交番トルク電動機のスウィング特性

正員 榎園 正人 (大分大)

正員 桑原 克己 (大分大)

正員 矢野 隆 (大分大)

1. ま え が き

交番トルク電動機とは固定子および回転子巻線が共に単相の電動機に、わずかに周波数の異なる単相電圧を共給すると、両電圧の周波数の2倍の振動性トルクが生じる⁽¹⁾。その結果、この振動性トルクによって回転子の回転方向が交互に変化するスウィング運動が現われる。このスウィング運動時の周期は固定子および回転子供給電圧の周波数の差によって自由に変えることができる特徴がある。

さきに著者の一人である矢野は、一般回転機のテンソル解析手法を用いた基礎理論から、交番トルク発生に至る交番トルク電動機を提示した⁽²⁾。しかしながら、この報告では、スウィング現象の発生機構や、スウィング特性に及ぼす各種パラメータの影響などについて述べていない。更に、実機を製作するうえで必要な慣性モーメントや制動係数についても、スウィング特性との関係を明らかにしておく必要があると思われる。

そこで今回は具体的に供試機について、スウィング現象の発生機構や、スウィング運動時におけるスウィング角に及ぼす各種パラメータの影響を調べ検討することにした。その際、この電動機の動作は従来の電動機と比較すると全く異質であるため、電動機のスウィング特性に関する解析は、従来発表された多くの電動機の一般解析方法⁽²⁾とは全く異ってくる。そこで本論文では、瞬時におけるスウィング運動を記述する電気機械結合系における微分方程式⁽³⁾をたて、直接解くことによって、コンピュータシミュレーションから検討

を行なうことにした。併せて、有限要素法解析によりスウィング運動を引き起こす鉄心内部の磁束流の挙動を解明し、スウィング現象の発生機構の検討を行なった。

2. スウィング現象の発生機構

交番トルク電動機として、実験に用いた突極形単相動カシンクロ電機 (0.1kW) を供試機に用い、図1のように固定子および回転子巻線をいずれも単相巻線とした。そのおもな理由は電動機の非同期トルクを零として低い振動周波数の振動トルクを利用するためである。固定子および回転子の二つの巻線に近接した2種類の周波数電圧をそれぞれ供給すると、電動機の回転子は供給した周波数差の周波数で動作して左右にスウィング運動が現われる。

いま固定子巻線の自己インダクタンスを $L_s(\theta)$ 、固定子および回転子巻線間の相互インダクタンスを $L_{sr}(\theta)$ 、回転子巻線の自己インダクタンスを L_r とすれば、 L_r の回転子回転角 θ に対して変化しない。 θ は図のようにスウィング中心軸からの角度で反時計方向

図1 交番トルク電動機のモデル図

Fig. 1. Model of the motor producing alternating torque.

Swing Characteristics of Motor Producing Alternating Torque.
By Masato Enokizono, Member, Katumi Kuwahara, Member,
& Takashi Yano, Member (Faculty of Engineering, Oita
University).

榎園正人: 正員, 大分大学工学部
桑原克己: 正員, 大分大学工学部
矢野 隆: 正員, 大分大学工学部

を正にとる。すると、 $L_s(\theta)$ および $L_{sr}(\theta)$ は回転子の位置を表わす θ に依存し、次式で表わすことができる。

$$L_s(\theta) = L_0 - L_2 \cos 2\theta - L_4 \cos 4\theta - \dots$$

$$\approx L_0 - L_2 \cos 2\theta \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$L_{sr}(\theta) = M_1 \sin \theta + M_3 \sin 3\theta + M_5 \sin 5\theta + \dots$$

$$\approx M_1 \sin \theta \quad \dots\dots\dots (2)$$

L_0 は平滑エアギャップの影響を、 L_2 の突極性のために周期的に変化しているエアギャップの影響を表わす。また、 M_1 は基本波成分を表わす。

(1) 式および (2) 式の $L_s(\theta)$ および $L_{sr}(\theta)$ の θ に対する供試機の実測値を図 2 に示す。図から、上式 (1), (2) に対しほぼ近似的に一致していることが確かめられる。

以下に本論文で扱う主な記号の諸量を示す。

R_s : 固定子巻線抵抗 (Ω)

R_r : 回転子巻線抵抗 (Ω)

