UDC 621.311.1.07:621.319.4 "737.1"

論文

59-B87

固有値御制による電力系統の安定化—直列 コンデンサ補償系統の安定化

准 員 駒 井 研 二 (東京大)
 非会員 金 基 聖 (中国黒竜江省電力試験(研))
 正 員 関 根 泰 次 (東京大)

1. ま え が き

電力系統の過渡安定度は、発電機への機械的入力と出力電力の不均衡に基づくものであるが、最近世界的に大規模系統で注目されている不安定現象は、じょう乱発生後数秒から 20~30 秒の時間領域にわたって発生する中間領域不安定現象である。この中間領域不安定現象は、制御系の諸定数や各機器の動作状態などの系統の特性を決定する各種のパラメータの組み合わせの不適切により生ずるものである。パラメータの組み合わせの悪い悪いを最もはっきり示すのは固有値である。従来、電力系統の中間領域安定度を向上させるために、最適制御理論を使って励磁器や調速機のフィードバックゲインを決めることがなされている^{(1)~(3)}。しかし、最適制御には次のような欠点があると考えられる。

(1) 評価関数の状態変数 X および操作変数 u に対する重み付け行列 $[Q]$, $[R]$ を与えれば解を一意的に決めることができるが、 $[Q]$, $[R]$ をどのように決めるかが定まっていない。

(2) 多機系統の動態安定度問題では、制御系の時定数が大きな意味を持つが、最適制御では時定数を最適に決めることはできない。

(3) 発電機の内部状態は直接に測定できないので、線形オブザーバなどを使わないかぎり最適制御で定まる制御系は実現不可能となる場合がある。

(4) 最適制御では、次数が大きくなると解くべき代数方程式の数が飛躍的に大きくなる。

重み付け行列 $[Q]$, $[R]$ の決め方としては、実部が最大の固有値の実部ができるだけ小さくなるように決めるということが提案されている⁽²⁾。電力系統の動的な安定、不安定は固有値により定まるので、最適制御理論を使わないで、固有値を動かすことを直接の目的とした安定化の方が効果的であろう。これを固有値制御 (Eigenvalue Control) と呼ぶことにする。

固有値は、機器定数、系統定数、制御系の定数、動作点などの関数である。動かしたい固有値に対して感度が大きいパラメータを変化させれば、効果的に固有値を動かすことができる。最適制御ではフィードバックゲインだけを変化させるのに対して、固有値制御では固有値を動かすことができるすべてのパラメータを変化させる。測定可能な変数のフィードバックのみを考えるので、得られる制御系は必ず実現可能である。

本稿では、固有値感度行列をもとにした固有値制御の方法を与えている。この問題を考える例として、本稿では直列コンデンサ補償系統を考える。直列コンデンサ補償系統を考える理由は、この系統は周知のように自己励磁、負制動振動、低周波軸ねじれ共振 (SSR: Subsynchronous Resonance) などの不安定現象が発生する可能性があるためである。自己励磁、軸ねじれ振動は励磁制御により安定化することが可能であり^{(4),(5)}、また、Andrew Yan, Yao-Nan Yu らは最適制御理論を使って励磁制御系の設計をし、すべてのモードの軸ねじれ振動の安定化をしている⁽⁶⁾。本稿では直列コンデンサ補償系統に対して、状態フィードバック励磁制御のフィードバックゲインをパラメータとして固有値制御を適用して、安定化制御系を実現している。無制御と励磁制御を行なったそれぞれの場合で、系統定数、発電機出力などに対する固有値の感度解析⁽⁷⁾を行なっている。各モードと各状態変数の間の関係を示すものとして、本稿では固有ベクトルではなく寄与率行列 (Participation matrix)⁽⁸⁾を用いている。

Stabilization of Power System by Eigenvalue Control — Stabilization of Series Capacitor-Compensated Power System. By Kenji Komai, Associate (Faculty of Engineering, University of Tokyo), Jisheng Jin, Non member (Electric Power Test Laboratory of Heilongjiang Province China) & Yasuji Sekine, Member (Faculty of Engineering, University of Tokyo).

駒井研二: 准 員, 東京大学工学部 (現, 三菱電機(株))

金 基聖: 非会員, 中国黒竜江省電力試験研究所

関根泰次: 正 員, 東京大学工学部電気工学科

寄与率行列の定義と特徴は付録1に記す。

2. 状態方程式と固有値感度

動作点のまわりの微小変動について線形化近似をして得られる微分方程式を次の形にまとめる。

$$[P] \begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = [Q]X + [R]u \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに X は状態変数, z は観測変数, u は操作変数, $[P]$, $[Q]$, $[R]$ は定係数行列である。両辺に左から $[P]^{-1}$ をかけて次式を得る。

$$\dot{X} = [A]X + [B]u, \quad \dot{z} = [C]X + [D]u \quad \dots\dots\dots (2)$$

この方法を用いれば、予備的な手計算を少くして状態方程式を得ることができる⁽⁹⁾。 $[A]$ の固有値により安定判別を行なう。固有値を $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_n]^T$, パラメータを $K = [K_1, \dots, K_m]^T$ とする。固有値 λ はパラメータ K の関数である。パラメータの値が K_0 での固有値を λ_0 とする。 $K = K_0 + \Delta K$ での固有値 λ は, Taylor 展開により次式で求められる。

