lambda}{\rho} \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$W_d = \frac{1 - \lambda}{\lambda} (I - K_d H_d) C_{d|d-1} \quad \dots\dots\dots (37)$$

を設けると、カルマンフィルタと最小二乗法は完全に

一致する。系雑音 $W_d=0$ の場合のカルマンフィルタと指数 $\lambda=1$ の最小二乗法との関係は過去の多くの文献⁽⁹⁾に示されているが、ここで導いた(36), (37)式の対応関係は先のカルマンフィルタと最小二乗法の対応関係⁽⁹⁾の拡張になっている。

カルマンフィルタの定常的性質をみるために、 V_d , W_d , S_H が一定であると仮定し、(36), (37), (33)式に(35)式の平均的収束値を代入すると

$$V = \frac{\lambda}{\rho} \dots\dots\dots (38)$$

$$W \rightarrow \frac{(1-\lambda)^2}{\lambda} V S_H^{-1} \dots\dots\dots (39)$$

$$C_s \rightarrow \frac{1-\lambda}{\lambda} V S_H^{-1} \dots\dots\dots (40)$$

を得る。ここで C_s は定常的予測誤差共分散行列である。

この(38)式と(39)式中の $\rightarrow$ を等号に置き換えた式は定常的カルマンフィルタゲインと雑音分散の間の重要な関係式で、所望の指数 λ の値を与えることによって W と V が定まる。つまり、所望の λ の値を(20)式の範囲で与えて、(38), (39)式を満足するように W と V を決めれば、カルマンフィルタの $I-K_d H_d$ の値は d の増大に伴って平均的に λI に収束する。更にもし W と V を(38), (39)式に従って決めた上に先験的予測誤差共分散行列 $C_{1,0}$ として(40)式の C_s を用いれば、カルマンフィルタゲインの値は $d=1$ の最初から平均的に λI である。そこで記号を簡略化したカルマンフィルタ(11)式なる予測式の定常特性をみると、予測値 $\hat{x}_{d+1|d}$ は古い情報 $\hat{x}_{d|d-1}$ を λI の割合で、新しい観測値 y_d に関する情報を $I-\lambda I$ ($\rightarrow K_d H_d$) の割合で取り入れて構成されている。このように λ はカルマンフィルタの定常特性を顕著に表わしているの、実用上 λ を指定して W と V を決める本方法は有用である。

なお、上式中の S_H は実際には事前の N 個のデータから

$$S_H = \sum_{j=1-N}^0 H_j^T H_j / N \dots\dots\dots (41)$$

によって求めておけばよい。

4. 電力負荷予測方式の評価

1977年の九州電力と九州管内気象台のデータを基に、前章(38), (39)式の関係式によってカルマンフィルタの雑音分散を定め、第2章で示したカルマンフィルタによって更新される線形回帰モデルを用いた数時間先行電力負荷予測方式を評価する。

d 日 k 時刻の予測誤差は、 $k+p$ を k に置き換えた(1), (3)式から

$$e_d(k) = l_d(k) - \hat{l}_d(k|k-p) \dots\dots\dots (42)$$

によって求められる。電力負荷予測の良否の評価は、各時刻 k ごとの1か月間の予測誤差の標準偏差

$$\varepsilon(k) = \sqrt{\sum_{j=1}^N \{e_j(k)\}^2 / N} \dots\dots\dots (43)$$

と上記予測誤差の1日平均値の標準偏差

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\sum_{k=1}^{96} \sum_{j=1}^N \{e_j(k)\}^2 / 96 N} \dots\dots\dots (44)$$

によって行なう。

(1) 各時刻 k ごとの負荷変動モデルの評価

カルマンフィルタの先験値 $\hat{x}_{1,0}(k)$ と(41)式の S_H は7月のデータを用いて求め、雑音分散 V , W と先験予測分散 $C_{1,0}$ はそれぞれ(38), (39), (40)式から計算する。表2には、8, 9月における八つのそれぞれの線形回帰式を採用したときの $\varepsilon(k)$ をその値が小さなものから順に示している。そこで $\lambda=0.8$ に選んでいる。

各線形回帰式の良否に関して、表1と表2を対比すると、負荷変動分のデータ解析の際の残差 $\sigma(k)$ と実際の3時間先行電力負荷予測の際の予測誤差 $\varepsilon(k)$ とには同じような傾向がみられる。つまり昼間は (h) や (b) 、夜間は (h) , (f) や (b) のモデルが良いことがわかる。従って、いずれの時間帯においても有効な線形回帰式を唯一つ定めるとするならば、 $l_d(k-p)$, $T_d(k-p)$ と $T_d(k)-T_d(k-p)$ を要因としてもつ (h) のモデルが好ましいと思われる。

(2) 本方式と在来方式との比較 上記と同じ条件の下で1日平均予測誤差の標準偏差 $\bar{\varepsilon}$ を表3に示す。(o)モデルは今日の3時間先行電力負荷予測値は昨日の同時刻の電力負荷と同じであるという粗い予測

表2 予測誤差の標準偏差 $\varepsilon(k)$

Table 2. Standard deviations of the errors of the forecast $\varepsilon(k)$.

