UDC 621.313.32:621.3.013.8.025.3

論文

59-B23

交流励磁形同期機の解析

—V特性に関する解析—

正員 田村 淳 二 (北海道大)

正員 長谷川 淳 (北海道大)

正員 藤原 一 (北海道大)

1. ま え が き

交流励磁形同期機 (AC Excited Synchronous Machine, 以下 AESM と略記する) とは, 一次側固定子および二次側円筒形回転子にそれぞれ対称三相巻線を有し, 制動巻線のない構造の回転機である。一般に一次側には固定周波数の対称三相電圧を加え, 二次側にはあるすべり周波数の対称三相電圧を加えて, これらの両励磁周波数によって決まる回転数で同期運転する可変速度の同期機である。従って, AESM は構造的には巻線形誘導電動機の二次励磁方式に酷似しているが, 二次側励磁周波数を固定して同期機として運転する点が大きく異なっている。以上のことから, AESM には通常の同期機と同様に V 特性が存在することが予想されるが, 本論文ではこの点に関して考察を加える。

筆者らはすでに, 電力系統用フライホイール電力貯蔵装置の駆動用回転機への応用を目的として, AESM の基礎的解析手法, 定常運転特性, 定態安定度解析に関して発表している⁽¹⁾。AESM は, 可変速運転が可能なこと, 一次側の有効電力および無効電力の制御が可能なこと, 二次側に入る周波数変換器が他の回転機 (直流機, 同期機などがあるが, いずれも周波数変換器は一次側に入ることになる) を用いた場合に比べて小容量ですむことなどの利点を有しており, フライホイール駆動用としては非常に有効であると考えられている。しかしながら, AESM の無効電力制御特性 (V 特

性) に関して理論的に十分に解明した報告は筆者の知る限りない。フライホイール電力貯蔵装置を, 有効電力はもちろんのこと無効電力制御装置として運転する場合, これらの解析は不可欠であり, このような現状から, 本論文では AESM の V 特性に関して検討する。

以下においては, 文献(1)における結果を土台として, まず初めに一次側および二次側回路における無効電力の関係について簡単に示した後, V 特性の基本的概念について電力相差角曲線を用いて述べる。次に, 適当なモデルを用いて実際に数値計算を行ない, 種々のすべりにおける V 曲線を求める。更に, 得られた V 曲線に関して検討を加え, 安定限界点電圧および一次側電流の力率が 1 となる点における二次側励磁電圧の式を導出する。最後に, 無負荷 V 曲線における不動点について簡単に説明する。

2. 基礎理論

本章では, 以後の解析で必要となる AESM の基礎理論について述べ, 更に無効電力の基本的な特性に関して検討する。

〈2・1〉 基礎的解析⁽¹⁾ 一定すべり s で同期運転している AESM (電動機領域) の一相分あたりの正相分等価回路は図 1 で表わされる。同図において, L_1 および L_2 は一次側および二次側巻線の漏れリアクタンス (l_{1a}, l_{2a}') と相互誘導リアクタンス (L_m) の和で表わされる全リアクタンスである。また, 一次側, 二次側の各印加電圧 (瞬時値) v_{1a}, v_{2a}' および各内部誘起電圧 $\dot{E}_1, \dot{E}_2$ はそれぞれ次式となる。

$$\left. \begin{aligned} v_{1a} &= \sqrt{2} V_{1a} \cos \omega t \\ v_{2a}' &= \sqrt{2} V_{2a}' \cos (s\omega t + \rho) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_1 &= j\omega L_m \dot{I}_{2a}' e^{j\theta_0} \\ \dot{E}_2 &= js\omega L_m \dot{I}_{1a} e^{-j\theta_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

Analysis on an AC Excited Synchronous Machine.—Analysis on the V-characteristic. By Junji Tamura, Member, Jun Hasegawa, Member & Hajime Fujiwara, Member (Faculty of Engineering, Hokkaido University).

田村淳二: 正員, 北海道大学工学部電気工学科
長谷川 淳: 正員, 北海道大学工学部電気工学科
藤原 一: 正員, 北海道大学工学部電気工学科

図 1 定常等価回路

Fig. 1. Steady state equivalent circuit.