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \lambda_{i0} + \sum_{j=1}^m \left. \frac{\partial \lambda_i}{\partial K_j} \right|_{K=K_0} \Delta K_j \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^m \left. \frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial K_j \partial K_l} \right|_{K=K_0} \Delta K_j \cdot \Delta K_l \\ &+ \dots, i=1, \dots, n \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$|\Delta K_j|$, $j=1, \dots, m$ が小さい範囲では Taylor 展開の第1項だけで十分である。固有値の変化を $\Delta \lambda = \lambda - \lambda_0$ とする。固有値 λ_i のパラメータ K_j に対する1次微係数 $\partial \lambda_i / \partial K_j$ を固有値感度と呼ぶが, 感度行列を $[S] = \{S_{ij}\} = \{\partial \lambda_i / \partial K_j\}$, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, m$ と定義する。(3)式より,

$$\Delta \lambda = [S] \Delta K \quad \dots\dots\dots (4)$$

という式が成り立つ。固有値感度は次式で計算できる⁽¹⁰⁾。(5)式の導出は付録2に記す。

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial K_j} = \left(\frac{\partial}{\partial K_j} [A] y_i, v_i \right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

y_i は $[A]$ の λ_i に対する右固有ベクトル, v_i は左固有ベクトルである。 $(y_i, v_i) = 1$ と規格化している。

3. 固有値制御の方法

固有値制御の目的は, 実部が最大の固有値すなわち支配固有値を, S 平面上で左へ動かしてより安定にすることである。固有値制御にはいろいろの方法が考えられる。ここでは次の方法について考える。

(1) 操作量固定固有値制御

(2) 操作量最小化固有値制御

〈3.1〉 操作量固定固有値制御 各パラメータ K_j

の1回当りの操作量を適当な値 ΔK_{ej} に固定してお

き, 支配固有値 λ_m の各パラメータ K_j に対する感度により, 各パラメータの値を変化させないか, ΔK_{ej} だけ増減するかを決める。その値を単位量変化させても支配固有値がほとんど動かないパラメータは, その値を変化させない。支配固有値に関する感度が大きいパラメータは, 支配固有値が左へ動くように単位量 ΔK_{ej} だけ増減させる。パラメータ変化後の予測される支配固有値 λ_{max}^* の実部が現在の支配固有値 λ_m の実部より大きくなり, 支配固有値の実部をそれ以上小さくできなくなるまで, 制御を繰返して支配固有値を左半平面へ追い込む。

〈3.2〉 操作量最小化固有値制御

(1) 固有値を動かす原則 固有値の中には, 系のパラメータを変化させても全く変化しないか少ししか変化しないもの, および比較的大きく変化するものがある。次の四つの原則に従って固有値を動かす。

(原則1) 動かせる固有値だけを動かす。

(原則2) 支配固有値は, 実部が指定した値以下になるように動かす。

(原則3) 安定だが実部があまり小さくない固有値すなわち準支配固有値は, 安定方向にのみ動かす。

(原則4) 固有値の実部が非常に小さい固有値は, 実部が十分小さいある値以下であればいかに大きく動いても差し支えないとする。

(2) ΔK の決定法 パラメータの変化 ΔK を与えれば, (4)式から固有値の変化 $\Delta \lambda$ を予測できる。逆に $\Delta \lambda$ を決めて ΔK を求めることは難しい。次のような方法で固有値およびパラメータの変化量を定める。固有値を動かす原則によれば $\Delta \lambda_i$ に対する

図1 操作量固定固有値制御のフローチャート

Fig. 1. Flow chart for to correct eigenvalue with fixed variation of control parameters.

条件は,

$$Re\{\lambda_i\} \leq b_i \quad i=1, \dots, n \dots\dots\dots (6)$$

と不等式で表わされる。 λ_D を支配固有値の実部をそれ以下にしたいとする限界値、 λ_T を固有値の実部がその値以下であれば(原則4)を適用する限界値とする。この λ_D 、 λ_T を用いれば、固有値を変化させる際の四つの原則は、次のように書き表わすことができる。

I. 動かさない固有値の場合

$$b_i = M \quad M \text{ は十分大きな正の数}$$

II. 動かせる固有値の場合

$$\textcircled{1} \quad R_e\{\lambda_i\} > \lambda_D \text{ の場合} \quad b_i = \lambda_D - R_e\{\lambda_i\}$$

$$\textcircled{2} \quad \lambda_D \geq R_e\{\lambda_i\} > \lambda_T \text{ の場合} \quad b_i = 0$$

$$\textcircled{3} \quad \lambda_T \geq R_e\{\lambda_i\} \text{ の場合} \quad b_i = \lambda_T - R_e\{\lambda_i\}$$