J : 電動機回転子の慣性モーメント ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)

B : 電動機の回転制動係数 ($\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$)

T : トルク ($\text{kg}\cdot\text{m}$)

V_s : 固定子電圧 (V)

V_r : 回転子電圧 (V)

f_s : 固定子電圧周波数 (Hz)

f_r : 回転子電圧周波数 (Hz)

φ_s, φ_r : 各電圧の位相角 (度)

θ : スウィング角 (度)

表 1 は使用した電動機の定数を示す。

交番トルク電動機の電源端子側からみた電圧方程式は、

$$\sqrt{2} V_s \sin(\omega_s t + \varphi_s)$$

$$= R_s i_s + \frac{d}{dt} \{ L_s(\theta) i_s + L_{sr}(\theta) i_r \}$$

$$\quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\sqrt{2} V_r \sin(\omega_r t + \varphi_r)$$

$$= R_r i_r + \frac{d}{dt} \{ L_r i_r + L_{sr}(\theta) i_s \} \quad \dots (4)$$

但し、 $\omega_s = 2\pi f_s$, $\omega_r = 2\pi f_r$

となる。他方、電動機に電源側から供給される電氣的エネルギーは、内部で磁氣的エネルギー W_m (7) 式として蓄えられる⁽³⁾。

$$W_m = \frac{1}{2} L_s(\theta) i_s^2 + L_{sr}(\theta) i_s i_r + \frac{1}{2} L_r i_r^2$$

$$\quad \dots\dots\dots (5)$$

従って、電動機に発生するトルクとの関係は

図 2 インダクタンスと回転角の関係

Fig. 2. Relationship between inductance and rotor angle.

表 1 電動機の定数

Table 1. Constant of motor.

L_0 (H)	L_2 (H)	M_1 (H)	R_s (Ω)	R_r (Ω)	L_r (H)	B	J
0.01	0.0026	0.028	0.5	2.3	0.069	0.02	0.0012

$$T_m = \frac{\partial W_m}{\partial \theta} = L_2 i_s^2 \sin \theta + M_1 i_s i_r \cos \theta$$

$$\quad \dots\dots\dots (6)$$

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt}$$

$$= T_m = L_2 i_s^2 \sin 2\theta + M_1 i_s i_r \cos \theta$$

$$\quad \dots\dots\dots (7)$$

と書ける。

(3), (4) および (7) 式の方程式を $f_s = 60 \text{ Hz}$, $f_r = 58 \text{ Hz}$, $V_r = 60 \text{ V}$, $V_s = 10 \text{ V}$ の条件下で、ルンゲクッタ法で数値解析し、 i_r, i_s, T_m および θ のシミュレーションを図 3(a) に示す。これは $\varphi_s = \varphi_r = 0$ の場合を示している。そして最初に回転子の縦軸をスウィング中心軸 ($\theta = 0$) に固定し、時刻 $t = 0$ で放したときのスウィング運動を示している。従って、運動は過渡状態を経て、定常状態に至り、2~3 秒後には f_s と f_r の差である 2 Hz の周波数でスウィング運動する。スウィング中心軸と固定子側磁軸は 90 度の角をなしているため、 V_s および V_r を加えた状態で回転子を放すと、トルクは $+\theta$ 方向に働き回転子はその方向へ動く。

次に回転子が $+\theta$ 方向に動き角度が増加していく

図 3

Fig. 3.

と、今度はトルクは $-\theta$ 方向へ働くようになる。トルク波形は $f_s + f_r$ の周波数で $|f_s - f_r|$ の振幅変調を受けている。従って、スウィング運動はトルクの $1/|f_s - f_r|$ 間の平均値が有効に利用され、その包絡線は $|f_s - f_r|$ の脈動トルクとなって電動機に交番トルクを発生する。回転子がこのようなトルクを受けてスウィング運動するため、 $L_s(\theta)$ および $L_r(\theta)$ がそれに伴って変化するので i_s および i_r も同様に振幅変調を受けている。

図 3(b) は、シミュレーション結果と同一条件下での実測結果である。なお、トルク変換器が両方向同特性でないため対称波形が得られていないが、 i_s , i_r および θ はシミュレーション結果とほぼ良い一致を示しており、この解析方法の妥当性を示唆しているであろう。従って、この解析方法を使用して、スウィング特性を以下に検討することとした。

3. スウィング特性

〈3・1〉 励磁電圧の影響 交番トルク電動機のスウィング最大角 θ_m は、 V_s および V_r によって変化

図 4 スウィング最大角と固定子電圧の関係 (周波数一定)

Fig. 4. Relationship between swing angle and stator voltage (at constant frequency).