ここで、 θ_0 は $t=0$ における $1a$ 相巻線軸と $2a$ 相巻線軸間の相差角である。また、図 1 における各電流は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{1a} &= \frac{(r_{2a}' + js\omega L_2)V_{1a} - j\omega L_m V_{2a}' \varepsilon^{j(\theta_0 + \rho)}}{\dot{\Gamma}} \\ \dot{I}_{2a}' &= \frac{-js\omega L_m V_{1a} \varepsilon^{-j\theta_0} + (r_{1a} + j\omega L_1)V_{2a}' \varepsilon^{j\rho}}{\dot{\Gamma}} \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(3)}$$

但し、

$$\left. \begin{aligned} \dot{\Gamma} &= \Gamma \varepsilon^{j\rho} = r_{1a} r_{2a}' - s\omega^2 L_0^2 \\ &\quad + j(\omega L_1 r_{2a}' + s\omega L_2 r_{1a}) \\ L_0^2 &= L_1 L_2 - L_m^2 \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(4)}$$

である。次に、一次側入力 P_{M1} 、二次側入力 P_{M2} 、機械的出力 P_M はそれぞれ次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} P_{M1} &= 3 \operatorname{Re} \{ \dot{E}_1 \dot{I}_{1a}^* \} \\ &= P_{M0} - P_{M\sigma} \sin(\sigma + \gamma') \\ P_{M2} &= 3 \operatorname{Re} \{ \dot{E}_2 \dot{I}_{2a}'^* \} = -s P_{M1} \\ P_M &= P_{M1} + P_{M2} = (1-s) P_{M1} \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(5)}$$

但し、

$$\left. \begin{aligned} P_{M0} &= 3(\omega L_m)^2 (s r_{2a}' V_{1a}^2 - r_{1a} V_{2a}'^2) / \dot{\Gamma}^2 \\ P_{M\sigma} &= 3\omega L_m V_{1a} V_{2a}' \Gamma' / \dot{\Gamma}^2 \\ \dot{\Gamma}' &= \dot{\Gamma}' \varepsilon^{j\gamma'} = r_{1a} r_{2a}' + s\omega^2 L_0^2 \\ &\quad + j(\omega L_1 r_{2a}' - s\omega L_2 r_{1a}) \\ \sigma &= \theta_0 + \rho \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(6)}$$

である。

〈2.2〉 一次側および二次側の無効電力の関係

一次側に流入する無効電力を Q_{M1} 、二次側に流入する無効電力を Q_{M2} とすると、(2)、(3)式より、

$$\left. \begin{aligned} Q_{M1} &= 3 I_m \{ \dot{E}_1 \dot{I}_{1a}^* \} \\ &= (3\omega L_m / \dot{\Gamma}) \{ -\omega L_m (s^2 \omega L_2 V_{1a}^2 \\ &\quad + \omega L_1 V_{2a}'^2) + \{ r_{1a} r_{2a}' + \omega L_1 s \omega L_2 \\ &\quad + s(\omega L_m)^2 \} V_{1a} V_{2a}' \cos \sigma \\ &\quad + (s\omega L_2 r_{1a} - \omega L_1 r_{2a}') \\ &\quad \times V_{1a} V_{2a}' \sin \sigma \} \end{aligned} \right\}$$

$$Q_{M2} = 3 I_m \{ \dot{E}_2 \dot{I}_{2a}'^* \} = s Q_{M1} \quad \text{.....(7)}$$

となる。上式より、二次側には一次側の s 倍の(有効電力の場合は $-s$ 倍であった)無効電力が流入することが解る。また、 $s < 0$ のときはその符号が逆転することも解る。更に、 $s=0$ では当然のことながら $Q_{M2}=0$ となる。

3. V 曲線の計算

本章では、V 特性の概念について簡単に説明したあと、実際に V 曲線を数値計算により求める。

〈3.1〉 V 特性の概念 V 特性とは、出力一定のもとでの二次側励磁電圧制御に対する一次側電流の大きさおよび力率に関する特性として定義される⁽²⁾。これを電力相差角曲線を使って説明する。図 2 に $s=0.1$ の場合の相差角曲線の例⁽¹⁾を示す。これは後に表 1 に示すモデルを用いて計算したものであり、図中 V_{b1} は一次側境界電圧⁽¹⁾(この場合は 166.7V)である。なお横軸は次式で定義される一次側の負荷角 δ_1 である。

$$\delta_1 = \angle \dot{V}_{1a} - \angle \dot{E}_1 \quad \text{.....(8)}$$

図 2 において、一次側入力を P_{M1}^1 に固定して二次側電圧を減少させると、運転点は $a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_3$ と移り、 a_3 において安定限界となる。同様に、入力 P_{M1}^3 のときは $c_1 \rightarrow c_2 \rightarrow c_3$ と移り、 c_3 において安定限界(最低出力限界)となる。入力を P_{M1}^2 としたときは、最終的

図 2 電力相差角曲線

Fig. 2. Power-load angle curve.

