UDC 621.313.33.043.2; 621.3.017.3

論文

58-B47

有限要素法による誘導機の回転鉄損

正員^(故)山田速敏
 准員長島洋明 (埼玉大)
 准員坂下幸彦 (埼玉大)
 正員三上亘 (東京芝浦電気)
 正員岡村学 (東京芝浦電気)
 正員谷本茂也 (東京芝浦電気)

1. ま え が き

三相変圧器および回転機の鉄心部に、回転磁束が発生することが知られているが^{(1)~(3)}、従来、回転機における鉄心内の局所的な磁束が不十分なため、回転磁束の影響を考慮した定量的な鉄損計算がなされていなかった。

本研究の特徴は誘導電動機の効率改善のため、鉄損の計算精度の向上を目的としたものである。本論文は回転磁束、回転鉄損および固定子鉄心の局部における磁束密度の時間的な高調波を考慮した鉄損値を定量的に求めている^{(4)~(6)}。すなわち、有限要素法により磁気飽和を考慮した単相誘導電動機および三相誘導電動機の解析を行なうことにより、鉄心内の磁束分布および磁束の空間ベクトルをそれぞれの回転磁界の移動に対して求め、回転鉄損を求めた。更に、本研究では高調波回転磁束の検討を行ない、高調波回転磁束を考慮しない場合の鉄損と高調波回転磁束を考慮した鉄損の比較も行なっている。

2. 解析の概略

誘導電動機の固定子鉄心内の磁束分布を解析するに

あたり、次の仮定を設ける。

- (1) 二次元問題とする。
- (2) 鉄心材料は等方性とし、 $B-\mu$ 曲線は加工によって特性は変化しないとする。
- (3) 固定子鉄心の外周から、磁束が漏れないとする。
- (4) 境界条件として、回転子表面にベクトルポテンシャルが正弦波状に分布すると仮定する。

成立する基礎方程式は

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J \quad \dots\dots (1)$$

ここで、 A はベクトルポテンシャル、 ν はレクタビリティ、 J は磁化電流密度である。

解析対象領域を三角形要素に分割し、各要素内でのベクトルポテンシャルの分布を座標の一次式で近似する。次に、(1)式のエネルギー汎関数を定める。更にマトリックス方程式を求め、連立方程式を解く。これによって各節点のベクトルポテンシャルを求めることができる。

本研究では固定子鉄心内の回転鉄損を求めるため、仮定(4)の境界条件によって解析を行なっている。しかしながら、本研究と異なる手法として固定子鉄心および回転子鉄心を含め固定子巻線の端子電圧または固定子巻線電流を境界条件として固定子鉄心のベクトルポテンシャルを求める方法も考えられるが、この方法は回転子スロットの影響が固定子鉄損にあらわれ現象が複雑になる欠点があり、本研究の目的には不適切である。

一方、本研究の方法における、エアギャップ部に磁束密度を与える方法は基本波磁束に対する回転鉄損を計算できるので得られた結果の見通しが容易に得られ

Rotational Core Loss of Induction Motor By Finite Element Method. By Hayatoshi Yamada, Former member, Hiroaki Nagashima, Associate, Yukihiko Sakashita, Associate (Saitama University), Wataru Mikami, Member, Manabu Okamura, Member & Shigeya Tanimoto, Member (Tokyo Shibaura Electric Co. Ltd.).

(故)山田速敏: 正員, 当時埼玉大学工学部
 長島洋明: 准員, 埼玉大学工学部
 坂下幸彦: 准員, 埼玉大学工学部
 三上 亘: 正員, 東京芝浦電気株式会社
 岡村 学: 正員, 東京芝浦電気株式会社
 谷本茂也: 正員, 東京芝浦電気株式会社

る利点を有する。すなわち、本研究の手法は、固定子鉄心内の回転鉄損を求めるに際しては適切な手法と考える。なお、エアギャップ部の磁束密度は検討する誘導電動機の等価回路より求めることができる。

