瞬時無効電力の一般化理論とその応用

正 員 赤 木 泰 文 (長岡技科大)

正 員 金 澤 喜 平 (長岡技科大)

正 員 藤 田 光 悦 (長岡技科大)

正 員 難波江 章 (長岡技科大)

1. ま え が き

近年、電力用半導体素子を用いた無効電力補償装置の研究開発が進むにつれ⁽¹⁾⁽²⁾“無効電力瞬時値”あるいは“瞬時無効電力”という言葉が使用されるようになってきた⁽³⁾⁽⁴⁾。特に、無効電力を瞬時に補償しようとすると、無効電力を瞬時値として一義的に定義し、かつそれが物理量として明確な意味を持つものであることが重要である。しかし、従来の瞬時無効電力は、電源周期または適当な期間の平均値の概念に基づくために一義的に定義できず、厳密な意味での“瞬時無効電力”ではない。

本論文では、三相回路に対して新しい概念である“瞬時虚電力”なる電気量を導入する。これはエネルギーとしての意味はまったくないが、三相回路の従来の瞬時電力（以下、瞬時虚電力に対応して瞬時実電力と呼ぶ。）と同様に測定可能な電気量である。次に各相の瞬時無効電力を、その時刻における電圧と電流の瞬時値のみを用いて定義する。この瞬時無効電力は零相を含むいかなる電圧・電流波形、例えば過渡時やランダムに変化する非周期波形に対しても瞬時に、かつ一義的に定義できる。

従来、スイッチング素子により構成されたエネルギー貯蔵要素を含まない無効電力補償装置^{(5)~(8)}では、補償できるのは基本波無効電力のみであると考えられていた。本論文では、半導体電力変換装置の発生する高調波電流の瞬時値を、瞬時実電力の変動に起因する成分と瞬時虚電力の変動に起因する成分とに分離できることを理論的に示す。この後者の高調波成分と基本

波無効電力は、スイッチング素子のみから構成されたエネルギー貯蔵要素を含まない瞬時無効電力補償装置を用いて定常時のみならず過渡時においても完全に補償できることを実験により確認する。

2. 瞬時虚電力と瞬時無効電力

本章では零相を含まない三相回路の瞬時虚電力を三相/二相変換した $\alpha\beta$ 軸上の瞬時電圧、瞬時電流ベクトルを用いて定義する。次に瞬時無効電力を定義し、物理的意味を明確にする。

〈2.1〉瞬時虚電力の定義 零相を含まない三相瞬時電圧 e_a, e_b, e_c と瞬時電流 i_a, i_b, i_c を次式により $\alpha\beta$ 相へ変換する。

$$\begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

この電圧 e_α, e_β と電流 i_α, i_β は、図1に示すよう

図 1 瞬時電圧ベクトルと瞬時電流ベクトル
Fig. 1. Instantaneous voltage vectors and instantaneous current vectors.

Generalized Theory of the Instantaneous Reactive Power and its Application. By Hirofumi Akagi, Member, Yoshihira Kanazawa, Member, Koetsu Fujita, Member, & Akira Nabae, Member (Technological University of Nagasaki)

赤木 泰文: 正員, 長岡技術科学大学工学部電気系
金澤 喜平: 正員, 長岡技術科学大学工学部電気系
藤田 光悦: 正員, 長岡技術科学大学大学院(現在富士電機製造(株))
難波江 章: 正員, 長岡技術科学大学工学部電気系

に $\alpha\beta$ 軸上の直交した瞬時ベクトルとして取り扱うことができる。これらの合成ベクトル e と i は回転瞬時ベクトルであり、次式で表わされる。

$$e = e_\alpha + e_\beta \dots\dots\dots (3)$$

$$i = i_\alpha + i_\beta \dots\dots\dots (4)$$

一般に三相回路の瞬時電力 p は

$$p = e_\alpha i_\alpha + e_\beta i_\beta + e_c i_c \dots\dots\dots (5)$$

で与えられるが、 $\alpha\beta$ 座標上では e_α と i_α および e_β と i_β のスカラー積の和として次式で表わされる。

$$\begin{aligned} p &= e_\alpha \cdot i_\alpha + e_\beta \cdot i_\beta \\ &= e_\alpha i_\alpha + e_\beta i_\beta \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここで、筆者らは新しい電気量の概念である三相回路の瞬時虚電力ベクトル q を e_α と i_β および e_β と i_α のベクトル積の和として(7)式で定義する。