することが予想できる。そこで $f_s = 60\text{Hz}$ および $f_r = 58\text{Hz}$ を一定にして、 V_r をパラメータとする $\theta_m - V_s$ 特性を図 4 に示す。これより θ_m は V_s の増加に

図 5 スウィング最大角と回転子電圧の関係 (周波数一定)

Fig. 5. Relationship between swing angle and rotor voltage (at constant frequency).

伴ってほぼ直線的に増加する。そしてその傾きは V_r の増加とともに減少している。図中の実線は、(3)、(4)および(7)式を θ について、数値計算して刻々の θ 変化から、そのスウィング最大角を求めた結果である。この計算値と実験値は V_r が 50V から 60V の間では良い一致を示している。しかし V_r が 80V になると、両者のずれが大きくなっている。これは回転子鉄心が磁気飽和領域に達し、電流波形にひずみが生じたための影響である。

次に、 V_r の影響を調べるため V_s をパラメータとして θ - V_r 特性を図 5 に示す。これより θ は V_r の増加とともに単調に減少していき、 V_r が 70V 以上から鉄心の磁気飽和の影響が表われてくるのがわかる。

そこで、まず最初にこの θ_m と V_s および V_r の関係が、電動機鉄心内部でどのようなスウィング現象を生じる磁束流の挙動を引き起こしているかを調べるため、ニュートンラプソン法による有限要素法解析⁽⁴⁾によって検討した。

図 6(a) はその一例である。これによると固定子側のつくる磁界の影響は小さく、ほとんど回転子側のそれで、鉄心内部の磁束分布が定まっている。そこで、この解析が実際の供試機の磁束分布を表わしているかを判断するため、図中の各番号 (1~18) 位置の歯部にさぐりコイルを 10 回巻いて、その出力を積分し、デジタルメモリスコープによってその瞬時波形を同時記録し比較検討した。同図(b)はその結果で、両者はほぼ良い一致を示しているといってよい。従って、交番トルク電動機がスウィング運動しているときの内部磁束分布は、有限要素法解析によって瞬時の磁束流の挙動を表わすことができる。そこで、わかりやすくする

$$I_s = 1.0 \times 10^6 \cos(8\pi) \text{ A/m}^2$$

$$I_r = 1.0 \times 10^6 \cos(8\pi \times 58/60) \text{ A/m}^2$$

(a) 有限要素法による磁束分布
(a) Flux distribution by finite element method.

(b) 計算値と実験値の比較
(b) Comparison of calculated and measured values.

図 6

Fig. 6.

ために、回転子をスウィング中心軸に固定 ($\theta=0$) したときの各電流値における磁束分布を検討した。

図 7 は電流密度 $I_s = 1 \times 10^6 \cos(2\pi f_s t) \text{ A/m}^2$, $f_s = 60 \text{ Hz}$ および $I_r = 1 \times 10^6 \cos(2\pi f_r t) \text{ A/m}^2$, $f_r = 58 \text{ Hz}$ の場合における各電流値 (a)~(f) 図までの瞬時の磁束分布を示す。固定子巻線電流を一定にして、回転子巻線電流を (a)→(b)→(c)→(d)→(e)→(f) 図と変化させると、鉄心内部の磁束分布は図のように変化する。(a) 図では磁束が回転子の中心軸からわずく左方向に集中し、このときトルクは同方向に最大トルクを発生している。(c) 図では磁束が回転子の同一面上で出入りしており、そのためトルクは互いに打ち消しあってほとんど働かなくなる。(d), (e), (f) 図では回転子の右方向に磁束の流れが移行し、回転子巻線電流の増大とともにトルクは右方向に増大していく。

以上のように、電動機内部では(a)から(f)図へ、

図 7 磁束分布と各電流値の関係

Fig. 7. Relationship between flux distribution and each current density by simulation.

図 8 トルクと固定子電圧の関係(周波数一定)
Fig. 8. Relation between torque and stator voltage (at constant frequency).