(6)式を満たす ΔK は多数存在する。 $\Delta K_j, j=1, \dots, m$ は小さい方が望ましいので、次の関数を最小にするように ΔK を決める。

$$\|\Delta K\| = \sum_{j=1}^m g_j \cdot |\Delta K_j| \dots\dots\dots (7)$$

g_j は、パラメータに対する固有値の感度係数が各パラメータの単位の取り方に依存していることを考慮し、それを補正するために導入した重みづけ係数である。線形計画法により、解 ΔK を得ることができる。

(3) 操作量最小化固有値制御のアルゴリズム

1. K の初期値を与え固有値と感度行列を計算する。
2. 後述するように $|\lambda_D - \max(R_e\{\lambda_i\})|$ をあまり大きくしないように λ_D を決める。
3. (6)の制約条件式のもとで(7)式の目的関数を最小にする ΔK を求める。
4. K を変化させて、新しい固有値を求める。
5. 固有値が希望する値にまで改善されているかどうかを判定する。Yes ならば終わり。No ならば、新しい固有値に対する感度行列を計算し2.へもどる。

4. 操作量固定固有値制御の例

解析システムを図3に示す。これは1機無限大母線系統である。諸定数は図中に示す。

発電機出力と制御系の利得、時定数を操作パラメータとする。各操作パラメータの1回当りの変化量を表4に示す値に設定し、操作量固定固有値制御を行なった結果を表1～5と図4、5に示す。操作パラメータが表5に示す値を持ち2回線運転をしていたときの固有値が表1で、動的に安定である。送電線に事故が発生し1回線運転になると、固有値は表2となり不安定となる。操作パラメータの変化を図4に、固有値の動きを図5に示す。制御後の固有値は表3となり安定化される。

5. 操作量最小化固有値制御の例

<5.1> 解析システム 解析システムを図6に示す。この系統は直列コンデンサ補償1機無限大母線系統で、発電機の軸系は2質点系とする。制御系は図7とする。諸定数は図中に示す。

表1 2回線運転時の固有値

Table 1. Eigenvalues for two parallel operating lines.

1	(-81.44, 1191.82)
2	(-81.44, -1191.82)
3	(-37.39, 0.0)
4	(-28.33, 0.0)
5	(-0.44, 8.52)
6	(-0.44, -8.52)
7	(-3.32, 2.77)
8	(-3.32, -2.77)
9	(-1.40, 0.0)
10	(-0.63, 0.0)
11	(-0.45, 0.0)

表2 1回線運転制御前の固有値

Table 2. Eigenvalues for one operating line before compensation.

1	(-149.96, 2007.05)
2	(-149.96, -2007.05)
3	(-36.34, 0.0)
4	(-27.39, 0.0)
5	(0.44, 4.29)
6	(0.44, -4.29)
7	(-3.02, 3.60)
8	(-3.02, -3.60)
9	(-2.75, 0.0)
10	(-0.59, 0.0)
11	(-0.45, 0.0)

表3 1回線運転制御後の固有値

Table 3. Eigenvalues for one operating line after compensation.

1	(-149.96, 2007.08)
2	(-149.96, -2007.08)
3	(-36.11, 0.0)
4	(-27.30, 0.0)
5	(-0.51, 7.32)
6	(-0.51, -7.32)
7	(-1.25, 1.63)
8	(-1.25, -1.63)
9	(-1.21, 0.0)
10	(-0.59, 0.0)
11	(-0.51, 0.0)

図2 固有値の分類

Fig. 2. Classification of eigenvalues.

Fig. 3. Analysis system configuration and block diagram of control systems.

表 4 各操作パラメータの 1 回当りの変化量
Table 4. Variations of the control parameters for each step of compensation.

ΔK_C	ΔP	ΔQ	ΔK_G	ΔT_G	ΔK_A	ΔT_A	ΔK_F	ΔT_F
変化量	0.05	0.05	5	0.05	5	0.05	0.005	0.05

表 5 制御前と制御後の操作パラメータ
Table 5. The values of the control parameters before and after the process of compensation.

操 作 パ ラ メ ー タ	P	Q	K_G	T_G	K_A	T_A	K_F	T_F
制 御 前	0.84	0.17	10	2.2	30	0.3	0.04	1.8
制 御 後	0.3	0.2	10	1.9	10	0.55	0.03	1.75

Fig. 4. Changes of the values of the control parameters for each step of compensation.

Fig. 5. Movements of eigenvalues.