$$q = e_\alpha \times i_\beta - e_\beta \times i_\alpha \dots\dots\dots (7)$$

q の正方向を図1の $\alpha\beta$ 平面に垂直な図示の方向とすると、瞬時虚電力ベクトル q の大きさ、すなわち瞬時虚電力 q は

$$q = e_\alpha i_\beta - e_\beta i_\alpha \dots\dots\dots (8)$$

となる。(6)式と(8)式をまとめると、次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

(9)式から明らかなように、 p と q は全く対等な形で定義されており、 q の瞬時虚電力に対応して p を瞬時実電力と呼ぶことにする。ここで、瞬時虚電力の意義について考える。従来からの瞬時実電力の定義式である(6)式のみでは、 e_α , e_β と p から i_α , i_β を一義的に決定することができなかった。ところが、瞬時虚電力を新しく導入した(9)式では、 e_α と e_β に関する行列式が零でないことから次式が成立し、

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

i_α と i_β を一義的に決定できる。更に(9)式より

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_\alpha & i_\beta \\ i_\beta & -i_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

を得る。(9), (11)式から明らかなように、 p と q は電圧と電流に関しても対等に定義できる。(9)式は電圧源の三相回路に適した定義式であり、(11)式は電流源の場合に適している。

〈2.2〉 瞬時虚電力と瞬時無効電力の物理的意味

まず、前節で定義した三相回路の瞬時虚電力 q の物理的意味について考察する。図1の α , β 相の直交した瞬時電圧、瞬時電流ベクトルのそれぞれ異なる相間のベクトル積の和として定義した $\alpha\beta$ 平面に垂直な

軸方向の電気量が“瞬時虚電力ベクトル q ”である。従って、直交した α 軸と β 軸において、ある相の瞬時電圧と他の相の瞬時電流の積そのものは、従来の電気量の概念として捕えることのできないものである。瞬時実電力 p は同相の瞬時電圧と瞬時電流の積であるからエネルギー（電力）としての実体のあるもので、 $\alpha\beta$ 平面上で把握される大きさのみをもつ電気量である。これに対して $\alpha\beta$ 平面に垂直な q は、電気的なエネルギーとしての実体のない虚なるものであるから、数学的な意味合いもこめて“瞬時虚電力ベクトル”と名付けた。その大きさ q が“瞬時虚電力”である。なお、この瞬時虚電力の単位は電圧 [V] と電流 [A] の積であるが、従来の電気量の単位である電力 [W]、皮相電力 [VA]、無効電力 [Var] などとは異なるものである。

さて、前掲(10)式において瞬時電流 i_α , i_β を瞬時実電力 p と瞬時虚電力 q の成分に分離すると、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ q \end{bmatrix} \\ &\triangleq \begin{bmatrix} i_{\alpha p} \\ i_{\beta p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{\alpha q} \\ i_{\beta q} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

但し、

$$\left. \begin{aligned} \alpha \text{ 相瞬時有効電流: } i_{\alpha p} &= \frac{e_\alpha}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} p \\ \alpha \text{ 相瞬時無効電流: } i_{\alpha q} &= \frac{-e_\beta}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} q \\ \beta \text{ 相瞬時有効電流: } i_{\beta p} &= \frac{e_\beta}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} p \\ \beta \text{ 相瞬時無効電流: } i_{\beta q} &= \frac{e_\alpha}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} q \end{aligned} \right\} \dots\dots (13)$$

を得る。(12)式の第1項が瞬時実電力による成分であり、第2項が瞬時虚電力による成分である。これらの瞬時電流は電圧源 (e_α , e_β が既知) に対しては、 p と q から一義的に決定できる*。そこでこれらを、以下の瞬時有効電力、瞬時無効電力とのかねあいで(13)式に示すように各相の瞬時有効電流、瞬時無効電流と呼ぶことにする。