そして(f)から(a)図へて磁束分布が $|f_s - f_r|$ の周波数で変化する。図の下に示しているベクトル図は、固定子および回転子巻線に単独に電流を流したときの磁束密度の大きさを相対的に示したものである。

図8は上記と同様に回転子をスウィング中心軸に固

定して、 V_s 、 V_r を変化させたとき、軸に発生するトルクを測定し、最大トルク値を計算値におけるそれと比較したものである。計算値は、(7)式で B を非常に大きくとることによって固定状態を想定して解いたトルク波形から求めた。このとき両者は類似の波形を示し、 $|f_s - f_r|$ 成分が大きく寄与し、 $2f_s$ 、 $2f_r$ 成分は極めてわずかであった。同様に両者の値もほぼ近似的に一致していると言える。このことは、(7)式において $\theta=0$ としたときの T_m に相当し、 V_s 、 V_r が増加すると i_s 、 i_r が増加して T_m が増大するものと考えられる。そしてこの軸に発生するトルクは図3(b)と比較すればわかるように非常に小さい。

〈3・2〉 周波数の影響 スウィング周波数 $|f_s - f_r|$ が θ_m にどのような影響を及ぼすか検討するため $f_s=60\text{Hz}$ と固定し、 f_r を変えたときの結果を以下に示す。

図9は V_r を一定にした θ - V_s 特性が f_r によって変化することを示している。そこで、 V_s 、 V_r を一定にして θ_m - f_r 特性を調べた。

図10(a)はその結果を示しており、 f_r が大きくなるに従って θ はなだらかに増加し、 $V_r=80\text{V}$ で $f_r=55\text{Hz}$ 、 $V_r=60\text{V}$ で $f_r=57\text{Hz}$ 付近にスウィング最

図 9 スウィング最大角と固定子電圧の関係
(回転子電圧一定)

Fig. 9. Relationship between swing angle and stator voltage (at constant rotor voltage).

(a) $J=0.0012$

(b) $J=0.005$

図 10 スウィング最大角と周波数の関係

Fig. 10. Relationship between swing angle and frequency.

大角 θ_m の最大値を示すことが、実験値および計算値から推定できる。実験では回転子がスキューしている

ため、この最大値付近になると回転してしまった。

次に、電動機回転軸に半径 10m の円板 ($J=0.0038$) を接続し、慣性モーメント J を増加して、 θ_m - f_r 特性を調べ、その結果を同図 (b) に示す。これより J が増加すると周波数の大きい領域では θ は小さくなり、小さい領域では大きくなっている。そして、スウィング最大角 θ_m の最大値を示す領域は周波数の小さい側へ移行している。

そこで、(7)式より

$$T = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} \\ = M_1 i_s i_r \cos \theta + L_2 i_s^2 \sin 2\theta - B \frac{d\theta}{dt} \\ = T_1 + T_2 + T_3 \dots \dots \dots (8)$$

とおくと、 T は T_1, T_2, T_3 の成分に分けることができる。

図 11(a) と (b) は、各トルク波形とスウィング角の時間変化をシミュレーションしたものである。これより、スウィング特性との比較から T_1 は最初には ($\theta=0$) 回転子を振らすように働くが、やがてその動きを押えるように働く軸トルクで、 $\theta=0$ のとき最大となる。 T_2 は $\theta=0$ のとき零となり、スウィング角を大きくしようとする方向に働くトルクである。 T_3 は回転制動によるトルクで、速度の逆符号に比例した形になっており、スウィングの中心付近の速度最大のところで大きくなる。交番トルク電動機のスウィング運動時のトルクは、これら、 T_1, T_2, T_3 の和で表わされる。図より全トルクには第一項の T_1 と第三項の T_3 が比較的影響を及ぼしていることがわかるであろう。いま慣性モーメント J が大きくなると、(a), (b) 図を比較することにより、 T_1 および T_3 が減少しているため、スウィング角を大きくしようとする T_2 が相対的に強くなるためであろうと考える。これらのことから、周波数特性を類推すると、 $|f_s - f_r|$ が大きくなると、 T_2 は大きくなるが同時に T_1, T_3 も大きくなり、 θ_m は小さくなる。逆に、 $|f_s - f_r|$ が小さくなると、 T_1, T_3 は小さくなるが T_2 も小さくなっていく。従って、ある適当な領域で θ_m が最大になりうることが示唆される。

また、図 4 の θ_m - V_s 特性について、 θ_m が V_s に比例して増加したことも同様に考えることができる。すなわち、(8)式より V_s が増加すると (V_r 一定)、(3), (4)式から i_s が増加し (i_r 一定)、スウィング角 θ を大きくしようとするトルク T_2 が相対的に大きくなるため、 θ が増大するものと考えられる。同様に図 5 の θ_m - V_r 特性については、 V_r が増加すると

図 11 トルク波形のシミュレーション

Fig. 11. Simulation of torque wave.