誤差	時間	8 月				9 月			
		昼		夜		昼		夜	
		9	12	0	3	9	12	0	3
$\varepsilon(k)$ (MW)	1	g 125	g 108	f 100	g 67	g 91	g 157	e 76	e 33
	2	h 129	h 115	b 100	f 68	h 93	e 161	b 79	b 36
	3	c 199	f 115	e 105	h 68	e 199	h 164	f 82	h 47
	4	e 214	d 118	h 105	b 73	c 199	f 176	h 85	c 47
	5	f 223	c 186	g 122	e 74	b 269	c 179	g 126	f 48
	6	b 238	e 191	c 129	d 82	f 358	b 213	c 134	g 78
	7	d 241	b 199	d 188	c 89	a 358	a 235	a 183	a 141
	8	a 242	a 219	a 208	a 108	d 419	d 248	d 236	d 164

表 3 本方式と在来方式の比較

Table 3. Comparison of our scheme with others.

月		8 月			9 月		
		$\bar{\varepsilon}$	* / o	* / a	$\bar{\varepsilon}$	* / o	* / a
$\bar{\varepsilon}$ (MW)	o	280	100	161	394	100	187
	a	174	62	100	210	53	100
$\bar{\varepsilon} / \bar{\varepsilon} \times 100$ (%)	b	154	55	88	157	40	75
	g	124	44	71	124	31	59
	h	121	43	69	110	28	52

方式を示し、(a)モデルによる結果は瞬時先行電力負荷予測方式の先行時間を数時間に延ばした予測結果と大体同じものと見ることができる。*/o と */a の欄には、(o)モデルの $\bar{\varepsilon}$ および (a)モデルの $\bar{\varepsilon}$ に対する各(o), (a), (b), (g), (h)モデルの $\bar{\varepsilon}$ の比のパーセント表示を示す。好ましい (h) モデルの予測誤差の標準偏差は (o)モデルに比して 1/3~1/2 に減少し、(a)モデルに比しても 1/2~2/3 に減少していることがわかる。

(3) 指数 λ の負荷予測への影響 今までは $\lambda = 0.8$ としていた。 λ の値を 1, 0.8, 0.5, 0.2 と変化させ、それ以外の条件はすべて上記と全く同一に保った場合の $\bar{\varepsilon}$ の値を表 4 に示す。この表から、大抵いづれのモデルにおいても $\lambda = 0.8$ の場合が、最も予測精度が高いことがわかる。 λ の値が 0.8 とは、状態観測値を一つ入手して状態推定値を更新するとき、過去の状態推定値情報を 8 割保持し、新しい状態観測値情報を 2 割取り入れることを意味している。

(4) 各月ごとの本方式の評価 今までは夏季の数時間先行電力負荷予測の評価を行ってきたが、他の季節における本方式の評価を行なう。1 月のデータを用いて $\hat{x}_{110}(k)$ を計算する。今回は定常的カルマンフィルタと等価な前章で導いた (30), (27), (28) 式の指数的重みつき最小二乗法の逐次アルゴリズムを使用し、 $\lambda = 0.8$ とする。

表 5 には 2 月から 12 月までの $\bar{\varepsilon}$ を示す。夏季以外の季節においては、日々の負荷変化や各時刻の負荷変動が少ないために、一般に数時間先行電力負荷予測は容易である。表 5 の $\bar{\varepsilon}$ の値をみるとわかるように、夏季以外では夏季に比して、すべての $\bar{\varepsilon}$ の値は相対的に小さく、負荷変動モデルの良否の差は余り顕著ではない。しかし (h) モデルは大抵いつの季節でも良いモデルであることもわかる。

(5) カルマンフィルタと指数的重みつき最小二乗法 表 5 における 8, 9 月の $\bar{\varepsilon}$ と表 4 における $\lambda = 0.8$ の欄の $\bar{\varepsilon}$ の値を比較すると、両者の値はほぼ一

表 4 指数 λ の負荷予測への影響Table 4. Effect of the index λ on the load forecast.