さて、 α 相の瞬時電力を p_α , β 相の瞬時電力を p_β とすると、これらは各相の瞬時有効電流と瞬時無効電流を用いて次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} p_\alpha \\ p_\beta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e_\alpha i_\alpha \\ e_\beta i_\beta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e_\alpha i_{\alpha p} \\ e_\beta i_{\beta p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_\alpha i_{\alpha q} \\ e_\beta i_{\beta q} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

*: 電流源 (i_α , i_β が既知) に対しても同様にして(11)式の p , q から電圧を一義的に決定することができる。

また、三相回路の瞬時実電力 p は

$$\begin{aligned} p &= p_\alpha + p_\beta \\ &= e_\alpha i_{\alpha p} + e_\beta i_{\beta p} + e_\alpha i_{\alpha q} + e_\beta i_{\beta q} \\ &= \frac{e_\alpha^2}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} p + \frac{e_\beta^2}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} p \\ &\quad + \frac{-e_\alpha e_\beta}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} q + \frac{e_\alpha e_\beta}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} q \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

となる。ここで重要な点は(15)式の第3項と第4項の和が常に零になることであり、次式が得られる。

$$\begin{aligned} p &= e_\alpha i_{\alpha p} + e_\beta i_{\beta p} \\ &\triangleq p_{\alpha p} + p_{\beta p} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= e_\alpha i_{\alpha q} + e_\beta i_{\beta q} \\ &\triangleq p_{\alpha q} + p_{\beta q} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

但し、

$$\left. \begin{aligned} \alpha \text{ 相瞬時有効電力: } p_{\alpha p} &= \frac{e_\alpha^2}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} p \\ \alpha \text{ 相瞬時無効電力: } p_{\alpha q} &= \frac{-e_\alpha e_\beta}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} q \\ \beta \text{ 相瞬時有効電力: } p_{\beta p} &= \frac{e_\beta^2}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} p \\ \beta \text{ 相瞬時無効電力: } p_{\beta q} &= \frac{e_\alpha e_\beta}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} q \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

(17)式の各項は各相の瞬時無効電力による瞬時電力を表わしている。しかし、これらの代数和が常に零になるということは、とりもなおさず α 相と β 相間を循環している瞬時電力であることを示している。本論文では、このような瞬時電力を“瞬時無効電力”と定義し、瞬時有効電力による瞬時電力を“瞬時有効電力”と定義する。これらの各相の瞬時有効電力と瞬時無効電力は、(18)式に示すように瞬時実電力と瞬時虚電力から一義的に決定できる。特に瞬時虚電力は α 相と β 相間を循環している瞬時電力、すなわち瞬時無効電力を決定する重要な電気量である*。

〈2.3〉 瞬時無効電力と従来の無効電力の関係

正弦波電圧・電流の単相回路では、無効電力を電源周波数の2倍の周波数で脈動している瞬時電力の振幅として定義し、脈動電力の電源一周期の平均値は零である。平衡三相回路の無効電力は、このような単相回路の無効電力の各相ごとの代数和として定義されている。

ところで、非正弦波交流に対する従来の無効電力は、ひずみ波形をフーリエ級数展開し、正弦波交流の無効電力の理論を適用したものである。しかし、フーリエ

*: 瞬時有効電力と瞬時無効電力は三相回路の各相に着目した電気量であるのに対し、瞬時実電力と瞬時虚電力は三相一括した電気量である。

級数展開は周期波形にしか適用できず、しかも一周期の波形が既知の場合にはじめて適用できる。従って、このようなフーリエ級数展開に基づく無効電力の理論では、過渡時やランダムに変化する非周期波形の無効電力を瞬時に、かつ一義的に定義できない。

以下では、前節で論じた瞬時無効電力と従来の無効電力との関係について考察する。

三相回路の瞬時実電力 p は、(15)式より

$$p = p_{\alpha p} + p_{\beta p} + p_{\alpha q} + p_{\beta q} \dots\dots\dots (19)$$