次に透磁率の推定について述べる。要素が非磁性体で構成されている部分では透磁率は μ_0 (真空透磁率)を与える。また、要素が鉄心材料の場合には、その要素における磁束密度の計算結果と鉄心材料の直流磁化曲線(B - H) 曲線を用いて透磁率を求め、繰返し収束計算している。すなわち、

(1) B - μ 曲線を用いて、 B から直接 μ を求め計算する。

(2) B が、ある基準値より小さい場合は、 B より直接 μ を求め、大きい場合には剛性マトリックスで用いた μ の設定値を使って、 B から H を計算し、この H より μ を求め推定する。

(1) の方法では、繰返し計算ごとの μ の変化がはげしく、収束は速いが加速係数の値によっては発散する場合がある。(2)の方法では、 μ の変化が少なく発散はしないが収束は遅い。

本解析では、加速係数を使用し、(1)の方法を採用して計算を行なった。

3. 自動分割とデータの作成

有限要素法の計算において、計算を行なうためのデータの作成が大切な問題である。故に解析においては変圧器と比較して複雑な電動機の固定子鉄心構造の磁束分布の解析には特別な考慮が必要である。以下、自動分割とデータの作成法の概要を述べる⁽⁶⁾。

電動機の固定子鉄心は、固定子スロットごとと同じ形状 (以下、基本形状と呼ぶ) を繰返す。本プログラムは、基本形状についてのみ、要素分割、節点番号付け、節点座標計算を行ない、そのデータを入力して自動的に全領域の分割図を作成するものである。要素番号および節点番号付けは、次のように行なう。

(1) 節点番号は半径方向に付ける。円周方向に付ける方法も考えられるが、この方法では一般にバンド幅が大となる。

(2) 要素番号は円周方向に付ける。これは、基本形状の繰返しが円周方向であり、プログラム上便利である。

(3.1) ジャンプ指定 例として、基本形状を固定子鉄心の1スロット間隔と考えた場合の分割図を図1とする。同図を図2のような格子状の構造と対応させる。各円周上の節点数が異なるので、半径方向線との交点で、節点とならない部分ができる。この点をジ

図1 基本形状の分割図例

Fig. 1. Example of subdivision.

図2 分割の格子構造

Fig. 2. Element of subdivision.

ャンプ点と呼ぶ。このジャンプ点を指定することにより、任意に節点番号付けを行なうことができる。実際にはバンド幅が小となるように指定する。基本形状について、ジャンプ点を指定することにより、その繰返しで全領域に拡張する。

(3.2) 節点番号の記憶 節点番号を付ける際、それを二次元配列の変数 [ここでは $NMA(I, J)$] に記憶させる。例として図2の節点番号10および22については、 $NMA(3, 2)=10$ 、および $NMA(4, 4)=22$ のように、座標形式で表わした節点の位置と節点番号を対応させる。

この節点番号の記憶は、各要素を構成する節点番号を決定する際に必要となり、また一部座標変更時やカーブプロッター用データの作成時等に、分割図全体での節点の位置を求めるのに有効である。

(3.3) 要素のタイプ 各要素を構成する節点の番号は図3の3種類の要素形状の組み合わせにより決定される。すなわち、要素分割図についてタイプ1を基本として当てはめ、残った要素はタイプ2またはタイプ3で表わす。このとき、各要素を構成する節点の位置は、前述の座標形式で示すと図のように表わされ、 (i, j) および $(i+1, j')$ より残りの点の位置を決定できる。図4に、ジャンプ指定、要素タイプ等を入力して、各要素を構成する節点番号を割り当てるまでのフローチャートを示す⁽⁶⁾。

図 3 要素のタイプ

Fig. 3. The types of element.

図 4 節点番号付けフローチャート

Fig. 4. Flow chart of the numbering.