月		8 月				9 月			
λ		1	0.8	0.5	0.2	1	0.8	0.5	0.2
$\bar{\varepsilon}$ (MW)	a	188	174	171	176	308	210	192	202
	b	162	154	161	171	242	157	171	193
	c	163	151	158	171	230	144	187	226
	d	164	152	162	177	332	241	227	239
	e	165	152	159	169	260	136	175	203
	f	148	136	144	156	255	177	187	201
	g	138	124	136	152	213	124	141	159
	h	140	121	130	140	218	110	130	143
	o	280				394			

表 5 各月ごとの電力負荷予測

Table 5. Load forecast on each month.

月		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\bar{\varepsilon}$ (MW)	a	98	122	125	98	123	179	172	211	134	113	102
	b	92	117	107	98	116	149	158	153	102	110	94
	c	102	124	133	91	100	141	151	145	103	127	100
	d	100	120	126	94	125	180	153	237	146	113	103
	e	101	118	119	93	97	143	154	136	97	111	90
	f	91	121	106	98	115	147	139	172	106	111	94
	g	106	123	139	90	102	127	124	130	97	117	102
	h	96	121	119	93	98	127	122	115	93	109	92
	o	124	213	157	164	155	277	280	394	138	127	117

致している。つまり定常的カルマンフィルタと指数的重みつき最小二乗法の逐次アルゴリズムによる推定結果は殆んど変りない。従って、今の段階において実際問題では (38), (39), (40) 式を考慮してカルマンフィルタを使用しても、指数的重みつき最小二乗法の逐次アルゴリズムを使用しても、いづれでもよいと思われる。しかし雑音分散に関する他の有効な情報が入手可能な場合には、その情報を用いつつかつ (38), (39), (40) 式の関係式を参考にして雑音分散を決定し、カルマンフィルタを使用することが望ましいと思われる。

5. む す び

本論文では、カルマンフィルタによる数時間先行電力負荷予測方式の提案と、カルマンフィルタの雑音分散の決定方法の考察と、実データに基づく本方式の評価を行なった。

本方式は、数時間先行電力負荷予測値を現時刻負荷と数時間先までの負荷変動分の和で表現し、その負荷変動分を線形回帰式で表わし、日々変化する線形回帰式の係数をカルマンフィルタで推定しつつ負荷予測値を求めていくものである。

カルマンフィルタの雑音分散の決定に有用なカルマンフィルタの定常ゲインと雑音分散との関係式を導い

ている。その際、系雑音を含む系の最小二乗法の導出において指数的重みつき二乗規範を設けると、最小二乗法とカルマンフィルタとの対応付けがうまくできて、上述の有用な関係式の導出ができた。

本負荷予測方式を実データに基づいて評価した結果次の点が明らかになった。(1) 負荷変動分は $l_a(k-p)$, $T_a(k-p)$ と $T_a(k) - T_a(k-p)$ を要因としてもつ線形回帰式のモデルが好ましい。(2) 本方式の電力負荷予測精度は高く、在来方式に比して予測誤差の標準偏差が $1/3 \sim 2/3$ に減少している。(3) 指数 $\lambda(\lambda I \rightarrow I - K_a H_a)$ の値は 0.8 が良い。(4) 本方式は夏季にとくに有用であるが、電力負荷予測が比較的容易な他の季節においてももちろん使用できる。

最後に、佐賀大学電子計算センター FACOM M 150F による計算に協力頂いた、本学卒論学生（現在九州電力勤務）の占部正朗君に感謝の意を表す。

(昭和 57 年 7 月 12 日受付)

文 献

- (1) M. Nakamura, S. Tahara & H. Hatazaki: "One-day-ahead load forecasting by Kalman filter using atmospheric temperature information", *Control science & technology for the progress of society*, IFAC, Pergamon, 6, 3067 (1981)
- (2) 旗崎・中村: 「火力発電機運用計画策定時の計算時間の短縮手法」電学論 B 101, 511 (昭 56-9)
- (3) 中村・旗崎: 「カルマンフィルタによる対日情報を取り入れた瞬時電力負荷予測について」電学論 B 95, 391 (昭 50-8)
- (4) 中村・旗崎: 「最適制御理論を用いた自動周波数制御の新方式」電学論 B 97, 394 (昭 52-7)
- (5) 赤池: 「情報量規準 AIC とは何か」数理科学 153, 5 (昭 51)
- (6) R.E. Kalman: "A new approach to linear filtering and prediction problems", *Trans. ASME*, 82 D, 35 (1960)
- (7) 西村: 「カルマンフィルタと宇宙システム」SICE 学術講演会 20, 717 (昭 56)
- (8) 相良・秋月・中溝・片山: 「システム同定」計測自動制御学会 (昭 55)
- (9) 中溝: 「線形離散時間システムの同定手法 I. 最小 2 乗法による推定」システムと制御 25, 8, 476 (昭 56)
- (10) 児玉・須田: 「システム制御のためのマトリクス理論」計測自動制御学会 (昭 53)