図 12 スウィング最大角 θ_m , J/B と周波数 f_r の関係Fig. 12. Combination of swing angle θ_m , J/B and frequency f_r .

(V_s =一定) i_r が増加し、今度は T_1 が相対的に大きくなる。このトルクはスウィング運動を押えるように働くため、 θ は減少するのであろう。

〈3.3〉 機械定数の影響 前項からスウィング特性は、電動機の慣性モーメント J や回転制動係数 B に著しく影響をうけることが考えられる。また、この

ような機械定数 B, J の影響を検討することは、交番トルク電動機の形状および構造を決定するうえで重要な因子となる。実際の電動機で検討することは困難なので、これまでの考察からシミュレーションによる検討を行なった。

図 12(a), (b) は、 B を一定にして、 J を変化させ

図 13 スウィング最大角 θ_m , B と J の関係
Fig. 13. Combination of swing angle θ_m , B and J .

たときの θ_m - J/B - f_r の関係を立体図法で示したものである。 f_r の低い方では、 J の増大とともに θ_m は減少するが、 f_r の高い方では、逆に θ_m は増加する。従って θ_m の最大値を示す山は、図のごとく変化している。次に、 V_r を増加すると同図(b)のように、全体的に f_r の低周波側へ移動した特性となっている。

図 13 は B および J に対する θ_m の影響を検討したものである。これより最大のスウィング角を得るためには、 B に対して最適な J の値が存在することがわかるであろう。

このように、電気機械結合系における微分方程式 (3), (4), (7) を適用することにより、交番トルク電動機のスウィング特性をシミュレートすることができる。従って、もし電動機の回転制動係数が求まれば、それに匹敵する慣性モーメントを有する回転子形状および構造を得ることができるであろう。

4. む す び

固定子、および回転子単相巻線の交番トルク電動機に、近接周波数の単相電圧を供給した場合の、各巻線側端子電圧、および周波数に対するスウィング特性を検討した。この結果明らかになった点は次のようであ

る。

(1) 蓄積電磁エネルギーについて、運動方程式をたてることによって、スウィング特性を容易に説明することができる。

(2) スウィング最大角は固定子電圧の増加とともに増大する。なお、近接周波数差を増すと、スウィング最大角はだんだん増加し適当な値で最大値を示す。

(3) 回転子電圧を増加すると、近接周波数差に対するスウィング特性曲線は、その差の大きい方向へ移動する。

(4) 電動機の回転子の慣性モーメントを増加すると、最大スウィング角は増加し、スウィング特性の起ち上りは鋭くなっていく。

(5) 回転制動係数を増加すると、スウィング最大角は小さくなる。

以上、交番トルクを利用したスウィング特性について、実験とシミュレーションから検討した。

今後、これらの結果から交番トルク電動機の試作および実用化のための基礎的な問題について検討していきたい。

終りに、この研究に対しご協力頂いた本学電気工学科の佐藤茂信氏、高木裕子嬢および院生の江頭賢吾君に感謝の意を表します。

(昭和 57 年 6 月 21 日受付, 同 57 年 11 月 8 日再受付)

文 献

- (1) 矢野:「交番トルク発生電動機」電学論 B 101, 407 (昭 56-7)
- (2) 例えば、加藤:「電気機器におけるトルク分類の一例」電工論 4, 4, 185 (昭 27)
- (3) H.H. ウッドソン, J.R. メルヒャー原著(大越孝敬・二宮敬虔訳): 電気力学 I, p.101 (産業図書)
- (4) 中田・石原・岡部:「ニュートン・ラプソン法を用いた有限要素法による電気機器の磁界解析」電気学会情報処理研究会資料 IP-76-22 (昭 51-7)