〈5・2〉 無制御の場合の特性 無制御の場合の固有値と寄与率行列を表 6, 7 に示す。表 6 のモード 1～8 は送電線のインダクタンスと静電容量の間の LC 共振のモードである。モード 9～12 は直列コンデンサにかかる電圧の変化 ΔV_{cd} , ΔV_{cq} に依存しているので、モード 9, 10 は自己励磁の supersynchronous 分, モード 11, 12 は subsynchronous 分である。モード 13, 14 は軸ねじれ振動の第 1 モードである。自己励磁の周波数がこのモードの周波数と近いので、SSR が発生し不安定となっている。モード 15, 16, 20

図 6 解析系統

Fig. 6. Analysis system configuration.

図 7 制御系のブロック図

Fig. 7. Block diagram of control systems.

は発電機の内部状態の減衰を表すモードである。モード 17, 18 は軸ねじれ振動の第 0 モードである。モード 19 は調速機のモード, モード 21, 22 は励磁制御系のモードである。無制御なのでこのモードは Δv_f , Δv_e だけに依存し, 他のモードと分離されている。

系統定数と発電機出力に対する固有値感度を図 8 に示す。A が $X_c=1.0$ の場合, B が $X_c=0.8$ の場合である。 X_c を増やすか X_c を減らすことにより, 軸ねじれ振動第 1 モードが安定化することがわかる。これは自己励磁の周波数が変化して, 電気系と軸系の間の相互作用がなくなるためである。軸ねじれ振動第 1 モードの固有値は, A の場合に無効電力 Q に対する感度が大きく, 進み無効電力が大きい方がより安定となる。

〈5・3〉 状態フィードバック励磁制御による軸ねじれ振動の安定化 図 7 (b) のブロック図で励磁電圧 v_f を制御することを考えてみよう。制御信号 U_E は

表 6 無制御の場合の固有値

Table 6. Eigenvalues without excitation control.

1	(-4.48, 2356.54)	12	(-6.23, -76.35)
2	(-4.48, -2356.54)	13	(2.11, 75.32)
3	(-5.00, 1769.44)	14	(2.11, -75.32)
4	(-5.00, -1769.44)	15	(-33.11,)
5	(-4.58, 1600.83)	16	(-22.29,)
6	(-4.58, -1600.83)	17	(-0.84, 10.68)
7	(-7.08, 1008.38)	18	(-0.84, -10.68)
8	(-7.08, -1008.38)	19	(-0.64,)
9	(-8.36, 676.32)	20	(-0.24,)
10	(-8.36, -676.32)	21	(-150.33,)
11	(-6.23, 76.35)	22	(-0.66,)

表 7 無制御の場合の寄与率行列

Table 7. Participation matrix without excitation control.

モード	9, 10	11, 12	13, 14	15	16	17, 18	19	20	21	22
固有値	$-8.36 \pm j 676$	$-6.23 \pm j 76.3$	$2.11 \pm j 75.3$	-33.1	-22.3	$-0.84 \pm j 10.7$	-0.64	-0.24	-150	-0.67
Δi_d	$0.11 \pm j 0.00$	$0.41 \pm j 0.09$	$0.17 \pm j 0.11$	-0.23		$-0.02 \pm j 0.00$		-0.81		
Δi_q	$0.10 \pm j 0.00$	$0.21 \pm j 0.04$	$0.07 \pm j 0.07$	0.01	-0.37	$-0.03 \pm j 0.09$				
Δi_f	$-0.02 \pm j 0.00$	$-0.15 \pm j 0.11$	$-0.09 \pm j 0.02$	-0.34		$0.02 \pm j 0.01$		1.80		
Δi_{kd}	$-0.03 \pm j 0.00$	$-0.22 \pm j 0.03$	$-0.06 \pm j 0.08$	1.56				0.01		
Δi_{kq}	$-0.03 \pm j 0.00$	$-0.16 \pm j 0.01$	$-0.03 \pm j 0.07$		1.48	$-0.03 \pm j 0.04$				
$\Delta \delta_1$		$0.09 \pm j 0.02$	$0.21 \pm j 0.02$		-0.02	$0.21 \pm j 0.00$	0.05			
$\Delta \delta_2$		$0.05 \pm j 0.08$	$0.14 \pm j 0.08$		-0.04	$0.31 \pm j 0.02$				
$\Delta \omega_1$		$0.09 \pm j 0.02$	$0.21 \pm j 0.02$		-0.02	$0.21 \pm j 0.01$				
$\Delta \omega_2$		$0.05 \pm j 0.08$	$0.14 \pm j 0.07$		-0.04	$0.33 \pm j 0.01$				
ΔP_m						$0.02 \pm j 0.00$	0.95			
Δv_f									0.66	0.34
Δv_x									0.34	0.66
ΔV_{CD}	$0.23 \pm j 0.00$	$0.16 \pm j 0.03$	$0.06 \pm j 0.04$	0.01						
ΔV_{CQ}	$0.22 \pm j 0.01$	$0.16 \pm j 0.03$	$0.06 \pm j 0.04$		0.01

(a) 軸ねじれ振動第1モードの固有値 $\lambda_{13,14}$ (b) 自己励磁 Sub-の固有値 $\lambda_{11,12}$ (c) 軸ねじれ振動第0モードの固有値 $\lambda_{17,18}$

図 8 無制御の場合の系統定数と発電機出力に対する固有値感度 ($A-X_c=1.0$, $B-X_c=0.8$)

Fig. 8. Eigenvalue sensitivities to line constants and operating conditions without excitation control.