である。電源周期を T とすると、上式の電源一周期の平均値は

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T p dt &= \frac{1}{T} \int_0^T (p_{\alpha p} + p_{\beta p}) dt \\ &\quad + \frac{1}{T} \int_0^T (p_{\alpha q} + p_{\beta q}) dt \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

となる。(17)式から明らかなように上式の第2項は常に零であり、更に平衡三相回路では回路の対称性から次式の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T p_\alpha dt &= \frac{1}{T} \int_0^T p_\beta dt \\ \frac{1}{T} \int_0^T p_{\alpha p} dt &= \frac{1}{T} \int_0^T p_{\beta p} dt \\ \frac{1}{T} \int_0^T p_{\alpha q} dt &= \frac{1}{T} \int_0^T p_{\beta q} dt \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

(20)、(21)式より、 α 相に着目すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T p_\alpha dt &= \frac{1}{T} \int_0^T p_{\alpha p} dt \\ 0 &= \frac{1}{T} \int_0^T p_{\alpha q} dt \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

上式から、 α 相の瞬時有効電力 $p_{\alpha p}$ と瞬時無効電力 $p_{\alpha q}$ は、正弦波交流に対する従来の有効電力と無効電力の定義を包含していることがわかる。換言すれば平衡三相回路の α 相瞬時無効電力は、前節で述べたように $\alpha\beta$ 相間を循環している瞬時電力であると同時に、 α 相に着目すれば電源一周期の平均値が零となる瞬時電力と考えることができる。

なお、平衡三相正弦波交流回路では定常時には瞬時実電力 p と瞬時虚電力 q は共に一定値となり、 p が有効電力となるのは当然であるが、瞬時虚電力 q も数値的には従来の無効電力に等しくなる。しかし、瞬時虚電力と従来の無効電力の物理的意味はまったく異なることに注意しなければならない。

〈2.4〉 三相回路の瞬時電力フロー 図2は瞬時電力フローを示したものである。図では変換器と負荷間にも電源側とは別の任意の $\alpha'\beta'$ 軸を導入している。一般に、 α 相と β 相を循環している瞬時無効電

力 $p_{\alpha q}$ と α' 相と β' 相を循環している $p_{\alpha q'}$ は等しくなく*, 瞬時虚電力についても

$$q \neq q' \dots\dots\dots (23)$$

である。しかし, エネルギー貯蔵要素を含まないスイッチング素子のみから構成された変換器では, 瞬時実電力については

$$p = p' \dots\dots\dots (24)$$

が成立する。

以上, 本章で論じたことをまとめると次のように言うことができる。

“三相回路において, 瞬時虚電力 q を定義したことにより, 各相の瞬時電力の代数和として与えられる瞬時実電力 p のみでは瞬時に捕えることのできなかった瞬時無効電力を明確に定義し, しかもこれは相間を循環している瞬時電力であることを証明した。”

なお, 本理論は単相回路 (直流回路を含む) に直接には適用できない。これは, 付録に示すように単相回路では瞬時虚電力を一義的に定義できないからである。

3. 零相を含む三相回路の瞬時無効電力

零相電圧 e_0 , 零相電流 i_0 を含む三相電圧 e_α, e_β, e_c および三相電流 i_α, i_β, i_c は, 前述の α, β 相に零相を追加することにより, 次式で変換できる。

$$\begin{bmatrix} e_0 \\ e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \dots\dots\dots (25)$$

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \dots\dots\dots (26)$$

零相を含む三相回路では, 零相成分 e_0, i_0 による瞬時電力 p_0 , 瞬時実電力 p , 瞬時虚電力 q は次式で定義できる。

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_0 & 0 & 0 \\ 0 & e_\alpha & e_\beta \\ 0 & -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \dots\dots\dots (27)$$

上式の e_0, e_α, e_β に関する行列式が零でないことから逆変換を行なうと

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_0 & 0 & 0 \\ 0 & e_\alpha & e_\beta \\ 0 & -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p_0 \\ p \\ q \end{bmatrix}$$

*: 例えば, 多相化した強制転流形サイクロコンバータでは, $p_{\alpha q'}$ に無関係に $p_{\alpha q'}$ を零にすることができる。

