UDC 621.313.392.012.6 : [621.314.57 : 621.311.6]

論文

58-B39

電圧形インバータ駆動ヒステリシス電動機 の特性解析

正員 石川 赴 夫 (東京工大)

正員 片岡 昭 雄 (東京工大)

1. ま え が き

ヒステリシス電動機は、定速回転を必要とする各種の精密機器に多用されており、その電源には通常の商用電源の他に電圧形インバータを用いる方式もかなりみられる^{(1)~(3)}。ヒステリシス電動機をインバータで運転する場合、その速度はインバータの出力周波数により一義的に決まり、従って、オープンループの速度制御が可能、また、インバータのゲート制御回路の周波数精度を高めることにより、高精度の速度調整が容易に実現できるなど、通常の同期機と同様な特長を発揮できる。また、ヒステリシス電動機は本来自己始動可能、同期引き入れが容易で、始動時、運転時を通して入力電流がほとんど変化しないなどの特長があり、これらの特長はインバータ運転に好都合といえる。

一般にヒステリシス電動機をインバータで運転する場合、インバータの出力電圧は時間高調波成分を含む。従って、その場合の電動機特性は通常の正弦波電源による場合と異なるので、インバータの出力波形の特性に及ぼす影響が問題とされなければならない。

さて、対称三相あるいは二相のヒステリシス電動機をインバータで運転する場合、正弦波電源で運転する場合に比べて出力が低下することなどが知られており、その解析も若干行なわれている⁽⁴⁾⁽⁵⁾。しかし、これらはいずれも一つあるいは等価的に一つの時間高調波成分のみを考慮した解析である。

これに対し、本論文はヒステリシス電動機の同期時の特性について、主な時間高調波2種を考慮して基本的な一解析を行なうものである。更に、今まで検討されていなかった脈動トルクについても解析を行なう。

以下、時間高調波磁界が含まれた場合の回転子内の磁化状態を考察し、発生トルクへの影響を明らかにする。また基本波分、高調波分それぞれの等価回路を誘

導し、電動機特性を解析する。更に同期一般負荷時の特性についても論及する。

2. 高調波磁界の影響

〈2・1〉 回転子内の磁化状態 (I. 同期最大負荷時)

ヒステリシス電動機は回転子の磁気ヒステリシスによってトルクを発生するので⁽⁶⁾、電圧形インバータ駆動時の電動機特性を解析するためには、まず時間高調波磁界が存在する場合の回転子ヒステリシスリング内の各点の磁化状態を明らかにする必要がある。解析の対象とする電動機としては、一般に多用される円周方向磁束形の円筒形機械とし、固定子は対称三相巻線を有するものとする(図1)。電動機の状態としては、まず同期最大負荷時(電動機が同期に引き込みうる最大負荷を負って同期回転している状態)を扱い、同期一般負荷時については第4章で取り扱う。以下の解析では高調波磁界の影響を簡明に考察できるようにするために次の仮定を置く。

(i) 回転子リング内の磁束は基本波分の他に主な時間高調波分2種のみ存在するとし、他の時間高調波分および空間高調波磁束は無視する。

(ii) 回転子リングは薄く、リング内の磁束は円周方向成分のみを考慮し、かつその半径方向の分布は一樣とする。

(iii) 回転子リング内のうず電流は無視する。

(iv) 回転子は一定の同期角速度で回転しているとし、高調波磁束によって生ずる脈動トルクによる回転むらは無視する。

三相ヒステリシス電動機を駆動するインバータはここでは基本的な方形波インバータとすれば、考慮する

Fig. 1. Cross section of hysteresis motor.

Performance Analysis of Voltage Source Inverter Fed Hysteresis Motors. By Takeo Ishikawa, Member & Teruo Kataoka, Member (Tokyo Institute of Technology)

石川赴夫: 正員, 東京工業大学大学院博士課程電気・電子工学専攻
片岡昭雄: 正員, 東京工業大学工学部電気・電子工学科

主な時間高調波の次数は、5、7となり、同期速度で回転する回転子内の基本波および第5、第7調波の磁束密度 B_1 , B_5 , B_7 はそれぞれ次式のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= B_{1m} \cos(-p\theta_r) \\ B_5 &= B_{5m} \cos(6\omega t + p\theta_r + \phi_5) \\ B_7 &= B_{7m} \cos(6\omega t - p\theta_r + \phi_7) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

但し、 B_{1m} , B_{5m} , B_{7m} : 磁束密度の基本波、第5調波、第7調波の最大値、 p : 極対数、 θ_r : 回転子上の座標、 ω : 電源の角周波数、 t : 時間、 ϕ_5 , ϕ_7 : $t=0$ における基本波と第5調波、第7調波の位相差