に b_3 に達し、これは通常の誘導電動機としての運転点である。このように、入力を P_{M1}^2 とすると、 $V_{2a}'=0$ の運転点が存在するが、それ以外では $V_{2a}'>0$ において安定限界となることが解る。 $s<0$ の場合も全く同様であるが、この場合には誘導電動機としての運転点が発電機領域に存在するために、 $P_{M1}>0$ に固定した場合は、 V_{2a}' の変化に伴う運転点の推移は図2の $a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_3$ の場合と同様のものだけとなる。

(3.2) 数値例 (5), (6) 式より、 P_{M1} の式を V_{2a}' に関して解くと次式となる。

$$V_{2a}' = \frac{-A_V \pm \sqrt{A_V^2 - 4\omega L_m r_{1a} A_V}}{2\omega L_m r_{1a}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

但し、

$$\left. \begin{aligned} A_V &= V_{1a} \Gamma' \sin(\sigma + \gamma') \\ A_V' &= \frac{P_{M1} \Gamma'^2}{3\omega L_m} - s\omega L_m r_{2a}' V_{1a}^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

である。上式および(3)式より P_{M1} を固定し σ をパラメータとして数値計算した V 曲線の結果を図3 ($s=0.1$)、図4 ($s=-0.1$) に示す。モデルとして用いたのは表1のような定格および定数を有する巻線形誘導電動機である。また、同図において K_{PM} は

$$K_{PM} = P_{M1}/P_{IM} \quad \dots\dots\dots (11)$$

として定義され、 P_{IM} は誘導電動機としての一次側入力（つまり図2の P_{M1}^2 に相当）であり、(5)式より $V_{2a}'=0$ として次式で表わされる。

$$P_{IM} = \{3s(\omega L_m)^2 r_{2a}' V_{1a}^2\} / \Gamma'^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

上式より、 $s<0$ では $P_{IM}<0$ となるので図4においては $K_{PM} \leq 0$ となっている。更に、図3、図4において、最低点において I_{1a} は力率1となり、それより右

図3 V 曲線 ($s=0.1$)

Fig. 3. V-curves ($s=0.1$).

図4 V 曲線 ($s=-0.1$)

Fig. 4. V-curves ($s=-0.1$).

表1 モデルの定格および回路定数

Table 1. Rated values and circuit constants of the model.

定 格		回路定数 (Ω)	
出 力	250 HP	r_{1a}	0.86
電 機 子 電 圧	$3,000/\sqrt{3}$ V	ωl_{1a}	3.73
電 機 子 電 流	49.2 A	ωL_m	95.1
力 率	遅れ 81%	r_{2a}'	1.09
効 率	90%	$\omega l_{2a}'$	3.61
す べ り	3.5%		
極 数	12極		
周 波 数	50 Hz		

側では進相力率、左側では遅相力率となっている。また図3から解るように、 $K_{PM}=1$ で曲線は $V_{2a}'=0$ に対応する点まで達し、 $K_{PM} \neq 1$ では達しない。これは前節で説明した通りである。また、すべての V 曲線（但し、 $s=\pm\infty$ は除く）は閉曲線となる。

次に種々のすべりについて、 $P_{M1}=0$ として計算した結果を図5に示す。同図より当然のことながら力率1では $I_{1a}=0$ となる。また、不安定領域内ではあるがすべりの値にかかわらずすべての曲線が通過する点が存在することも解る。このことについては次章で簡単に検討する。

なお、以上において得られた結果は、 $P_{M1} \geq 0$ （電動機運転時）の場合のものだけであるが、 $P_{M1} \leq 0$ （発電機運転時）の場合についても全く同様にして求めることができるので、ここでは省略する。

図5 無負荷 V 曲線

Fig. 5. No-load V-curves.

4. V 曲線に関する検討

本章では、前章で得られた V 曲線に関して検討を加え実用上の見地からも非常に重要であると考えられる安定限界点電圧、一次側電流の力率が1となるときの二次側電圧の各式を導出し、最後に、無負荷 V 曲線における不動点について考察をばらう。

〈4・1〉 安定限界点電圧 本節では、図3、図4の V 曲線において安定限界における V_{2a}' の式を導出する。図3の V 曲線のうち $K_{PM}=0.5$ のものだけを取り出して図6に示してあるが、同図中の G_1 点における二次側電圧 V_{2a}^{SL} を求めるわけである。