図 2 瞬時電力フロー

Fig. 2. The instantaneous power flow.

$$\begin{aligned} &= [A]^{-1} \begin{bmatrix} p_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + [A]^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ p \\ 0 \end{bmatrix} + [A]^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q \end{bmatrix} \\ &\triangleq \begin{bmatrix} i_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ i_{\alpha p} \\ i_{\beta p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ i_{\alpha q} \\ i_{\beta q} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

但し,

$$[A] = \begin{bmatrix} e_0 & 0 & 0 \\ 0 & e_\alpha & e_\beta \\ 0 & -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix}$$

を得る。ここで, (28) 式の i_0, i_α, i_β を三相電流 i_a, i_b, i_c に変換すると, 瞬時零相電流, 瞬時有効電流, 瞬時無効電流の各電流成分に分離できる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \\ &= [C] \begin{bmatrix} i_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + [C] \begin{bmatrix} 0 \\ i_{\alpha p} \\ i_{\beta p} \end{bmatrix} + [C] \begin{bmatrix} 0 \\ i_{\alpha q} \\ i_{\beta q} \end{bmatrix} \\ &\triangleq \begin{bmatrix} i_{a0} \\ i_{b0} \\ i_{c0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{ap} \\ i_{bp} \\ i_{cp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{aq} \\ i_{bq} \\ i_{cq} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

瞬時零相電流 瞬時有効電流 瞬時無効電流

$$\dots\dots\dots (29)$$

但し, $i_{a0} = i_{b0} = i_{c0} = i_0/\sqrt{3}$

$$[C] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

a, b, c 相の各瞬時電力を p_a, p_b, p_c とすると, (29) 式より次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} p_a \\ p_b \\ p_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_a i_{a0} \\ e_b i_{b0} \\ e_c i_{c0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a i_{ap} \\ e_b i_{bp} \\ e_c i_{cp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a i_{aq} \\ e_b i_{bq} \\ e_c i_{cq} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \triangleq \begin{bmatrix} p_{a0} \\ p_{b0} \\ p_{c0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_{ap} \\ p_{bp} \\ p_{cp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_{aq} \\ p_{bq} \\ p_{cq} \end{bmatrix} \\ & \text{瞬時零相電力} \quad \text{瞬時有効電力} \quad \text{瞬时无効電力} \\ & \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

ここで、各相の瞬時零相電力、瞬時有効電力、瞬时无効電力には次式の関係が成立することに注意しなければならない。

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ p \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{a0} \\ p_{ap} \\ p_{aq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_{b0} \\ p_{bp} \\ p_{bq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_{c0} \\ p_{cp} \\ p_{cq} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (31)$$

4. 無効電力補償装置の分類と制御法

図3は無効電力補償装置*の原理図である。図中の p_s, q_s は電源側の瞬時実電力、瞬時虚電力であり、 p_L, q_L は負荷側の瞬時実電力、瞬時虚電力である。ここで、補償装置の瞬時実電力と瞬時虚電力を p_c, q_c とすると次式が成立する。

$$\begin{bmatrix} p_c \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_s \\ q_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p_L \\ q_L \end{bmatrix} \dots\dots\dots (32)$$

本論文の理論を適用すると、無効電力補償装置*を次のように分類することができる。

(i) 瞬時有効電力補償装置 瞬時実電力の変動を平均化するもので、補償装置にはエネルギー貯蔵要素を必要とし、 $p_c = p_s - p_L$ 、 $q_c = 0$ となるように制御する。従って、補償電流 $i_{c\alpha}, i_{c\beta}$ は

$$\begin{bmatrix} i_{c\alpha} \\ i_{c\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p_s - p_L \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (33)$$

で与えられ、電源の総合力率は改善されるが、 $q_c = 0$ であるため基本波力率は改善されない。

(ii) 瞬时无効電力補償装置 これは瞬時虚電力に起因する瞬时无効電力を補償するものである。瞬時実電力については $p_s = p_L$ であるので(32)式より $p_c = 0$ となり、補償装置にはエネルギー貯蔵要素を必要としない。従って、補償電流は

$$\begin{bmatrix} i_{c\alpha} \\ i_{c\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ q_s - q_L \end{bmatrix} \dots\dots\dots (34)$$