P, Q, V_t ...などの状態量の変化の一次結合で表わし、

$$U_E = K_P \Delta P + K_Q \Delta Q + K_{Vt} \Delta V_t + K_{It} \Delta I_t + K_{vf} \Delta v_f + K_{if} \Delta i_f + K_{s1} \Delta \delta_1 + K_{s2} \Delta \delta_2 + K_{\omega 1} \Delta \omega_1 + K_{\omega 2} \Delta \omega_2 \dots (8)$$

とおく。上式で、 $\Delta \delta_1, \Delta \omega_1$ などの軸系の状態変数は、軸ねじれ監視装置により測定できるものとする。 $\Delta i_d, \Delta i_q, \Delta i_{kd}$ などの発電機の内部状態の変化は測定できないので、有効電力、無効電力、端子電圧などの変化をフィードバックする。

各フィードバックゲインが0の状態での固有値感度を表8に示す。固有値感度は十分に大きいので、状態フィードバック励磁制御により軸ねじれ振動第1モードの固有値を動かして安定化することは可能である。 K_{s1} と K_{s2} の固有値感度は λ_{17-20} に関してはほぼ等しく、 λ_{11-14} に関しては絶対値がほぼ同じで符号が逆になっている。 $(\Delta \delta_2 - \Delta \delta_1)$ をフィードバックすることにより軸ねじれ振動第1モードが安定化し、 $-(\Delta \delta_1 + \Delta \delta_2)$ をフィードバックすることにより軸ねじれ振動第0モードが安定化する。

$\lambda_{13,14}$ に関する感度が、 K_P, K_Q と K_{s1}, K_{s2} とでは1けたちがっている。これは角度の単位をラジアンに

表 8 ステップ0でのフィードバックゲインに対する固有値感度
Table 8. Eigenvalue sensitivities to feedback gains at step 0.

モード	固有値	K_P	K_Q	K_{Vt}	K_{It}	K_{st}	K_{if}	K_{s1}	K_{s2}	$K_{\omega 1}$	$K_{\omega 2}$
11, 12	$-6.23 \pm j 76.3$	-1.17	-0.37	0.02	-0.06		0.08	0.036	-0.041	0.012	-0.006
13, 14	$2.11 \pm j 75.3$	-0.15	-0.57	0.08	-0.08		0.02	-0.061	0.034	-0.009	0.008
15	-33.1	0.63	-4.62	-1.56	0.06		0.74	-0.027	-0.036	0.002	0.003
16	-22.3	-0.56	-0.02	0.05	-0.02			0.059	0.067	-0.003	-0.004
17, 18	$-0.84 \pm j 10.7$	1.00	-0.06	0.01				0.539	0.523	-0.002	-0.002
19	-0.64	1.84	-0.07	0.04				1.12	1.03	-0.002	-0.002
20	-0.24	-0.10	14.31	4.48			0.01	-2.06	-2.06	0.001	0.001
21	-150	0.71	-1.58	-1.09	0.27	1989	-7.04				0.001
22	-0.67	-1.65	-6.31	-2.04			-0.01	-0.115	-0.041		

表 9 フィードバックゲインの変化
Table 9. Variation of feedback gains.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
K_P	0	0.70	1.49	2.16	2.26	2.27	2.36	2.50	2.55	2.62	2.69	2.76
K_Q	0	0	0	-0.16	-0.29	-0.30	-0.36	-0.56	-0.57	-0.59	-0.61	-0.63
K_{Vt}	0	-0.81	-1.41	-1.41	-1.41	-1.41	-1.41	-1.41	-1.41	-1.41	-1.41	-1.41
K_{It}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K_{vf}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K_{if}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K_{s1}	0	7.85	7.85	7.00	6.53	6.53	6.93	6.93	7.22	7.55	7.89	8.26
K_{s2}	0	-9.66	-10.97	-10.97	-11.25	-11.21	-11.58	-10.83	-11.22	-11.69	-12.17	-12.67
K_{w1}	0	13.6	78.5	167.2	167.2	167.2	167.2	167.2	168.5	169.7	171.0	171.0
K_{w2}	0	0	0	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9

図 9 固有値の動き

Fig. 9. Movements of eigenvalues.