G_1 点において V_{2a}' が最小値をとることは図6から明らかである。 V_{2a}' は(9)、(10)式で規定される P_{M1} および σ の関数である。従って、 P_{M1} 固定のもとで V_{2a}' が最小値をとるための条件は、

$$dV_{2a}'/d\sigma = 0 \quad (13)$$

である。上式に(9)式を代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{dV_{2a}'}{d\sigma} &= \frac{1}{2\omega L_m r_{1a}} \frac{dA_v}{d\sigma} \\ &\times \left(-1 \pm \frac{A_v}{\sqrt{A_v^2 - 4\omega L_m r_{1a} A_v'}} \right) \\ &= 0 \quad (14) \end{aligned}$$

(9)~(12)式より、 K_{PM} を用いて A_v' を表わすと、

$$A_v' = (K_{PM} - 1) s \omega L_m r_{2a}' V_{1a}^2 \quad (15)$$

となる。 $K_{PM} \neq 1$ の場合を考えると上式より $A_v' \neq 0$

図6 V_{2a}^{SL} 、 V_{2a}^{UF} の図示Fig. 6. Graphical representation of V_{2a}^{SL} , V_{2a}^{UF} .

である ($s=0$ のとき、 $A_v'=0$ となるように見えるが (10)式より $P_{M1} \neq 0$ である限りそうはならない) から従って、(14)式のかっこ内が0となることはない。ゆえに(14)式は次式と等価である。

$$dA_v/d\sigma = 0 \quad (16)$$

(10)式より、

$$dA_v/d\sigma = V_{1a} \Gamma' \cos(\sigma + \gamma') = 0 \quad (17)$$

となり、よって、

$$\sigma = \pm \pi/2 - \gamma' \quad (18)$$

が得られる。上式が $K_{PM} \neq 1$ の場合の (13)式が成立するときの σ の値である。一方、(5)式から P_{M1} 最小となるときの σ を σ_G 、最大となるときの σ を σ_M とすると、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_G &= \pi/2 - \gamma' \\ \sigma_M &= -\pi/2 - \gamma' \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

となる。以上のことから V_{2a}^{SL} を求めるわけであるが、(18)、(19)式から σ^{SL} (V_{2a}^{SL} を与える σ) として σ_M と σ_G のどちらをとるべきなのか、また、 σ^{SL} が決まった後(9)式において複号のうちどちらをとるべきなのかを決定しなければならない。

図2における説明から、 $0 \leq P_{M1} < P_{IM}$ のときは、 $\sigma^{SL} = \sigma_G$ 、 $P_{M1} > P_{IM}$ のときは $\sigma^{SL} = \sigma_M$ (但し、 $s \leq 0$ のときは $P_{M1} \geq 0$ で $\sigma^{SL} = \sigma_M$) となることが解る。一方、(10)式から、

$$\left. \begin{aligned} A_v(\sigma_M) &= -V_{1a} \Gamma' < 0 \\ A_v(\sigma_G) &= V_{1a} \Gamma' > 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

である。 $s > 0$ のとき、 $0 \leq K_{PM} < 1$ ($0 \leq P_{M1} < P_{IM}$) であれば、(15)式より $A_v' < 0$ となり、 $A_v(\sigma_G) > 0$ なので(9)式で複号の⊕をとらないと $V_{2a}' > 0$ である解が得られない。 $K_{PM} > 1$ ($P_{M1} > P_{IM}$) であれば、 $A_v' > 0$ であり、 $A_v(\sigma_M) < 0$ なので(9)式の複号のどちらを

とっても $V_{2a}' > 0$ なる解が得られるが、この場合は $\ominus$ をとる。なお、 $\oplus$ をとると非常に大きな V_{2a}' の解が求まるが、これはもう一方の端 (V 曲線は閉曲線である) の安定限界点における解となる。次に $s < 0$ のとき、 $P_{M1} \geq 0$ なら $K_{PM} \leq 0$ となるので、 $A_V' > 0$, $A_V(\sigma_M) < 0$ より複号のうち $\ominus$ をとる。 $s = 0$ のときは、 $P_{M1} \geq 0$ なら $A_V' \geq 0$, $A_V(\sigma_M) < 0$ であるので $\ominus$ をとる。最後に、 $s > 0$, $K_{PM} = 1$ のとき、 $A_V' = 0$ であるから $\oplus$ の符号をとることにより $V_{2a}' = 0$ の解が得られる。以上の結果をまとめると、 V_{2a}^{SL} は次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} (1) \quad s > 0 \\ (i) \quad 0 \leq P_{M1} < P_{IM} \text{ のとき} \\ V_{2a}^{SL} = \frac{-A_V(\sigma_G) + \sqrt{D}}{2\omega L_m r_{1a}} \\ (ii) \quad P_{M1} = P_{IM} \text{ のとき} \\ V_{2a}^{SL} = 0 \\ (iii) \quad P_{M1} > P_{IM} \text{ のとき} \\ V_{2a}^{SL} = \frac{-A_V(\sigma_M) - \sqrt{D'}}{2\omega L_m r_{1a}} \\ (2) \quad s \leq 0, P_{M1} \geq 0 \text{ のとき} \\ V_{2a}^{SL} = \frac{-A_V(\sigma_M) - \sqrt{D'}}{2\omega L_m r_{1a}} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