図2(b)は $\phi_5 = \phi_7$ (これは後述するように電圧形インバータ駆動時にほぼ相当する) の場合につき、基本波と第5調波、第7調波の磁束密度分布位相が一致した瞬間の回転子リング内の各調波磁束密度分布および合成磁束密度分布を示す。但し、図2は1極分を示す。また、回転子リング内の各点の磁化状態をヒステリシスループ上にとると図2(a)のようになり、各点は $B_{1m} + B_{5m} + B_{7m}$ を最大値とする直流ヒステリシスループ L 上で小ループを描く(付録参照)。さて、高調波磁束密度 B_n は(1)式より

$$\begin{aligned} B_n &= B_5 + B_7 \\ &= \sqrt{B_{5m}^2 + B_{7m}^2 + 2B_{5m}B_{7m}\cos(2p\theta_r + \phi_5 - \phi_7)} \\ &\quad \times \sin(6\omega t + \Psi_0) \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_0 &= \tan^{-1} \left\{ \frac{(B_{5m} \cos \phi_5 + B_{7m} \cos \phi_7)}{-(B_{5m} \sin \phi_5 + B_{7m} \sin \phi_7)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(-B_{5m} \sin \phi_5 + B_{7m} \sin \phi_7) \tan p\theta_r}{+(-B_{5m} \cos \phi_5 + B_{7m} \cos \phi_7) \tan p\theta_r} \right\} \\ &\dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

すなわち、第5調波磁束密度は回転子座標 $p\theta_r$ の負の方向に、第7調波は正の方向にそれぞれ移動しつつあるが、回転子の任意の位置に着目すると高調波磁束密度 B_n は電源周波数の6倍の周波数で脈動している。但し、その振幅は(2)式から明らかなように回転子上の位置により異なる。図(b)の点線はその振幅を示した曲線である。すなわち、回転子上の点 P_1 , P_5 で描くマイナーループは小さく、基本波磁束密度が最大となる $p\theta_r = 0$ の点 P_3 で描くマイナーループが最も大きい。さて、 $B_{5m} > B_{7m}$ の場合には第5調波磁束密度は回転子座標 $p\theta_r$ の負の方向に移動しつつあるので、リング内の各点は図(b)で右方に位置する点ほどマイナーループを描く位相が進み、点 $P_1 \dots P_5$ のマイナーループ $l_1 \dots l_5$ 上での位置はそれぞれ図(a)の $P_1 \dots P_5$ に対応する。ループ L_i はこれらの点を連ねたものである。各点 $P_1 \dots P_5$ は時間とともにそれぞれの

図2 同期最大負荷時の回転子リング内の各点の磁化状態

Fig. 2. Magnetic state at various points in the rotor ring at maximum synchronous loads.

マイナーループ上を回転するので、ループ L_i は時間とともに周期的に変形する。以下、この L_i を瞬時ループと呼ぶ。

〈2・2〉発生トルク ヒステリシス電動機の発生トルクは回転子リング内の磁気ヒステリシスの瞬時ループ L_i の面積に比例し、次式で表わされる⁽⁶⁾。

$$\tau = pV_r / 2\pi \cdot \oint B dH \dots\dots\dots (4)$$

但し、 τ : 瞬時トルク、 V_r : 回転子リングの体積、 B , H : リング内の位置 $p\theta_r$ における磁束密度、磁界の強さの瞬時値、積分記号は $p\theta_r$ の $0 \sim 2\pi$ にわたる積分を表わす。

さて、ここで(4)式の計算を容易にするために各マイナーループの傾きはループ L の頂点におけるマイナーループのそれで代表し、簡単のためにマイナーループは面積を持たないとする。このように仮定すると、瞬時ループ L_i 上の任意の座標 (H, B) は、図2(a)の各マイナーループの中心を連ねたループ L_1 上の座標 (H_1, B_1) により次式のように表わせる。

$$H = H_1 + H_5 + H_7, B = B_1 + B_5 + B_7 \dots (5)$$

ここで、 B_1 , B_5 , B_7 は(1)式で表わされる。また H_5 , H_7 はマイナーループによってそれぞれ B_5 , B_7 と関係づけられ、次式のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} H_5 &= B_{5m} / \mu_n \cdot \cos(6\omega t + p\theta_r + \phi_5) \\ H_7 &= B_{7m} / \mu_n \cdot \cos(6\omega t - p\theta_r + \phi_7) \end{aligned} \right\} \dots\dots (6)$$

但し、 μ_n : マイナーループの傾き

(5)式を(4)式に代入すると

$$\begin{aligned} \tau &= pV_r / 2\pi \cdot \left\{ \oint B_1 dH_1 + \oint B_5 dH_5 + \oint B_7 dH_7 \right. \\ &\quad \left. + \oint B_1 dH_5 + \oint B_1 dH_7 + \oint B_5 dH_1 \right. \\ &\quad \left. + \oint B_5 dH_7 + \oint B_7 dH_1 + \oint B_7 dH_5 \right\} \dots (7) \end{aligned}$$

となる。上式で第1()内が平均トルクに、第2()