となる。一般には $q_s = 0$ であり、この場合の電源の基本波力率は1となる。

(iii) 瞬時有効・無効電力補償装置 これは瞬時実電力の平均化と、瞬時虚電力に起因する瞬时无効電力の補償を同時に行なおうとするので、補償装置にはエネルギー貯蔵要素を必要とし、 $p_c = p_s - p_L$ 、 $q_c = q_s - q_L$ の関係から、補償電流は次式となる。

*: 無効電力補償装置の“無効電力”とは、基本波のみならず高調波、低次調波および逆相分も含む広義の無効電力である。

図3 無効電力補償装置

Fig. 3. The reactive power compensator.

$$\begin{bmatrix} i_{c\alpha} \\ i_{c\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p_s - p_L \\ q_s - q_L \end{bmatrix} \dots\dots\dots (35)$$

$q_s = 0$ の場合には、電源電流は力率1の正弦波となる。

以上、無効電力補償装置の基本的な制御法を述べたが、次に瞬時実電力と瞬時虚電力の直流分と交流分に着目して瞬時電流を考察し、補償効果を明確にする。

平衡三相正弦波電圧を仮定し、瞬時実電力 p_L の直流分を $\bar{p}_L$ 、交流分を $\tilde{p}_L$ とし、瞬時虚電力 q_L の直流分を $\bar{q}_L$ 、交流分を $\tilde{q}_L$ とすると、負荷側の α 相瞬時電流 $i_{L\alpha}$ は(12)式から

$$\begin{aligned} i_{L\alpha} = & \underbrace{\frac{e_\alpha}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} \bar{p}_L + \frac{e_\alpha}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} \tilde{p}_L}_{\substack{\text{基本波有効電流} \quad \text{高調波有効電流} \\ \text{瞬时有効電流}(p_L \text{ に起因する成分})}} \\ & + \underbrace{\frac{-e_\beta}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} \bar{q}_L + \frac{-e_\beta}{e_\alpha^2 + e_\beta^2} \tilde{q}_L}_{\substack{\text{基本波無効電流} \quad \text{高調波無効電流} \\ \text{瞬时无効電流}(q_L \text{ に起因する成分})}} \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

となる。上式の右辺第1項が基本波有効電流の瞬時値を、第3項が基本波無効電流の瞬時値を表わしている。また、第2項と第4項の代数和が高調波電流（低次調波、逆相分も含む）の瞬時値である。(36)式はこのような高調波電流の瞬時値が p_L の交流分による成分と、 q_L の交流分による成分とに分離できることを示している。

(i)の瞬時有効電力補償装置は、一般には $p_s = \bar{p}_L$ であり、(36)式の第2項を補償するものである。この場合、負荷側の瞬時実電力 p_L の変動周期に対して十分に長い時間の平均実電力(直流分)を $\bar{p}_L$ とすると、電源側の瞬時実電力 p_s は常に一定となり理想的な電力伝送を行なうことができる⁽⁹⁾。しかし、このような電力変動を平均化するには極めて大容量のエネルギー貯蔵要素を必要とする。

(ii)の瞬时无効電力補償装置は、(36)式の第3項と

第4項を補償するもので、 $q_c = -\bar{q}_L$ の場合が従来の基本波無効電力補償装置である。前述したように、この第3項と第4項の q_L に起因する成分、すなわち瞬時無効電流を補償する場合にはエネルギー貯蔵要素を必要としないということは特筆すべき点である。

(iii)の瞬時有効・無効電力補償装置は、(36)式の第2項から第4項までのすべての電流成分を補償するものである。文献(10)の障害電流補償システムは、他励サイリスタ変換器とリアクトルおよび進相コンデンサを用いて実現したものである。

5. 瞬時無効電力補償装置と実験結果

半導体電力変換器は、スイッチングに伴い複雑な周波数成分をもつ無効電力が発生する。以下では、前章で提案した瞬時無効電力補償装置の補償効果をデジタルシミュレーションと実験により検討する。