〈3.4〉 節点座標 節点座標は、基本形状についてのデータを入力し、それを回転移動して全節点の座標を決定する。基本形状中の任意の節点の座標 (x_0, y_0) に対して、第 n 番目の形状の対応する節点の座標は、全スロット数を m として次のように表わされる。

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_n & -\sin \theta_n \\ \sin \theta_n & \cos \theta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad \text{..... (2)}$$

但し、 $\theta_n = (2\pi/m)n$

固定子のスロット形状は、単相誘導電動機にみられるように、必ずしも同一ではない。そこで、形状および種類ごとに基本形状の座標を入力し、その形状を与える位置を指定し、スロット形状に対応する座標に変更する。但し、分割図は変更しない。

〈3.5〉 回転子と固定子のスロット数が異なる場合 一般に電動機においては、固定子と回転子のスロット数は異なるため、全体で考えるときには、回転子、固定子を含めて同一扇形状の繰返しとはならない。その場合には、回転子側と固定子側を別々に分割し、両方を組み合わせる。その際、両方の接合部での節点数は、一磁極分の両スロット数の公倍数にとる。言い換えれば、回転子側基本形状の接合部の節点数は固定子スロットの倍数、固定子側は回転子スロットの倍数となるように分割する。

4. 固定子鉄心材料の回転磁界損失

本章では、回転磁束とひずみ波を考慮した損失が、基本波の交番磁束に対する鉄損と比較して、どの程度鉄損が増加するかを明らかにする。

本研究の目的の一つである回転磁束を考慮した鉄損を求めるためには、固定子鉄心材料の回転磁束による鉄損特性およびひずみ波磁束による鉄心材料の損失特性を知ることが必要である。

これらの損失特性は一部に測定値を用いた実験式を使用し、次のようにして計算される。

〈4.1〉 鉄 損 交番正弦波磁束が加わった場合の、ある磁束密度 B に対する鉄損 $W(B)$ は周波数 f の関数として表わされ、

$$W(B) = K_e(B) f^2 + K_h(B) f \quad (\text{W/kg}) \quad \text{..... (3)}$$

となる⁽⁷⁾⁽⁸⁾。(3)式で右辺第一項はうず電流損、第二項はヒステリシス損を表わす項で、 $K_e(B)$ および $K_h(B)$ は磁束密度 B_1 における各々の損失の係数となる。すなわち同一鋼板について、二種類の周波数 f_1, f_2 の正弦波磁束に対する鉄損測定値より、(3)式から各々の磁束密度に対する係数 $K_e(B), K_h(B)$ が計算され、よって鉄損の分離を行なうことができる。すなわち、ひずみ波鉄損の推定に必要な基本的特性を得る。

〈4.2〉 ひずみ波鉄損の推定式 従来、ひずみ波交番磁束に対する鉄損の推定方法が提案されている⁽⁹⁾。すなわち

$$W = W_e(B_e) + W_h(B_m) \quad \text{..... (4)}$$

(4)式で、 W はひずみ波による鉄損、実効値磁束密度 B_e の関数、 $W_e(B_e)$ はうず電流損失、また磁束密度の最大値 B_m の関数、 $W_h(B_m)$ はヒステリシス損失である。ここで、関数 $W_e(B_e)$ および $W_h(B_m)$ は(3)式より求められるもので次の関係がある。

$$W_e(B) = K_e(B) f^2 \quad \text{..... (5)}$$

図5 鉄損曲線

Fig. 5. Core loss curve.

$$W_h(B) = K_h(B)f \quad \dots\dots\dots (6)$$

本研究では、(3)式～(6)式を求めるにあたり、与えられた鉄損曲線を10分割して近似して計算し(5)式、(6)式を求めている。

実効値磁束密度 B_e は、第 n 次磁束高調波の振幅を B_n とした場合、次式により求められる。

$$B_e = \sqrt{\sum (nB_n)^2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

(4)式右辺第一項は、うず電流損が、ひずみ波磁束によるうず電流の実効値により示されると、また第二項はヒステリシス損が、ヒステリシスループの大きさすなわち最大磁束密度により示されることから与えられる。

図5は、本計算で使用した交番磁束に対する鋼板の鉄損特性である。

以上述べた鉄損の推定は、測定値を用いた実験式を用いているので、得られた結果に大きな相違はないと考えられる。

5. 磁束分布と軸比の計算例

〈5・1〉 磁束分布 誘導電動機の固定子鉄心部の磁束を、有限要素法によって計算を行なった。

解析は、4台の電動機について行なった。その定格および要素分割数、節点数を表1に示す。特に单相誘導電動機に関しては、鉄心形状が経済性の点から、必ずしも軸対称ではなく、現象は複雑となる。解析は、エアギャップ部における回転磁界を移動させて、それぞれについて磁束分布を求めている。その結果、回転子が一回転した場合の誘導電動機の鉄心内の磁束の、

表1 解析モデル

Table 1. Models.