している。軸ねじれ振動第1モードで $\Delta P, \Delta Q$ に比べて、 $\Delta \delta_1, \Delta \delta_2$ が小さいためである。これを補正するために、 $g_P = g_Q = g_{Vt} = g_{It} = 1.0$, $g_{vf} = 100$, $g_{s1} = g_{s2} = 0.1$, $g_{w1} = g_{w2} = 0.02$ とする。

$\lambda_T = -10$ とし、 $\lambda_D = 1.0, 0.0, -0.5, -0.6$ と λ_D を少しずつ小さく設定して、 K を変化させ固有値を安定方向に動かして行く様子を図9に示す。フィードバックゲインの変化を表9に示す。他の固有値を不安定方向に動かすことなく軸ねじれ振動第1モードの固有値を安定にすることができる。図9に示す。フィードバックゲインを変えたときの実際の固有値の動きは、固有値感度から予測される動きとほぼ等しい。固有値制御の繰返し回数によって K の変化はかなり異なっている。これは固有値感度行列 $[S]$ が K の値によって変化するためである。

表 10 励磁制御を行なった場合の固有値
Table 10. Eigenvalues with excitation control.

1	(-4.47, 2356.55)
2	(-4.47, -2356.55)
3	(-4.81, 1769.53)
4	(-4.81, -1769.53)
5	(-4.61, 1600.83)
6	(-4.61, -1600.83)
7	(-7.89, 1008.24)
8	(-7.89, -1008.24)
9	(-8.26, 676.36)
10	(-8.26, -676.36)
11	(-6.22, 73.57)
12	(-6.22, -73.57)
13	(-1.10, 73.45)
14	(-1.10, -73.45)
15	(-24.65, 5.47)
16	(-24.65, -5.47)
17	(-1.49, 15.13)
18	(-1.49, -15.13)
19	(-0.64,)
20	(-2.19,)
21	(-145.58,)
22	(-1.15,)

図 10 励磁制御を行なった場合の系統定数と発電機出力に対する固有値感度 (A-無制御, B-励磁制御有り)

Fig. 10. Eigenvalues sensitivities to line constants and operating conditions with excitation control.

る。このため、固有値は1回に少しずつ動かした方がよい。操作量最小化固有値制御では、パラメータ K の最終値が K の初期値、重みづけ係数 g_i 、支配固有値の実部の指定値 λ_D の設定の仕方に大きく依存するので、これらの値の決め方が非常に重要な問題となる。

表 11 励磁制御を行なった場合の寄与率行列
Table 11. Participation matrix with excitation control.

モード	9, 10	11, 12	13, 14	15, 16	17, 18	19	20	21	22
固有値	-8.26 ± j 676	-6.22 ± j 73.6	-1.10 ± j 73.5	-24.7 ± j 5.47	-1.49 ± j 15.1	-0.64	-2.19	-146	-1.15
Δi_d	0.11 ± j 0.00	0.79 ± j 0.10	-0.05 ± j 0.16	-0.05 ± j 0.25	-0.36 ± j 0.13		-0.86	0.02	0.26
Δi_q	0.10 ± j 0.00	0.35 ± j 0.06	-0.02 ± j 0.03	0.20 ± j 0.26	-0.09 ± j 0.09		0.06		-0.01
Δi_f	-0.02 ± j 0.00	-0.65 ± j 0.20	-0.17 ± j 0.37	0.29 ± j 0.15	0.65 ± j 0.56		1.74	-0.40	-0.55
Δi_{kd}	-0.03 ± j 0.00	-0.16 ± j 0.08	0.22 ± j 0.13	0.12 ± j 0.55	0.09 ± j 0.29		0.12	0.36	-0.02
Δi_{kq}	-0.03 ± j 0.00	-0.25 ± j 0.11	0.01 ± j 0.03	0.75 ± j 0.44	-0.01 ± j 0.09		0.01		
$\Delta \omega_1$		-0.05 ± j 0.03	0.36 ± j 0.03	-0.01 ± j 0.01	0.04 ± j 0.03		0.36		-0.04
$\Delta \omega_2$		-0.03 ± j 0.03	0.21 ± j 0.03	-0.01 ± j 0.01	0.26 ± j 0.02	0.04	0.11		-0.02
$\Delta \omega_3$		-0.02 ± j 0.09	0.31 ± j 0.09	-0.00 ± j 0.01	0.21 ± j 0.01				
$\Delta \omega_4$		-0.04 ± j 0.03	0.22 ± j 0.03	-0.01 ± j 0.01	0.33 ± j 0.01		-0.01		
ΔP_m					0.01 ± j 0.00	0.96	0.02		
Δv_f		-0.03 ± j 0.02	-0.02 ± j 0.03	-0.01 ± j 0.05	0.11 ± j 0.05		0.42	0.67	-0.20
Δv_x		-0.03 ± j 0.01	-0.01 ± j 0.02	0.05 ± j 0.10	-0.11 ± j 0.02		-0.80	0.36	1.55
ΔV_{cd}	0.23 ± j 0.00	0.17 ± j 0.05	-0.01 ± j 0.05	0.02 ± j 0.10	-0.04 ± j 0.04		-0.05		
ΔV_{cq}	0.22 ± j 0.01	0.19 ± j 0.04	-0.02 ± j 0.03	0.00 ± j 0.01	-0.01 ± j 0.00			-0.01	