内が脈動トルクにそれぞれ相当する。第1()内第1項は基本波分のみに関係し、 $p\theta_r=0\sim 2\pi$ までの積分でループ L_1 上を時計回りに一周するので L_1 の面積に等しい。以下この L_1 を基本波ループと呼ぶ。また第2項、第3項はマイナーループの面積を無視しているため $p\theta_r=0\sim 2\pi$ の積分で零となる。更に、第2()内の $\oint B_5 dH_7$ と $\oint B_7 dH_5$ は計算を実行すると互いに打ち消し合う。従って、発生トルクは次式のようになる。

$$\tau = pV_r/2\pi \cdot \left\{ \oint B_1 dH_1 + \left(\oint B_1 dH_5 + \oint B_5 dH_7 + \oint B_7 dH_1 \right) \right\} \dots (8)$$

ここで、磁束密度 B_1 は回転子内で正弦波状に分布すると仮定しているため、磁界の強さ H_1 の分布はひずみ波となり、その波形は基本波ループ L_1 より求められるが、上式第1項の値にはその基本波分

$$H_{11} = (B_{1m}/\mu_1) \cdot \cos(-p\theta_r + \rho_1) \dots (9)$$

但し、 μ_1 ：基本波ループ L_1 の透磁率、
ヒステリシス角

しか関係しないことがわかる⁽⁶⁾。そこで、(1)式、(9)式および(6)式を用いて(8)式の積分を実行すると、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \tau = & pV_r B_{1m}^2/2\mu_1 \cdot \sin\rho_1 + pV_r B_{1m}/2 \\ & \times \{ -B_{5m}/\mu_n \cdot \sin(6\omega t + \phi_5) + B_{7m}/\mu_n \\ & \cdot \sin(6\omega t + \phi_7) + B_{5m}/\mu_1 \cdot \sin(6\omega t \\ & + \phi_5 + \rho_1) - B_{7m}/\mu_1 \cdot \sin(6\omega t + \phi_7 - \rho_1) \} \end{aligned} \dots (10)$$

(10)式の{ }内が脈動トルクに相当し、トルクは電源周波数の6倍の周波数で脈動することがわかる。

〈2・3〉 第7調波磁界の影響 以上、時間高調波磁界2種を考慮したときの回転子内の磁化状態および発生トルクの式を明らかにしたので、ここで時間高調波成分として第5調波分と第7調波分の両者を考慮した場合と、第5調波分のみを考慮した場合との発生トルクの違いを明らかにしておく。検討の結果、前者の場合のほうが後者の場合よりも平均トルクが増加することが明らかになった。以下その具体例を示す。

図3(a)は基本波磁束密度の振幅 B_{1m} が一定、 $B_{5m}/B_{1m}=1/5^2$ 、 $\phi_5=\phi_7$ として、第7調波磁束密度の振幅、従って B_{7m}/B_{1m} を変化させたときの平均トルクと脈動トルク振幅を第3章の試料電動機について計算した結果を示す。但し、トルクは極対数と回転子リングの体積で割った値を示してある。図より第7調波成分が増すと平均トルクが増加し、逆に脈動トルクは減

図3 発生トルクおよび基本波ループの高調波磁束密度に対する変化

Fig. 3. Output torque and fundamental loops versus harmonic flux densities.

少することがわかる。図中の点線は方形波出力の電圧形インバータで駆動した場合にほぼ相当する $B_{7m}/B_{1m}=1/7^2$ の場合である。この場合の平均トルクに相当する基本波ループを示したのが図(b)の②のループである。また、ループ③は第5調波磁束密度のみが $B_{5m}/B_{1m}=1/5^2$ で含まれる場合の基本波ループを示し、ループ①は高調波磁束密度が含まれない正弦波駆動に相当する場合の基本波ループを示す。但し、それぞれの基本波ループは1極分を示している。図(b)より③のループに比べて②のループは磁束密度の低いところでループが広がり、その面積も大きくなっている。すなわち、平均トルクが増していることがわかる。

さて、通常の誘導電動機でも第5時間調波分によるトルクは基本波トルクに対して負のトルクとなり、第7時間調波分によるトルクは正のトルクとなるから、第5調波だけが含まれる場合よりも第5調波と第7調波の両者が含まれる方が平均トルクは大きいといえる。しかしながら誘導電動機とヒステリシス電動機では高調波の作用は本質的に異なったものである。すなわち、誘導電動機では第7調波分自身が平均トルクを増加する作用を持つのに対して、ヒステリシス電動機では高調波磁界が含まれると基本波ループ自身に変化し、その結果平均トルクが変化するのである*。従って第5調波分の他に第7調波分も含まれると図3(b)に示すように、両者の相互作用によって第5調波分のみの場合とは異なった基本波ループとなり、あたかも第7調波分が正のトルクを発生するように見えるのである。この相互作用による平均トルクの増加は図(a)

*: マイナーループの面積を考慮すると、第5調波分自身は負、また第7調波分自身は正のトルクを発生するが、それらの大きさはマイナーループの面積に相当し、非常に小さい値である。