但し、

$$\left. \begin{array}{l} D = \{A_V(\sigma_G)\}^2 - 4\omega L_m r_{1a} A_V' \\ D' = \{A_V(\sigma_M)\}^2 - 4\omega L_m r_{1a} A_V' \end{array} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

である。なお、上式に表1のモデルの各定数を代入して実際に V_{2a}^{SL} を計算すると、図3、図4、図5に対して正しい解が得られることは容易に確認できる。

もう一方の端の安定限界点における V_{2a}' の式も全く同様にして求めることができるが、これは非常に大きな値となり、実用的な見地からもほとんど必要ないと考えられるので、ここではその導出は省略する。

〈4・2〉 力率1の点における二次側電圧 一次側電流 I_a の力率が1となる点、すなわち図6の G_2 点における二次電圧 V_{2a}^{UF} の式を求める。 G_2 点で I_a は最小値をとるので次式が成立する。

$$dI_a/d\sigma = 0 \dots\dots\dots (23)$$

(3)式から I_a は σ と V_{2a}' の関数であるが、 V_{2a}' は σ の関数である (P_{M1} 一定の場合) ので、条件としては上式でよいことになる。上式が成立すると、次式も同時に成立する。

$$dRe\{\dot{I}_{1a}\}/d\sigma = 0 \dots\dots\dots (24)$$

これは、一次側端子入力を P_1 とすると、

$$P_1 = 3V_{1a} Re\{\dot{I}_{1a}\} = 3I_a^2 r_{1a} + P_{M1} \dots\dots\dots (25)$$

であり、 P_{M1} 一定の条件のもとで上式を σ で微分すると、

$$3V_{1a} \frac{dRe\{\dot{I}_{1a}\}}{d\sigma} = 6I_a r_{1a} \frac{dI_a}{d\sigma} \dots\dots\dots (26)$$

となり、従って、(23)式が成立すると(24)式も成立することになるわけである。一方、 G_2 点においては $\dot{I}_a$ の力率が1となり、次式が成立している。

$$I_m\{\dot{I}_{1a}\} = 0 \dots\dots\dots (27)$$

すなわち、

$$I_{1a} = \sqrt{Re\{\dot{I}_{1a}\}^2 + I_m\{\dot{I}_{1a}\}^2} \dots\dots\dots (28)$$

であり、これより

$$\frac{dI_{1a}}{d\sigma} = \frac{Re\{\dot{I}_{1a}\} \frac{dRe\{\dot{I}_{1a}\}}{d\sigma} + I_m\{\dot{I}_{1a}\} \frac{dI_m\{\dot{I}_{1a}\}}{d\sigma}}{\sqrt{Re\{\dot{I}_{1a}\}^2 + I_m\{\dot{I}_{1a}\}^2}} \dots\dots\dots (29)$$

であるから、以上により、(24)、(27)式が成立することにより(23)式が成立することが解る。

(3)式より、

$$\begin{aligned} I_m\{\dot{I}_{1a}\} &= (1/\Gamma^2) \{ (r_{1a} r_{2a}' - s\omega^2 L_0^2) \\ &\quad \times (s\omega L_2 V_{1a} - \omega L_m V_{2a}' \cos \sigma) \\ &\quad - (\omega L_1 r_{2a}' + s\omega L_2 r_{1a}) \\ &\quad \times (r_{2a}' V_{1a} + \omega L_m V_{2a}' \sin \sigma) \} \end{aligned} \dots\dots\dots (30)$$

となり、上式と(27)式から結果的に次式が得られる。

$$\omega L_m V_{2a}' \cos(\sigma - \gamma) = V_{1a} Z_2 \sin(\alpha_2 - \gamma) \dots\dots\dots (31)$$