〈5・4〉 励磁制御を行なった場合の特性 図9, 表9の11の場合の固有値と寄与率行列を表10, 11に示す。 λ_{11-12} はほとんど変化していない。 $\lambda_{13,14}, \lambda_{17,18}, \lambda_{20}, \lambda_{22}$ の実部がすべて-1以下になり改善されている。調速機の固有値 λ_{19} は、励磁制御系によって動かせない固有値なので改善されていない。寄与率行列は非零要素の数が増え、絶対値が大きい要素の数も増えている。各モード間の相互作用が大きくなっていることがわかる。このモード間の相互作用により固有値が改善されていると考えられる。自己励磁の固有値 $\lambda_{11,12}$ の周波数はあまり変化していない。軸ねじれ振動に複数のモードが存在する場合にも、別のモードに低周波軸ねじれ共振(SSR)を発生させることなくSSRを抑制できるであろう。

系統定数と発電機出力に対する固有値感度を図10に示す。 A が無制御の場合、 B が励磁制御を行なった場合である。軸ねじれ振動第1モードの固有値 $\lambda_{13,14}$ の X_c, X_c に対する感度は、 A と B とでは向きが逆になっている。軸ねじれ振動第0モードの固有値 $\lambda_{17,18}$ と f 回路減衰の固有値 λ_{20} の有効電力 P に対する感度が、 B の場合にきわめて大きい。実際に発電機出力を変化させて固有値を求めたのが図11である。感度から予測されるように、有効電力 P が大きいと $\lambda_{17,18}, \lambda_{20}$ が不安定になっている。この理由は $K_p > 0$ であるためと考えられる。電気的な変化だけの制御信号を U_E' とすると、

$$\begin{aligned}
 U_E' &= K_P \Delta P + K_Q \Delta Q + K_{Vt} \Delta V_t \\
 &= (K_P v_d + K_Q v_q) \Delta i_d + (K_P v_q - K_Q v_d) \Delta i_q \\
 &\quad + \{K_P i_d - K_Q i_q + K_{Vt} (v_d/V_t)\} \Delta v_d \\
 &\quad + \{K_P i_q + K_Q i_d + K_{Vt} (v_q/V_t)\} \Delta v_q \dots (9)
 \end{aligned}$$

となる。有効電力 P が増加すると i_q が増加するが、

$K_p > 0$ なので i_q が増加すると上式の Δv_q の係数が正となる。このため、

Δv_q 増加 $\rightarrow U_E'$ 増加 $\rightarrow \Delta v_f$ 増加 $\rightarrow \Delta i_f$ 増加 $\rightarrow \Delta v_q$ 増加
という正帰還のループが生じて不安定となる。

(a) 軸ねじれ振動第0モードの固有値 $\lambda_{17,18}$

(b) f回路減衰の固有値 λ_{20}

図11 発電機出力が変化した場合の固有値の動き

Fig. 11. Movements of eigenvalues for different operating values of P and Q .

図12 軸ねじれ振動のシミュレーション結果

Fig. 12. Simulation results of shaft torsional oscillation.

ΔP , ΔQ などをフィードバックしているので、発電機出力が変化すると、 Δi_a , Δi_q などの状態変数からのフィードバックゲインが変化する。この変化を補正するように K を変化させてやれば、発電機出力が変化しても系統を安定に保つことができるであろう。

〈5・5〉 シミュレーションによる検証 時刻0でわずかな軸ねじれが存在するとしてシミュレーションを行なった結果が図12である。実線が励磁制御を行わない場合で、 $X_c=0.8$ の場合には安定であるが、 $X_c=1.0$ の場合には約1秒で軸ねじれ振動が10倍以上になっている。破線が $X_c=1.0$ で励磁制御を行なった場合である。軸ねじれ振動第1モードが安定化されることがわかる。シミュレーション結果は固有値解析の結果と一致している。

6. あとがき

固有値を直接に動かして系統を安定化するという方針で固有値制御の考え方を提案し、この考え方に基づいて1回当りの操作量の大きさを固定した場合と1回当りの重み付け操作量の絶対値の和を最小化する二つの方法について述べた。前者については1機無限大母線系統に適用した。後者については直列コンデンサ補償系統に適用して、軸ねじれ振動を安定化する状態フィードバック励磁制御系の設計を行なうことができた。時間軸上でのシミュレーションにより固有値解析の結果が正しいことが確認された。

(昭和58年10月25日受付, 同59年5月24日再受付)