電動機	A	B	C	D
相数	1	1	3	1
極数	2	4	4	4
電圧	100V	100V	200V	110V
出力	200W	400W	400W	60W
要素数	1,236	1,133	618	618
節点数	705	638	353	353

図6 要素分割図

Fig. 6. FEM subdivision.

(a) $\theta = 0^\circ$ (b) $\theta = 30^\circ$ (c) $\theta = 60^\circ$ (d) $\theta = 90^\circ$

図7 磁束分布図

Fig. 7. Flux distributions.

図 8 解析位置

Fig. 8. Positions for the analysis.

時間的な変化を知ることができる。

表 1 A の要素分割図および磁束分布の計算結果をそれぞれ図 6 および図 7 に示す。図 7 は y 軸に磁束密度の最大値がある位置を $\theta=0^\circ$ とし、図 7 (a)～図 7 (d) は磁束密度の最大値が、それぞれ $\theta=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の場合の磁束分布を示している。図 7 における等ベクトルポテンシャル間隔は $1.89 \times 10^{-3} (\text{Wb/m})$ である。

〈5.2〉 回転磁束波形 鉄心内の回転磁束を定量

的に知るため、エアギャップ部に磁束分布を与えて境界条件とし、各要素の磁束密度の時間変化から、そのベクトル軌跡を求めた。表 1 の D の電動機の代表的な部分における回転磁束波形を図 9 に示す。(a) は図 8 の点 P_1 での計算結果で、固定子歯の中心部である。(b), (c) は図 8 の点 P_2, P_3 について求めたものであり、固定子歯の背面部分、(d), (e) は点 P_4, P_5 での結果で、スロット背面部分にあたる。

以上の結果より、歯の背部ではかなり大きな回転磁束が生じている。また、磁束波形は必ずしも円とはならず、かなりの高調波が含まれ、場所によってはむしろ矩形に近い磁束波形となっている。

〈5.3〉 軸比の分布 図 10 は、図 8 の線分 l_1, l_5 に沿って計算した、回転磁束の軸比の変化を示している。なお、軸比 a は、回転磁束の短軸方向磁束密度と長軸方向磁束密度の比である⁽³⁾。図の横軸は、固定子スロット底部から外周までの長さを基準とした、半径方向位置 Δr で示している。ここで、固定子スロット背面部の半径を r_0 とし、固定子鉄心部任意の半径を r 、継鉄の幅を d_e とするとき、 $\Delta r = (r - r_0)/d_e$ と定

図 9 回転磁束波形

Fig. 9. Wave-forms of revolving flux density.

図 10 軸比の変化

Fig. 10. Axis ratio.

義する。但し、 d_c は図8に示すように、 l_1, l_2, l_3 の場合には $d_c = d_1$ 、 l_4 では $d_c = d_2$ 、 l_5 では $d_c = d_3$ である。

図10の l_1, l_4, l_5 は歯の背面であり、 l_2, l_3 はスロット背面である。

以上の計算結果により、軸比 a は、固定子鉄心位置と密接な関係にあることがわかる。つまり、回転磁束波形からもわかるように、固定子歯の背部では、回転磁束の軸比がかなり大きな値であり、外側に行くほど小さくなる。スロットの背部では逆に、内側付近で小さな値で、鉄心の中心部で最も大きくなり、それより外側では小さい。