に示すように $B_{7m}/B_{1m} \approx 0.04$ すなわち $B_{7m} = B_{5m}$ のとき最大となる。

次に脈動トルクについて考察しよう。図4(a), (b)は第7調波が含まれない場合と第5調波と同じ大きさで含まれる場合の、その面積が最大、最小となる瞬時ループ L_{t1} , L_{t2} を示している。図よりループ L_{t1} と L_{t2} の面積の差は図(a)より図(b)のほうが小さいことがわかる。第7調波が $B_{7m}/B_{1m} = 1/7^2$ で含まれる場合には、ループ L_{t1} , L_{t2} はそれぞれ図(a), (b)のループ L_{t1} , L_{t2} の中間の形状となる。また、第7調波分が第5調波分より大きい場合にもループ L_{t1} , L_{t2} はそれぞれ図(a), (b)のループ L_{t1} , L_{t2} の中間の形状となる。従って脈動トルクは第7調波分を考慮すると減少し、 $B_{7m} \approx B_{5m}$ のとき最小となる。

3. 等価回路と電動機特性

〈3・1〉 等価回路の誘導 本節では前章で明らかにした回転子リング内の磁化状態に基づいて電動機の諸特性を把握するための等価回路を誘導する。既に著者の一人が正相分磁界に逆相分磁界が重ね合わさった場合の正相分および逆相分等価回路を誘導した⁽⁷⁾ので、それを拡張して求める。

第2章で明らかにしたように、回転子リング内の各点の磁束密度および磁界の強さは(5)式で示されるように基本波分、第5調波分と第7調波分との和で表わすことができる。従って、等価回路は各時間調波分について別々に求めればよい⁽⁷⁾。その手順は文献(6)と全く同様である。その結果を示すと、各調波分の等価回路は図5のようになる。図(a), (b), (c)はそれぞれ基本波分、第5調波分、第7調波分の一相分等価回路である。 $r_1 + jx_1$, $j5x_{nr}$, $j7x_{nr}$ はそれぞれ基本波分、第5調波分、第7調波分に対する回転子等価インピーダンスで次式のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} r_{1r} &= \omega(3K_w^2 W^2 V_r / \pi^2 R_r^2) \mu_1 \sin \rho_1 \\ x_{1r} &= \omega(3K_w^2 W^2 V_r / \pi^2 R_r^2) \mu_1 \cos \rho_1 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$x_{nr} = \omega(3K_w^2 W^2 V_r / \pi^2 R_r^2) \mu_n \dots \dots \dots (12)$$

但し、 K_w : 巻線係数、 W : 固定子一相の巻数、 R_r : 回転子リングの平均半径

また、 x_g はギャップの励磁リアクタンスで

$$x_g = \omega(6K_w^2 W^2 R_g l / \pi^2 p^2 \delta) \mu_0 \dots \dots \dots (13)$$

但し、 R_g : ギャップの平均半径、 l : 回転子リングの軸方向長(=固定子有効積厚)、 δ : 実効ギャップ長(ギャップ長にカーター係数を乗じた値)

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \dots \dots \dots (14)$$

また、 $r_1 + jx_1$ は固定子一相の漏れインピーダンス

図4 瞬時ループ L_{t1} , L_{t2}
Fig. 4. Instantaneous loops L_{t1} , L_{t2} .

図5 一相分等価回路

Fig. 5. Equivalent circuits per phase.

であり、 $\dot{V}_1$, $\dot{V}_5$, $\dot{V}_7$; $\dot{I}_1$, $\dot{I}_5$, $\dot{I}_7$ は各調波分の固定子相電圧、相電流である。

図(b), 図(c)の第5調波分、第7調波分等価回路において、回転子等価インピーダンスは $j5x_{nr}$, $j7x_{nr}$ と表わされ、 x_{nr} が等しいのは、両調波成分の磁束密度および磁界の強さが共に透磁率 μ_n のマイナーループによって関係づけられているためである。また、回転子等価インピーダンスが抵抗分を含まないのはマイナーループの面積を無視しているためである。

図中の $\dot{E}_1$, $\dot{E}_5$, $\dot{E}_7$ は各調波分磁束による誘導起電力である。ここで、回転子内の磁束密度と誘導起電力の関係を示しておく。回転子内の磁束密度は固定子座標を θ とすると次式のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= B_{1m} \cos(\omega t - p\theta) \\ B_5 &= B_{5m} \cos(5\omega t + p\theta + \phi_5) \\ B_7 &= B_{7m} \cos(7\omega t - p\theta + \phi_7) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

また、各調波磁束による固定子第 k 相の誘導起電力の瞬時値 e_1 , e_5 , e_7 は次式のようにになる。

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= \omega K_w W \Phi_1 \sin\{\omega t - (k-1)2\pi/3\} \\ e_5 &= 5\omega K_w W \Phi_5 \sin\{5\omega t + (k-1)2\pi/3 + \phi_5\} \\ e_7 &= 7\omega K_w W \Phi_7 \sin\{7\omega t - (k-1)2\pi/3 + \phi_7\} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