但し、

$$\dot{Z}_2 = Z_2 e^{j\alpha_2} = r_{2a}' + js\omega L_2 \dots\dots\dots (32)$$

である。上式と(9)式より σ を消去すると V_{2a}^{UF} が満足すべき方程式として次式が得られる(付録1参照)。

$$\begin{aligned} &\Gamma^2 (\omega L_m)^4 r_{1a}^2 V_{2a}'^4 + (\omega L_m)^2 \{ 2\Gamma r_{1a} \\ &\quad \times (\Gamma_I A_V'' V_{1a} + \omega L_m A_V' \Gamma) \\ &\quad - V_{1a}^2 \Gamma_R^2 \} V_{2a}'^2 + (\Gamma_I A_V'' V_{1a} \\ &\quad + \omega L_m A_V' \Gamma)^2 + (\Gamma_R A_V'' V_{1a})^2 \\ &= 0 \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

なお、 Γ_I , Γ_R , A_V'' は付録内で示されている。

上式は、 $V_{2a}'^2$ に関する二次方程式となっているので容易に解くことができ、最終的な解は、

$$V_{2a}' = \pm \frac{\sqrt{A_R \pm \sqrt{A_R'}}}{\Gamma \omega L_m r_{1a}} \dots\dots\dots (34)$$

但し、

$$\left. \begin{aligned} A_R &= (V_{1a}^2 \Gamma_R^2 / 2) - \Gamma r_{1a} (\Gamma_I A_V'' V_{1a} \\ &\quad + \omega L_m A_V' \Gamma) \\ A_R' &= [(V_{1a}^2 \Gamma_R^2 / 4) - \Gamma r_{1a} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} & \times \{A_V''(\Gamma_I V_{1a} + \Gamma r_{1a} A_V'') \\ & + \omega L_m A_V' \Gamma\} V_{1a}^2 \Gamma_R^2 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

となる。求める解 V_{2a}^{UF} は、上記四つの解のうち次式で表わされることは明白である。

$$V_{2a}^{UF} = \frac{\sqrt{A_V'' - \sqrt{A_V''}}}{\Gamma \omega L_m r_{1a}} \quad (36)$$

(34)式において、根号内の複号のうち⊕をとったものは、もう一方の(23)式が成立する点 (I_{1a} 最大となる点、但し不安定領域内にある) における解となる。なお、上式に表1の各定数を代入して実際に V_{2a}^{UF} を計算すると、図3、図4に対して正しい解が得られることは容易に確認できる。

〈4.3〉 無負荷 V 曲線における不動点 図5よりすべりにかかわらず、すべての無負荷 V 曲線が通過する点 G_3 が存在することが解る。しかしながら、 G_3 は不安定領域内にあるので、実用的な見地からすればさほど重要ではない。そこで本論文では、ごく簡単に考察するのみにとどめる。

まず、 G_3 点の座標は特殊な二つのすべり ($s=0$ と $s=\infty$) に対する無負荷 V 曲線の交点として求めることができ、結果は次式となる (付録2参照)。

$$\begin{aligned} G_3 \text{ 点の座標} &= (V_{2a}^c, I_{1a}^c) \\ &= \left(\frac{\omega L_m r_{2a}' V_{1a}}{\Gamma_c}, \frac{\omega L_2 V_{1a}}{\Gamma_c} \right) \end{aligned} \quad (37)$$

但し、

$$\Gamma_c = \sqrt{(\omega^2 L_0^2)^2 + (\omega L_2 r_{1a})^2} \quad (38)$$

である。次に、上記の座標の点が任意のすべりの無負荷 V 曲線上にあることの証明 (つまり、 G_3 点が不動点であることの証明) は、得られた V_{2a}^c と(9)式を等しいとおいて σ について解き、得られた σ と V_{2a}^c の式を(3)式の I_{1a} に代入して絶対値をとると I_{1a}^c が得られることにより、行なうことができる (付録3参照)。

5. あとがき

本論文では、交流励磁形同期機の V 特性に関して解析した。まず初めに V 特性の概念について簡単に説明した後、実際に数値計算により V 曲線を求めた。次に得られた V 曲線に関して検討し、安定限界点電圧、一次側電流の力率が1になるときの二次電圧の式を求め、最後に無負荷 V 曲線における不動点について検討を加えた。得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) AESM の二次側には、一次側の s 倍 (s はすべり) の無効電力が流入する。

(2) AESM にも通常の同期機と同様な V 特性が存在する。その際、 V_{2a}' を小さくすると I_{1a} は遅相力率、大きくすると進相力率 (但し、電動機運転時) となる。また $K_{PM}=1$ において、曲線は $V_{2a}'=0$ に対応する運転点まで達する。