文 献

- (1) Y.N. Yu, K. Vongsuriya: "Application of Optimal Control Theory to a Power System" *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-89, 55 (1970-1)
- (2) H.A. Moussa, Y.N. Yu: "Optimal Power System Stabilization Through Excitation and/or Governor Control", *ibid.* PAS-93, 1164 (1974)
- (3) B.H. Habibullah & Y.N. Yu: "Physically Realizable Wide Power Range Optimal Control for Power System", *ibid.* PAS-93, 1498 (1974)
- (4) W. Watson & M.E. Coutles: "Static Exciter Stabilizing Signals on Lange Generators-Mechanical Problems", *ibid.* PAS-92, No. 1, 204 (1973)
- (5) O. Saito, et al: "Suppression of Self-Excited Oscillation in Series Compensated Transmission Line by Excitation Control of Synchronous Machine", *ibid.* PAS-94, 1777 (1975)
- (6) A. Yan, Y.N. Yu: "Multi-Mode Stabilization of Torsional Oscillation using Output Feedback Excitation Control", *ibid.* PAS-101, 1245 (1982)
- (7) P.J. Nolan, et al: "Eigenvalue Sensitivities of Power Systems Including Network and Shaft Dynamics", *ibid.* PAS-95, No. 4, 1318 (1976, 7/8)
- (8) J.J. Perez-Arriaga, et al: "Selective Modal Analysis with Application to Electric Power Systems Part I: Heuristic

Introduction", *ibid.* PAS-101, No. 9, 3117 (1982-9)

- (9) J.H. Anderson: "Matrix Methodes for the Study of a Regulated Synchronous Machine" *Proc. IEEE*, 57, No. 12, 2122 (1969-12)
- (10) J.E. Van Ness, et al: "Sensitivities of Large Multiple-Loop Control Systems", *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-10, 308 (1966)
- (11) 金・関根: 「固有値感度解析と固有値制御」昭58電気学会電力技術研究会 PE-83-46, 67
- (12) 駒井・関根: 「固有値制御による直列コンデンサ補償系統の安定化」昭58電気学会電力技術研究会 PE-83-42, 31

付 録

1. 寄与率行列の説明

$$\dot{X}=[A]X \dots\dots\dots (付1)$$

行列 $[A]$ の固有値と右固有ベクトルを $\lambda_i, \underline{y}_i, i=1, \dots, n$ とする。次式が成り立つ。

$$[A]\underline{y}_i=\lambda_i \underline{y}_i \quad i=1, \dots, n \dots\dots\dots (付2)$$

ここで、行列 $[Y]$, $[V]$ を次のように定義する。

$$[Y]=[\underline{y}_1, \dots, \underline{y}_n] \dots\dots\dots (付3)$$

$$[V]=[\underline{v}_1, \dots, \underline{v}_n]=[Y]^{-1t} \dots\dots\dots (付4)$$

上式で定義した $\underline{v}_i$ は、 $[A]$ の λ_i に対する左固有ベクトルとなっている。 X の初期値 $X(0)$ に対する、以後の時間変化は次式で表わされる。

$$X=\sum_{i=1}^n (\underline{v}_i, X(0)) \cdot \underline{y}_i \cdot \exp\{\lambda_i t\} \dots\dots\dots (付5)$$

寄与率行列 $[P]$ は次式で定義する。

$$[P]=\{P_{ki}\}=\{u_{ki} \cdot y_{ki}\} \dots\dots\dots (付6)$$

寄与率行列 $[P]$ には次のような特徴がある。

- (1) $[P]$ の1行または1列の和が1となる。
- (2) $[P]$ の要素は無次元の数である。状態変数の単位のとり方に $[P]$ の要素は依存しない。
- (3) y_{ki} が i 番目のモードの中での k 番目の状態変数 x_k の活動度を表わす。 v_{ki} が x_k の i 番目のモードへの寄与の重み付けを表わす。 p_{ki} が x_k の i 番目のモードへの正味の寄与を表わす。

2. 固有値感度を求める式の導出 (付2)式を K_j について偏微分して次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial K_j} [A] \underline{y}_i + [A] \frac{\partial}{\partial K_j} \underline{y}_i = \frac{\partial \lambda_i}{\partial K_j} \underline{y}_i + \lambda_i \frac{\partial}{\partial K_j} \underline{y}_i \dots\dots\dots (付7)$$

上式の両辺に左から $\underline{v}_i^t$ をかける。ここで、

$$\underline{v}_i^t \cdot [A] = \underline{v}_i^t \cdot \lambda_i \dots\dots\dots (付8)$$

という式が成り立つので、 $\frac{\partial}{\partial K_j} \underline{y}_i$ を含む項は両辺で等しくなる。また、 $(\underline{y}_i, \underline{v}_i)=1$ なので次式を得る。

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial K_j} = \left(\frac{\partial}{\partial K_j} [A] \cdot \underline{y}_i, \underline{v}_i \right) \dots\dots\dots (付9)$$