但し、 $k=1, 2, 3$, Φ_1 , Φ_5 , Φ_7 : 基本波分、

第5調波分, 第7調波分の1極の磁束で $\Phi_1 = 2t_r l B_{1m}$, $\Phi_5 = 2t_r l B_{5m}$, $\Phi_7 = 2t_r l B_{7m}$,
 t_r : 回転子リングの厚さ

〈3.2〉 特性計算手順

本論文では, 計算機を用いた手順で特性計算を行なう。まず, 電動機入力電圧 (後出の(17)式あるいは(18)式参照) の基本波, 第5, 第7調波実効値 V_{1ref} , V_{5ref} , V_{7ref} , $t=0$ における基本波と第5, 第7調波の位相差 $\angle \dot{V}_{5ref}$, $\angle \dot{V}_{7ref}$ および電動機定数などを入力する。次に基本波磁束密度, 高調波磁束密度を仮定し, ヒステリシス材料の直流ヒステリシスループよりマイナーループを求め, その傾き μ_n を高調波等価回路に用いて, 第5調波, 第7調波の電圧 V_5 , $\angle \dot{V}_5$, V_7 , $\angle \dot{V}_7$ を求める。 V_5 , $\angle \dot{V}_5$, V_7 , $\angle \dot{V}_7$ が V_{5ref} , $\angle \dot{V}_{5ref}$, V_{7ref} , $\angle \dot{V}_{7ref}$ と等しくない場合, 大きさが等しくないときは B_{5m} , B_{7m} を, 位相差が等しくないときは ϕ_5 , ϕ_7 を修正し, $V_5 = V_{5ref}$, $\angle \dot{V}_5 = \angle \dot{V}_{5ref}$, $V_7 = V_{7ref}$, $\angle \dot{V}_7 = \angle \dot{V}_{7ref}$ となるまで反復収束させる*。次に基本波, 高調波磁束密度および μ_n を用いて基本波ループを求め, それをだ円近似して求められる透磁率 μ_1 , ヒステリシス角 ρ_1 を基本波等価回路に用いて基本波電圧 V_1 を求める。 V_1 が V_{1ref} と等しくない場合, B_{1m} を修正して $V_1 = V_{1ref}$ になるまで反復収束させる*。収束したら電動機諸量を算出する。

〈3.3〉 基本的なインバータ出力電圧波形と特性

ここで, 電圧形インバータから得られる2種の基本的な電圧波形につき, 波形の違いと電動機特性との関係を明らかにする。

電圧形インバータは 180° 通電形の三相ブリッジインバータとすると, その出力相電圧波形は図6(a)のようになる。また変圧器の Δ - Y 結線により図(b)の波形とすることも容易である。これら2種の相電圧 v_a , v_b をフーリエ展開すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} v_a &= 3E/\pi \cdot (\sin \omega t + 1/5 \cdot \sin 5\omega t + 1/7 \\ &\quad \cdot \sin 7\omega t + 1/11 \cdot \sin 11\omega t + \dots) \dots (17) \\ v_b &= 2\sqrt{3}E/\pi \cdot (\sin \omega t - 1/5 \cdot \sin 5\omega t \\ &\quad - 1/7 \cdot \sin 7\omega t + 1/11 \cdot \sin 11\omega t + \dots) \dots (18) \end{aligned}$$

さて, 図5の等価回路において固定子漏れインピーダンスを無視すると固定子相電圧と誘導起電力は等しくなるから, (16)式と(17)式または(18)式より, 図6(a), (b)のいずれの場合も次式が成り立つ。

$$B_{5m}/B_{1m} = 1/5^2, B_{7m}/B_{1m} = 1/7^2 \dots (19)$$

*: 完全に一致させるのではなく, その誤差がある小さな値以下になれば収束したと見なす。

図6 三相インバータの相電圧波形

Fig. 6. Phase voltage waveforms of three-phase inverter.

$$\phi_5 - \phi_7 = 0 \dots (20)$$

従って, v_a , v_b いずれの電圧で駆動しても, 前章で述べたように回転子リング内の磁化状態は等しく, 電流の瞬時波形などは別として電動機特性に相違は生じない。

なお, 漏れインピーダンスがあると(19), (20)式は厳密には成立たないが, 前節の手順で計算した結果では B_{5m}/B_{1m} , B_{7m}/B_{1m} は(19)式の値より若干減少する程度, (20)式はほとんど影響されないことがわかった。

〈3.4〉 実測値との比較 (I. 同期最大負荷時)