〈5.1〉 シミュレーション結果 図4は三相サイリスタ整流回路に発生する瞬時無効電力の補償効果を示したものである。シミュレーションは理想的な瞬時無効電力補償装置を仮定し、整流回路の直流出力電流は一定としている。図から瞬時無効電流のみを補償し、(36)式の右辺第2項を補償していないために電源側の a 相電流 i_{sa} は正弦波とはならないが、制御角 α に関係なく基本波力率は1であることがわかる。

図5は i_{sa} の高調波振幅を計算したものである。例えば $\alpha = 0^\circ$ の場合、第5と第7の高調波振幅は基本波振幅に対して2.86%、第11と第13の高調波振幅は0.7%になる。図5に示すように、高調波電流の補償効果は $\alpha = 0^\circ$ の場合が最も顕著になる。これは α が小さいほど(36)式の右辺第2項が小さく、第4項が大きくなるためである。

〈5.2〉 システム構成 図6に瞬時無効電力補償装置の制御回路を示す。これは乗算器8個を用いたアナログ回路で構成されており、(8)式による負荷の瞬時虚電力 q_L の演算部と(34)式による補償電流 i_{ca} , i_{cb} , i_{cc} の演算部に分けられる。図から明らかなように、補償電流は i_{La} , i_{Lb} , i_{Lc} と e_a , e_b , e_c とから時間遅れなく瞬時に決定できる点が、従来の無効電力補償装置とは本質的に異なる。

図7に補償装置の主回路構成を示す。負荷はシミュ

図4 シミュレーション結果

Fig. 4. Simulation results.

図5 i_{sa} の高調波解析

Fig. 5. Harmonic analysis of i_{sa} .

図6 瞬時無効電力補償装置の制御回路

Fig. 6. Control circuit of the instantaneous reactive power compensator.

レーションと同様に三相サイリスタ整流回路である。補償装置の主回路は、高速トランジスタ、環流ダイオ

図 7 瞬時無効電力補償装置の主回路

Fig. 7 Main circuit of the instantaneous reactive power compensator.

ード、フィルタ用のコンデンサ C ($0.5\mu\text{F}$) とリアクトル L (2.4mH)、平滑用コンデンサ C_d ($5\mu\text{F}$) から構成される電圧形 PWM コンバータであり、補償電流を検出して指令値に追従させる、いわゆる瞬時値制御が行なわれる。主回路の L , C , C_d は瞬時実電力に対するエネルギー貯蔵用ではなく、トランジスタのスイッチング動作上必要なもので、スイッチング周波数が無限大になればこれらの容量は無限に小さくなる。

〈5・3〉 実験結果 図 8 はサイリスタ整流回路の負荷を急変した場合の各部波形の実測結果である。 e_a と i_{sa} の波形から、過渡時においても電源側の基本波力率は 1 であり、しかも高調波電流についても良好な補償効果が得られていることがわかる。なお、 i_{sa} のスパイク状のノッチは、フィルタ用リアクトル L のため整流回路の転流時に補償電流が指令値に瞬時に追従できないことによるもので、理想的な補償装置を仮定しているシミュレーション結果には現われていない。ここで、PWM コンバータのスイッチング周波数の最大値は約 30kHz であり、補償装置内での全損失は、 $\alpha=0^\circ$ で直流出力電流が 10A の場合、約 20W である。

図 9 は、図 8 (a) の定常時における i_{sa} と i_{La} の高調波スペクトラムの実測結果である。ここで、 $\alpha=0$ であるので i_{sa} と i_{La} の基本波実効値は等しくなるが、 i_{sa} に含まれる第 5、第 7 調波は i_{La} に比べて著しく減少している。

これらの実験結果から以下の結論が得られる。

“スイッチング素子により構成されたエネルギー貯蔵要素を含まない瞬時無効電力補償装置は、(36) 式の右边第 3 項の基本波無効電流と右边第 4 項の高調波電流 (高調波無効電流) を、定常時のみならず過渡時に

(a) $\alpha=0^\circ$ (b) $\alpha=30^\circ$

図 8 実験結果

Fig. 8. Experimental results.