(3) 安定限界となるときの、二次側励磁電圧は、(21)式で与えられる。

(4) I_{1a} の力率が1となるときの二次側励磁電圧は(36)式で与えられる。

(5) 無負荷 V 曲線は、不安定領域内ではあるがすべりの値にかかわらず、そのすべてがある不動点を通過する。この点の座標は、(37)式で与えられる。

以上により、交流励磁形同期機の V 特性に関しての基本的な特性が非常に明確となった。なお、得られた結果に対しての実機による実験的検証、並びに得られた特性を有効に活用するための制御系の設計などを今後の課題としたい。

(昭和58年5月24日受付、同58年9月19日再受付)

文 献

- (1) 田村, 他: 「交流励磁形同期機の解析一定常運転状態」 電学論 B 103, 93 (昭 58-2)
- (2) 田村, 他: 「交流励磁形同期機の特性」 電気学会回転機研究会資料 RM-81-26 (昭 56-7)
- (3) 田村, 他: 「交流励磁形同期機の解析 - V 特性に関する解析 -」 電気学会回転機研究会資料 RM-83-57 (昭 58-9)

付 録

1. (33)式の導出 まず初めに、(9)式を V について解き、両辺を二乗して整理すると次式が得られる。

$$\omega L_m r_{1a} V_{2a}'^2 + V_{2a}' V_{1a} \Gamma' \sin(\sigma + \gamma') + A_V' = 0 \quad (付1)$$

一方、(31)式より、

$$\left. \begin{aligned} \cos(\sigma - \gamma) &= \frac{A_V''}{\omega L_m V_{2a}'} \\ \sin(\sigma - \gamma) &= \pm \sqrt{1 - \left(\frac{A_V''}{\omega L_m V_{2a}'} \right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (付2)$$

$$A_V'' = V_{1a} Z_2 \sin(\alpha_2 - \gamma) \quad (付3)$$

であるから、これより

$$\begin{aligned} e^{j(\sigma - \gamma)} &= \frac{A_V''}{\omega L_m V_{2a}'} + j \\ &\times \left(\pm \sqrt{1 - \left(\frac{A_V''}{\omega L_m V_{2a}'} \right)^2} \right) \dots (付4) \end{aligned}$$

となる。更に、

$$\varepsilon^{j(\sigma+\gamma')} = \varepsilon^{j(\sigma-\gamma)} \varepsilon^{j\gamma} \varepsilon^{j\gamma'} = \varepsilon^{j(\sigma-\gamma)} \frac{\dot{\Gamma}}{\Gamma} \frac{\dot{\Gamma}'}{\Gamma'} \quad \dots\dots\dots (\text{付5})$$

であるから、よって、

$$\begin{aligned} \sin(\sigma+\gamma') &= I_m \{ \varepsilon^{j(\sigma+\gamma')} \} \\ &= \frac{\Gamma_R \sin(\sigma-\gamma) + \Gamma_I \cos(\sigma-\gamma)}{\Gamma \Gamma'} \dots (\text{付6}) \end{aligned}$$

但し、

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_R &= R_e \{ \dot{\Gamma} \dot{\Gamma}' \} \\ \Gamma_I &= I_m \{ \dot{\Gamma} \dot{\Gamma}' \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (\text{付7})$$

となり、上式に(付2)式を代入して、

$$\begin{aligned} \sin(\sigma+\gamma') &= \frac{\pm \Gamma_R \sqrt{(\omega L_m V_{2a}')^2 - A_V'^2} + \Gamma_I A_V''}{\omega L_m V_{2a}' \Gamma \Gamma'} \\ &\dots\dots\dots (\text{付8}) \end{aligned}$$

が得られる。

上式を(付1)式に代入し、その式を $\pm\sqrt{\quad}$ について解き、二乗して整理すると、最終的に(33)式が得られる。

2. (44)式の導出 (3)式の $\dot{I}_{1a}$ において $s \rightarrow \infty$ とすると、 V_{2a}' および σ に依存しない一定値、

$$I_{1a}^c = \omega L_2 V_{1a} / \Gamma_c \dots\dots\dots (\text{付9})$$

となり、従って、この場合の V 曲線は横軸に平行な直線となることが解る。このことは図5からも予想されることである。次に、(3)式の $\dot{I}_{1a}$ 、(9)式の V_{2a}' において $s=0$ 、 $P_{M1}=0$ とすると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{1a} &= \frac{r_{2a}' V_{1a} - j \omega L_m V_{2a}' \varepsilon^{j\sigma}}{r_{2a}' (r_{1a} + j \omega L_1)} \\ V_{2a}' &= \frac{-V_{1a} r_{2a}' (r_{1a} \sin \sigma + \omega L_1 \cos \sigma)}{\omega L_m r_{1a}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (\text{付10})$$