本節では〈3.2〉節で述べた特性計算手順によって算出した計算値と実測値との比較を行なう。

試料電動機は対称三相2極の電動機であり, その定格は 50 Hz において, 固定子線間電圧 50 V, 固定子電流 5 A, 発生トルク 0.812 kg 重・cm である。また, ギャップ長は空間高調波磁界の影響を軽減するために 2 mm と大きくとってある。この試料電動機を図6(a), (b)の2種の相電圧波形で運転したが, 前節で述べたように電動機特性実測値に相違は見られなかった。図7はその実測値と計算値の比較を示した図で, 固定子基本波電圧を横軸に電動機の諸量を縦軸にとってある。但し電圧, 電流, トルクは定格を1として規準化している。図より電動機諸量の計算値と実測値はかなりよく一致し, 本理論の妥当性が確かめられた。

〈3.5〉 電動機特性に関する一考察 ヒステリシス電動機を三相の電圧形インバータで駆動する場合, その発生トルクは脈動し固定子電流はひずむ。さて, 電動機特性としてはこの脈動やひずみは小さいほうが望ましいが, そのためにはインバータの出力電圧中の低次高調波成分を小さくすることが必要であり, その一方法としてインバータを多重化する方法 (多重式インバータ) がある⁽⁸⁾。そこで, 多重式インバータで駆動したときの電動機特性の改善について考察しておく。

三相インバータを二重化, 三重化したときの出力電圧 v_{II} , v_{III} のフーリエ展開式は次のようになる。

$$\begin{aligned} v_{II} &= \sqrt{2}V_1(\sin \omega t + 1/11 \cdot \sin 11\omega t + 1/13 \\ &\quad \cdot \sin 13\omega t + 1/23 \cdot \sin 23\omega t + \dots) \dots (21) \end{aligned}$$

図 7 同期最大負荷時の特性

Fig. 7. Characteristics of experimental motor at maximum synchronous loads.

$$v_{III} = \sqrt{2} V_1 (\sin \omega t - 1/17 \cdot \sin 17 \omega t - 1/19 \cdot \sin 19 \omega t + 1/35 \cdot \sin 35 \omega t + \dots) \dots (22)$$

但し、 V_1 : 基本波電圧の実効値

従って、二重化および三重化方式の場合の低次高調波次数は 11, 13 次および 17, 19 次となる。これらを三相インバータの 5, 7 次と同様に扱うことにより多重式インバータ駆動時の特性を解析できる。

表 1 はその計算結果の一例を示す。なお比較のために正弦波駆動時の特性も示してある。表 1 よりインバータを多重化すると、平均トルクは増加し、脈動トルクは急激に減少し正弦波駆動時に近づくことがわかる。これはインバータの出力電圧の高調波成分が減少し、更に最低次の高調波の次数が大きくなるためである。トルクの評価として $\text{TFM} = (\text{脈動トルクの振幅}) / (\text{平均トルク})$ を用いると、二重化方式では三相の駆動に比べて FTM は約 1/7.5 になり大きな改善が行なわれる。また、他の基本波電圧 V_1 においてもほぼ同程度の改善が行なわれる。

次に、固定子電流に関しては、インバータを多重化すると高調波成分は減少するが、基本波成分は逆に増

表 1 各駆動方式に対する電動機特性の比較
(同期最大負荷時、 $V_1 = 0.8 \text{ p.u.}$)

Table 1. Comparison of motor characteristics for various driving methods.

駆動方式	トルクの 平均値 (pu)	脈動トルク の振幅 (pu)	TFM	I_1 (pu)	I_{6n-1} (pu)	I_{6n+1} (pu)	I (pu)
三相インバータ	2.441	0.332	0.136	0.794	0.078	0.040	0.799
二重化方式	2.731	0.050	0.018	0.835	0.018	0.013	0.835
三重化方式	2.782	0.017	0.006	0.842	0.007	0.006	0.842
正弦波	2.820	0	0	0.848	0	0	0.848

* I_{6n-1} : $6n-1$ 次調波電流の実効値, I_{6n+1} : $6n+1$ 次調波電流の実効値
 n : =1 三相インバータ, =2 二重化方式, =3 三重化方式

加しており、実効値も多重化されるに従って増加し、正弦波駆動時に最も大きくなるのがわかる。固定子電流の実効値は電動機の銅損の目安となるものであるが、この点ではインバータを多重化しても改善されるとはいえない。ここで、高調波成分が最も大きい三相インバータ駆動の場合、正弦波駆動時に比べて固定子基本波電流が小さくなることを説明しよう。正弦波駆動時と三相インバータ駆動時の基本波ヒステリシスループは、簡単のために漏れインピーダンスを無視すると図 3 (b) の ①, ② のようになる。両ループを比較すると三相インバータ駆動時の ② の方がループの傾き、従って、透磁率 μ が大きいことがわかる。その結果、基本波分等価回路の回転子インピーダンスが大きくなるので、基本波電流が減少することになる。

4. 同期一般負荷時

第 2 章、第 3 章では電動機の状態として同期最大負荷時を対象としたが、一般には電動機はこれよりも軽負荷で使用される。そこで本章では電圧形インバータ駆動ヒステリシス電動機の同期一般負荷時の特性について、前章までの理論を拡張して検討を行なう。

(4.1) 回転子内の磁化状態 (II. 同期一般負荷時)