図10で l_1, l_4, l_5 での結果を比較した場合、歯の背部の軸比に違いがみられる。これは、鉄心の形状に起因していると考えられる。すなわち、図8の l_1 で代表される鉄心幅の広い位置での、歯の背部の軸比が、より大きな値を示すと考えられる。

〈5・4〉 ひずみ率分布 各部回転磁束波形について、そのひずみ率分布の計算を行なった。ひずみ率の定義は文献(8)を参考にしている。すなわち、回転磁束の長軸磁束、および短軸磁束密度のひずみ率 k_x, k_y は、

$$k_x = \sqrt{\frac{\sum B_{nL}^2}{B_{1L}^2}} \dots\dots\dots (8)$$

$$k_y = \sqrt{\frac{\sum B_{nS}^2}{B_{1S}^2}} \dots\dots\dots (9)$$

と表わされる。ここで、 B_{nL} 、 B_{nS} はそれぞれ長軸および短軸磁束密度の第 n 次高調波を示している。回転磁束のひずみ率 k は

$$k = \sqrt{\frac{\sum (B_{nL}^2 + B_{nS}^2)}{B_{1L}^2 + B_{1S}^2}} = \frac{\sqrt{k_x^2 + a'^2 k_y^2}}{\sqrt{1 + a'^2}} \dots\dots\dots (10)$$

で定義する⁽⁸⁾。ここで、 $a' = B_{1S}/B_{1L}$ である。

表1 Dの電動機のひずみ率の計算結果を図11～図

図 11 ひずみ率 k Fig. 11. Distortion factor k . 図 12 ひずみ率 k_x Fig. 12. Distortion factor k_x . 図 13 ひずみ率 k_y Fig. 13. Distortion factor k_y .

13に示す。軸比分布と同様に Δr を横軸とし、縦軸に各ひずみ率の $k=1$ に対する比をとり、 l_1, l_2, l_3 をパラメータとして、それぞれ、ひずみ率 k を図11に、ひずみ率 k_x を図12に、ひずみ率 k_y を図13に示す。図より、回転磁束のひずみは、歯の背部でかなり大きいことがわかる。この部分は、回転磁束の軸比も大きく、従ってかなりの鉄損増加が考えられる。

他の電動機の回転磁束波形、軸比およびひずみ率分布についても同様の結果が得られている⁽⁹⁾。

6. 高調波成分を考慮した回転鉄損

誘導電動機の固定子鉄心内の各要素について回転磁束を求め、これに対する回転鉄損を計算し、その総和を求めた。また、比較のために、交番磁束のみ考慮した場合についても計算している。回転磁束に対する鉄損は次に示す推定式を用いている⁽⁸⁾。

$$W_r(B, \alpha) = W_x(B) + W_y(\alpha B) \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $W_r(B, \alpha)$ は長軸方向の磁束密度が B 、軸比が α の回転鉄損であり、 $W_x(B)$ は磁束密度 B における長軸方向の交番鉄損、 $W_y(\alpha B)$ は磁束密度 αB の短軸方向の交番鉄損である。しかし、この推定式は高磁束密度、大きな軸比の場合には、実測値との誤差が大きくなる⁽⁸⁾。従って、本計算においては、高磁束密度での回転鉄損値は、一部実測値を用いて補正を行った。本方法による鉄損値は、図 14 によって示される。ひずみ波交番磁束に対する鉄損は使用鋼板の鉄損曲線をもとにして、(4)式より求めている。

表 1 D の電動機についての計算結果を図 15 に示

図 14 補正された鉄損曲線

Fig. 14. Corrected core loss curve.

図 15 鉄損計算値

Fig. 15. Core loss calculation by FEM.

表 2 鉄損増加率

Table 2. Core loss.