(9)式において $\oplus$ の符号をとると、 $V_{2a}'=0$ なる解も得られるが、これは不合理であるので除外する。上式の $\dot{I}_{1a}$ の絶対値と(付9)式を等しいとおき、 $\sin \sigma$ について解くと、

$$\left. \begin{aligned} \sin \sigma &= \frac{r_{2a}'^2 V_{1a}^2 \Gamma_a^2 - (\omega L_m V_{2a}')^2 \Gamma_c^2}{2 r_{2a}' \omega L_m V_{1a} V_{2a}' \Gamma_c^2} \\ \Gamma_a &= \sqrt{(\omega L_1 \omega L_2)^2 - (\omega_2 L_0^2)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (\text{付11})$$

が得られる。上式の $\sin \sigma$ およびこれより求まる $\cos \sigma$ を(付10)式の V_{2a}' に代入し、整理すると最終的に

$$\left. \begin{aligned} &\Gamma_c^4 (\omega L_m)^4 V_{2a}'^4 - 2 \Gamma_c^2 \Gamma_a'^2 (\omega L_m)^2 \\ &\quad \times r_{2a}'^2 V_{1a}^2 V_{2a}'^2 + r_{2a}'^4 \Gamma_a'^4 V_{1a}^4 \\ &= 0 \\ \Gamma_a' &= \sqrt{(\omega L_1 \omega L_2)^2 + (\omega_2 L_0^2)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (\text{付12})$$

なる V_{2a}' に関する4次方程式が得られる。上式を、 $V_{2a}'^2$ について解くと、

$$V_{2a}'^2 = \frac{V_{1a}^2 r_{2a}'^2 (\omega L_1 \omega L_2 \pm \omega_2 L_0^2)^2}{\Gamma_c^2 (\omega L_m)^2} \dots\dots\dots (\text{付13})$$

となる。上式より二つの $V_{2a}' > 0$ なる解が得られるが複号の $\ominus$ をとると(37)式の V_{2a}^c が得られる。なお、 $\oplus$ をとったときの解は、 $s=0$ と $s=\infty$ の V 曲線のもう一つの交点における解となる。

3. G_3 点が不動点であることの証明 (37)式の

V_{2a}^c と(9)式とを等しいとおいて $\sin(\sigma+\gamma')$ について解き、同時に $\cos(\sigma+\gamma')$ も求めると、

$$\left. \begin{aligned} \sin(\sigma+\gamma') &= \frac{s \Gamma_c^2 - r_{1a} r_{2a}' (\omega L_m)^2}{\Gamma' \Gamma_c} \\ \cos(\sigma+\gamma') &= \pm \frac{r_{2a}' (r_{1a}^2 \omega L_2 + \omega L_1 \omega^2 L_0^2)}{\Gamma' \Gamma_c} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (\text{付14})$$

となる。次に、 $\cos(\sigma+\gamma')$ については $\ominus$ の符号をとる、

$$\begin{aligned} \varepsilon^{j\sigma} &= \varepsilon^{j(\sigma+\gamma')} \dot{\Gamma}'^* / \Gamma' \\ &= \{ 1 / (\dot{\Gamma}' \Gamma_c) \} \{ -r_{2a}' (r_{1a}^2 \omega L_2 \\ &\quad + \omega L_1 \omega^2 L_0^2) + j \{ s \Gamma_c^2 - r_{1a} r_{2a}' \\ &\quad \times (\omega L_m)^2 \} \} \dots\dots\dots (\text{付15}) \end{aligned}$$

が得られ、上式と(37)式の V_{2a}^c を(3)式の $\dot{I}_{1a}$ に代入して整理すると、

$$\dot{I}_{1a} = \frac{-j \omega L_2 V_{1a} (\omega^2 L_0^2 + j \omega L_2 r_{1a})}{\Gamma_c^2} \dots\dots\dots (\text{付16})$$

となり、上式の絶対値をとると(37)式の I_{1a}^c が得られる。なお、(付14)式の $\cos(\sigma+\gamma')$ において、複号の $\oplus$ をとったときは、各 V 曲線において $V_{2a}' = V_{2a}^c$ なるときのもう一つの $\dot{I}_{1a}$ が得られる。