同期一般負荷時の場合は同期最大負荷時の場合 (付録参照) と異なり、同期に達した直後の電動機の発生トルクが負荷トルクよりも大きいので、回転子は基本波磁束密度に対して静止せず、更にある角度だけ加速されて負荷トルクとの平衡状態に落ち着く。すなわち、図 8 (b) に示されるように回転子上の座標からながめると基本波磁束密度分布はある角度 ϕ_s だけ同期前の移動方向とは逆の方向、すなわち $p\theta_r$ の負の方向に移動し破線の様になる。一方、高調波磁束密度分布に関しては同期してから $6\omega t = 2m\pi (m=1, 2, \dots)$ 後の基本波磁束密度との分布位相は同期に入った瞬間のそれと等しくなるはずである。そして、 $\phi_s = \phi_r$ の場合、図 (b) の破線で示されるようにある瞬間に基本波と第 5 調波、第 7 調波の磁束密度分布位相は一致する。

回転子リング内の各点の磁化状態をヒステリシス曲線上にとると、同期に入った瞬間には図 8 (b) に示される回転子上の位置 P_1 は Q_1 を中心としたマイナーループを描くが、同期一般負荷時には Q_1 を中心としたマイナーループはらせん曲線を描きながら上昇し、負荷トルクと平衡した状態では Q_1' を中心としたマイナーループを描くことになる。また、位置 P_4 は Q_4 を中心としたマイナーループを描くが、同期一般負荷時にはらせん曲線を描きながら下降し、負荷トルクと平衡した状態では Q_4' を中心としたマイナーループを描く。他の

図 8 同期一般負荷時の回転子リング内の各点の磁化状態

Fig. 8. Magnetic state at various points in the rotor ring at arbitrary synchronous loads.

回転子上の点についても同様である。

さて図 8 (a) における各マイナーループの移動経路および形状、傾きは各マイナーループについて必ずしも同じではないので、その取り扱い是非常にめんどうになる。そこで、本論文ではこれを容易にするために次の近似を行なう。

(i) マイナーループの形状は同期最大負荷時と同様に線分で表わしその傾きは同期最大負荷時にループ L の頂点で形成されるマイナーループのそれで代表する。

(ii) $Q_1, Q_2, \dots$ から $Q_1', Q_2', \dots$ への移動経路は直線的とし、そのこう配はマイナーループの傾きに等しいとする。

これらの近似を行なうと、同期一般負荷時の基本波ループ L_1' は容易に求められる。すなわち、任意の ϕ_q に対して、回転子内の任意の点 P_1 における基本波磁束密度の値に対応するループ L_1 上の点 Q_1 からマイナーループの傾きに等しいこの配の直線 Q_1Q_1' を引き、 Q_1' の磁束密度の値が位置 P_1 における基本波磁束密度の大きさと等しくなるようにする。これらを回転子内の一極対にわたる全ての点について行ない、得られた点を連ねると L_1' が求まる。

負荷トルクが与えられている場合には、上述のように適当な ϕ_q を仮定して負荷トルクとつり合う基本波ループ L_1' を求めればよい。さて、次に電動機諸特性について考えよう。一般負荷時の回転子内の磁束密度は、図 8 (b) より次式のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= B_{1m} \cos(-p\theta_r + \phi_q) \\ B_5 &= B_{5m} \cos(6\omega t + p\theta_r - \phi_q + \phi_5) \\ B_7 &= B_{7m} \cos(6\omega t - p\theta_r + \phi_q + \phi_7) \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

(1) 式と (23) 式を比較することにより、同期一般負荷時の基本波磁束密度分布と高調波磁束密度分布の関係は同期最大負荷時の場合と等しいことがわかる。従って、同期一般負荷時の電動機の諸特性は第 2, 第 3

図 9 負荷特性 (固定子基本波電圧=1 pu)

Fig. 9. Load characteristics of experimental motor. (Fundamental stator voltage=1 pu)

章で述べた同期最大負荷時の理論に準じて求めることができる。但し、同期最大負荷時の基本波ループ L_1 のかわりに同期一般負荷時では上述のようにして求められる L_1' を用いなければならない。すなわち、脈動トルクは (10) 式、各調波分等価回路は図 5 および (11) ~ (13) 式の μ_1, ρ_1 をループ L_1' をだ円近似して求められる透磁率 μ_1' 、ヒステリシス角 ρ_1' にそれぞれ置き換えることによってそのまま用いることができる。

〈4.2〉 実測値との比較 (II. 同期一般負荷時)

図 9 は第 3 章で使用した試料電動機につき、固定子基本波電圧を一定として、電流の各調波成分、力率、ギャップ磁束密度の振幅の各調波成分の負荷に対する変化を前節の理論から計算し、実測値と比較した図である。なお、ギャップ磁束密度の実測値はさぐりコイルを使用して測定した値である。図より計算値と実測値は理論に用いた近似を考慮すれば、割合よく一致しており、前節で述べた同期一般負荷時の理論はほぼ妥当であることがわかる。