電動機	回転鉄損／交番鉄損	ひずみ波回転鉄損／交番鉄損
A	7.1%	10.2%
B	6.0	9.0
C	6.8	9.7
D	6.0	9.0

す。同図は、エアギャップにおける最大磁束密度 B_g に対する鉄損値で、I は長軸磁束による交番鉄損、II は回転鉄損値を示している。

表 1 に示した電動機の 50 Hz における計算結果を表 2 に示す。表は定格運転の際の回転鉄損を考慮することによって交番磁束のみを考慮した交番鉄損と比較した鉄損の増加率およびひずみ波回転磁束を考慮した鉄損と交番磁束のみの鉄損との比率を示したものである。

単相誘導電動機と三相誘導電動機の異なる点として単相誘導電動機の場合には、エアギャップにおける磁束密度がだ円磁界となる。すなわち、単相誘導電動機の場合、逆相成分の回転磁界の影響を考慮する必要があるが、比較的正確な等価回路を用いて正相および逆相成分の磁束密度を求め、検討した結果⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾によれば、定格速度付近での逆相成分による鉄損は、正相成分による鉄損と比較して 0.3% 以内である。従って、単相誘導電動機の定格速度付近における効率計算では逆相成分を考慮する必要がない。

7. あとがき

表 1 に示した誘導電動機について有限要素法を用いて解析し、鉄心における局所的な回転磁束波形を明らかにした。更に誘導電動機的设计における鉄損計算では考慮されない、回転鉄損を定量的に検討し、従来の計算法である交番磁束のみ考慮した鉄損計算値との定量的な比較を表 2 に示した。すなわち、定格運転近辺では、回転鉄損値は交番鉄損値に対して約 6 ないし 7% 増加し、磁束波形のひずみを考慮した回転鉄損値は、9 ないし 10% の増加となることがわかった。また回転磁束の軸比、ひずみ率を求めた。今後この計算結果から有限要素法などを用いなくとも、鉄損等の近似計算が可能になると考える。

誘導電動機の鉄損を検討するにあたり、回転子側に発生する鉄損も考慮する必要がある⁽¹¹⁾。基本波磁束による鉄損は定格すべり付近（ほぼ 5% 以内）では、固定子鉄損と比較して 0.3% 程度であるので無視できる⁽¹¹⁾。従って、回転子側における回転鉄損は固定子側

の鉄損と比較して非常に少なく無視できる。

本研究の目的は、固定子鉄心部の回転鉄損の影響を検討し、小形モータにおける計算例を示したものである。

鉄板の特性に関して、本研究は図5で示される無方向性けい素鋼板の場合について検討している。他の特性の無方向性けい素鋼板の場合も本論文の図14に対応する各軸比の鉄損を求めることができるので、本研究の手法により回転鉄損を求めることができる。

本研究および本計算例が、今後誘導電動機的设计における鉄損計算の参考になるものとする。

(昭和57年7月12日受付)

文 献

(1) 山口・成田・遠藤:「同期発電機電機子鉄心における回転磁

- 束および高調波磁束分布の解析」電学誌 99, 692 (昭54-10)
- (2) 中田, 他:「ひずみ波磁束によるけい素鋼板の鉄損」電学誌 90, 115 (昭45-1)
- (3) 山口・成田:「商用けい素鋼板における回転磁界鉄損」電学誌 96, 341 (昭51-7)
- (4) 山田・三上:「有限要素法による单相誘導電動機の損失計算」電学誌 101, 499 (昭56-8)
- (5) 山田, 他:「单相誘導電動機の有限要素法による解析」昭55電気四学会北陸支部連大 No. A-27
- (6) 山田, 他:「誘導機の自動分割と損失計算」電気学会回転機研究会資料 RM-82-23, 79 (昭57-2)
- (7) 例えば, P. L. Alger 他: "Induction Motor core losses", *Journal of AIEE*, p.906 (1920-10)
- (8) 例えば, 竹内・磯部: 新版電気機器設計学 78 (昭41) オーム社
- (9) 山田, 他:「单相誘導機における磁束と鉄損計算」第3回電気・電子工学への有限要素法の応用シンポジウム 15, 99 (昭56-12)
- (10) 例えば, A. F. Puchstein et al.: *Alternating-current Machines* (Modern Asia Editions), p.362 (1971)
- (11) 山田・長島・坂下:「有限要素法による誘導機の鉄損計算」電気学会マグネティックス研究会 MAG-82-114