(a) i_{sa} (b) i_{La}

縦軸: 1A/div
横軸: 50Hz/div

図 9 i_{sa} と i_{La} の高調波スペクトラムFig. 9. Harmonic spectrum of i_{sa} and i_{La}

でも補償することができる”。

6. む す び

半導体電力変換装置は、スイッチングに伴う無効電力を発生する。この複雑な周波数成分をもつ無効電力を、その時刻における瞬時電圧と瞬時電流のみから一義的に定義し、瞬時に補償することは無効電力制御に携わる技術者の願望であった。

本論文では、三相回路に対して瞬時実電力 p と対等に取り扱うことのできる“瞬時虚電力 q ”を導入し、瞬時無効電力を明確な意味をもつ物理量として一義的に定義することをはじめて可能にした。しかも電圧、電流波形には一切の制限がなく、零相を含むいかなる波形に対しても定義できる。更に、このような瞬時無効電力を遅れなく瞬時に検出して補償する瞬時無効電力補償装置を提案した。これは、平均値の概念に基づいて補償電流を制御する従来の無効電力補償装置とは本質的に異なり、補償電流の瞬時値制御により達成できるものである。

なお、本論文では電圧形 PWM コンバータを用いた瞬時無効電力補償装置を試作して補償効果の一例を示したが、スイッチング周波数と L, C, C_d の関係やサイクロコンバータの発生する低次調波成分の補償などについては次の機会に譲ることとする。

最後に本研究を御支援下さいました関西電力技術研究所工務部の関係各位に深く感謝します。また、本研究は昭和 57 年度文部省科学研究費の一部補助を得て行なわれたものである。

(昭和 57 年 9 月 4 日受付, 同 58 年 1 月 13 日再受付)

付 録

単相回路の瞬時虚電力 単相回路の瞬時電圧と瞬時電流を e_β , i_β とすると, (9)式に $i_\alpha=0$ を代入すれば

$$p = e_\beta i_\beta \dots\dots\dots (付 1)$$

$$q = e_\alpha i_\beta \dots\dots\dots (付 2)$$

となり、単相回路の瞬時実電力 p と瞬時虚電力 q を定義できるように思われる。しかし、図 2 から明らかなように、単相回路では e_β が瞬時電圧であるのに対し、 e_α は仮想的な瞬時電圧である。このことが三相回路と本質的に異なる点である。従って、三相電圧が存在し、一相の電流が零の場合には(付 1), (付 2)式を適用できるが、単相の電圧しか存在しない場合には瞬時虚電力を一義的に定義することはできない。

文 献

- (1) 「無効電力・高調波対策のための電力変換技術」電気学会技術報告 (II 部) 76 号 (昭 54-4)
- (2) L. Gyugyi "Reactive Power Compensation by Static Converters" U. S.-Japan Seminar, 149 (1981)
- (3) 深尾・宮入: 「サイリスタを用いたスイッチングフィルタによるひずみ波の力率改善」電学論 B 92, 342 (昭 47-6)
- (4) K. Tsuboi & F. Harashima: "Real Time Measurement and Estimation of Reactive Power Required by Semiconductor Power Converters" IEEE/IECI'77 Proceeding pp. 68 (1977)
- (5) 野村・藤原・高橋: 「スイッチング装置で構成された電力調相器」電学論 B 97, 353 (昭 52-6)
- (6) 深尾・吉浦・宮入: 「2 台の電流源を用いた三相不平衡・力率補償装置とその原理」電学論 B 98, 211 (昭 53-3)
- (7) 野村: 「スイッチングによる無効電力補償装置」昭 55 電気学会全大 No. 552
- (8) 坪井・稲葉・原島: 「PWM コンバータ方式による全半導体三相無効電力補償装置」昭 53 電気学会全大 No. 563
- (9) 深尾: 「有効電力と無効電力」電学誌 101, 965 (昭 56-10)
- (10) 高橋・藤原・難波江: 「他励サイリスタ変換器を用いた障害電流補償システム」電学論 B 101, 121 (昭 56-3)