また、図 9 に示されるようにヒステリシス電動機では、負荷によらず固定子電流およびギャップ磁束密度の各調波成分はほぼ一定となること、脈動トルクの大きさもほぼ一定となることなどがわかる。

5. む す び

以上、電圧形インバータで駆動されるヒステリシス電動機の特性について解析を行ってきたが、これまでに得られた結果を要約すれば次のようになる。

(1) 2 種の時間高調波磁界を考慮した場合の回転子の磁化状態を明らかにし、瞬時トルクの式を誘導し

た。また、時間高調波磁界として1種のみを考慮した場合との違いを明らかにした。すなわち、時間高調波として第5調波成分が単独で含まれる場合よりも第5調波成分と第7調波成分の両者が含まれる方が特性が良くなることを示した。

(2) 電動機特性の把握に便利な各調波分等価回路を誘導し、それらを用いて本理論の妥当性を確かめた。また、インバータを多重化したときの電動機特性を解析し、三相ブリッジインバータを二重化、三重化することにより、脈動トルクが大幅に減少されることを明らかにした。

(3) 同期一般負荷時の解析法を示し、固定子電流の各調波成分および脈動トルクなどが負荷によらずにほぼ一定となることを明らかにした。

なお、本論文は特性に大きな影響を及ぼす主な時間高調波2種を考慮して解析を行なったが、より厳密な解析として電流やトルクの瞬時波形を問題とする場合には更に高次の時間調波を考慮しなければならない。この場合にも本論文の理論をもとに考察することができるが、煩雑になると思われる。

終わりに、ご協力を賜った東京芝浦電気(株)の関係各位に深謝の意を表わすとともに、実験に協力された当研究室 高橋哲男君、藤本光仁君に感謝します。(昭和57年3月1日受付)

文 献

- (1) 多田 展・田中・稲垣:「インバータによるヒステリシス電動機の制御」電学論B 92, 619 (昭 47-11)
- (2) J. Nestler: "Verhalten von dreiphasigen Hysteresemotoren beim Antrieb von Gas-Ultrazentrifugen" AEG-TELEFUNKEN 49, 139 (1976-4/5)
- (3) 市川・山崎・佐々木:「ヒステリシスモータの運転監視方法」昭 53 電気学会全大 No. 449
- (4) 宮入・片岡:「ヒステリシス電動機の特性に及ぼす時間高調波の影響について」(昭 40) 電気学会全大 No. 865
- (5) 堀井・湧井:「方形波電圧インバータで運転した場合のヒステリシス電動機特性の一解析法」昭 56 電気学会全大 No. 714
- (6) 宮入・片岡:「ヒステリシス電動機の基本等価回路」電学誌 85, 1740 (昭 40-10)
- (7) 片岡:「ヒステリシス電動機の特性に及ぼす逆相分回転磁界の影響」電学論B 90, 2041 (昭 45-10)
- (8) B. D. Bedford, et al.: インバータ回路(邦訳) 224 (昭 43) コロナ社

付 録

ループLの磁束密度の最大值 同期に達した瞬間における回転子リング内の各調波磁束密度分布は付図1のようになり、(1)式のように表わせる。さて、電動機が同期に達する直前の状態では、例えば回転子上の位置 P_2 点の基本波磁束密度は付図2の①に示すようにすべり速度でゆっくりと変化しつつあり、やが

付図1 同期に達した瞬間における回転子内の磁束密度分布

app. Fig. 1. Flux-density distributions in the rotor at the instant when synchronism is reached.

付図2 回転子内の一点 P_2 の同期前後における磁化状態

app. Fig. 2. Magnetic state at point P_2 just before and after synchronism.

て同期に達する。ここでは同期最大負荷時を考えているので、同期後基本波磁束密度は全く変化しない。一方、高調波磁束密度は同期直前においてはほぼ電源波数の6倍で脈動しているの、付図2においては定性的に曲線②のようになる。但し、その振幅は基本波成分の瞬時値により異なる。従って、 P_2 点の合成磁束密度は曲線③のような変化をする。ここで、回転子はゆっくりと同期速度に引き込まれると仮定すると、同期直前においては5次、7次の高調波磁束密度は共に回転子からみて電源周波数の6倍で脈動しているとみなせる。従って、同期直前の高調波磁束密度は同期時と同じ(1)式を用いることができ、曲線③の最大値 B_m 、すなわち P_2 点が属するループLの磁束密度の最大値は(1)式の各調波磁束密度の和の最大値として求められる。(1)式より B_m は B_{1m} , B_{5m} , B_{7m} , $\phi_5 - \phi_7$ の関数となり、やや複雑であるが、 $\phi_5 = \phi_7$ (これは電圧形インバータ駆動時にほぼ相当する) の場合には $B_m = B_{1m} + B_{5m} + B_{7m}$ と簡単に表わすことができる。

P_2 点以外の回転子上の点についても同様であり、回転子上の全ての点でループLは等しくなる。