状態観測器を用いた他励直流機の一制御法

正 員 大 石 潔 (慶応義塾大)

正 員 大 西 公 平 (慶応義塾大)

正 員 宮 地 邦 夫 (慶応義塾大)

1. ま え が き

他励直流機に負荷トルクが加わると、速度制御系が存在しても瞬間的に速度が落ちるインパクトドロップ現象が起こる。これは他励直流機の速度が下がることにより、はじめて速度制御系が動作するため、この遅れは速度制御系の性能に依存する。この他励直流機の速度制御系の設計において、従来からよく用いられている PI 制御を基本とする速度制御系では、その制御パラメータの調節により、速度とトルクの双方を制御しようとしている。しかし、速度応答とトルク応答の極とそれぞれの零点を PI 制御のパラメータの範囲内でバランスよく設計するには自ずと限界がある。

本論文は速度設定と負荷トルクの両者に対する応答を考慮に入れた制御系の統一的な設計法を、状態観測器と最適制御の手法により試みたものである。即ち、トルク制御のために負荷トルクを状態観測器を用いて推定し、更に最適制御によって速度設定と負荷トルクに対して変動の少ない良好な速度応答を与えている。また、本設計法はプラントに対して直列に積分動作を含むように制御系を構成しているので、パラメータ変動や外乱に対しても系の感度が低いという特長を持たせることが可能である。この手法に基づいて実験を行った結果、状態観測器を用いた本制御方式がインパクトドロップに対して有効であることが示された。

更に、状態観測器が速度制御系と干渉を起こさないという性質から⁽¹⁾⁽²⁾、この速度制御系に従来の PI 制御を用いることもでき、これとの比較についても検討

を行なっている。なお、ここでは PI 制御に基づく電流マイナーループと電圧マイナーループの双方を除去して考察しているが、これらのループがある場合でも同じような制御系の設計が可能である。従って、本論文ではこれらを省略することにした。

2. 負荷トルクの推定

従来の PI 制御では速度設定値に対する速度偏差信号によって負荷トルクを制御してきたが、もし他励直流機に印加される負荷トルクを直接的または間接的に推定することができれば、速度制御系を経由しない新しいトルク制御系のループを付加することができる。この新しいトルク制御系はより速い負荷トルク応答を可能にする。直接的に負荷トルクを測定する手法は、トルクセンサなどが必要となり経済的ではない。従って、間接的に負荷トルクを推定する手法の方が望ましいと考えられる。本論文では、この負荷トルクの推定に状態観測器を用いている。このことによりトルク制御系は速度制御系と非干渉になり、全体の系の設計は容易となる⁽⁸⁾⁽⁹⁾。以下に先ず、負荷トルクを推定する状態観測器の設計について述べる。

図 1 に他励直流機のモデルを示す。このモデルに基づくと(1)式の状態方程式と(2)式の出力方程式が得られる。

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}e_a + \mathbf{E}T_{\text{load}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、各ベクトルと係数行列を以下に示す。

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} I_a \\ \omega_r \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K_e}{L} \\ \frac{K_T}{L} & -\frac{D}{J} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

One Approach to the Torque-speed Regulation of the Separately Excited DC Motor using the State Observer. By Kiyoshi Ohishi, Member, Kouhei Ohnishi, Member & Kunio Miyachi, Member (Faculty of Science and Technology, Keio University)

大石 潔: 正員, 慶応義塾大学理工学部電気工学科

大西公平: 正員, 慶応義塾大学理工学部電気工学科

宮地邦夫: 正員, 慶応義塾大学理工学部電気工学科

図 1 他励直流機プラントモデル

Fig. 1. Simplified plant model of dc motor.

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

各記号は以下を表す。 I_a : 電機子電流, e_a : 電機子電圧, ω_r : 回転角速度, T_{load} : 負荷トルク R : 電機子抵抗, L : 電機子インダクタンス, J : 慣性モーメント, D : 粘性抵抗, K_T : トルク定数, K_e : 起電力定数
このシステムでは負荷トルク T_{load} は未知入力変数となっている。従って, 状態観測器を用いてこの未知入力変数である負荷トルク T_{load} を推定する。状態観測器はもとより可観測な状態変数を推定するものであるため, (1)~(3)式を変形して負荷トルク T_{load} が可観測な状態変数として取り扱えるように工夫する必要がある。本論文では, 新しい状態微分方程式を追加して負荷トルク T_{load} を未知入力変数から可観測な状態変数に変換することを考える⁽³⁾⁽⁶⁾。負荷トルク T_{load} に関する新しい状態微分方程式は, 負荷トルク T_{load} をステップ状の関数で近似し(4)式のように定義した。

$$\frac{d}{dt}T_{load} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

このような近似をしても, 様々な時間の関数で表現される負荷トルク T_{load} は一次遅れ時定数 τ の遅れのみで推定できることが後で示されるので, (4)式は十分妥当性を持っている。この(4)式を(1)式に追加すると拡大された状態方程式と出力方程式は(5), (6)式になる。

$$\frac{d}{dt}\hat{x} = \hat{A}\hat{x} + \hat{B}e_a \dots\dots\dots (5)$$

$$y = \hat{C}\hat{x} \dots\dots\dots (6)$$

ここで, 各ベクトルと係数行列を以下に示す。

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} T_{load} \\ I_a \\ \omega_r \end{bmatrix}, \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & -\frac{K_e}{L} \\ -\frac{1}{J} & \frac{K_T}{J} & -\frac{D}{J} \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

この式で分かるように負荷トルク T_{load} は状態ベクトル中の1個の状態変数としての取り扱いがなされている。この状態変数として扱われる T_{load} は(5), (6)式で示されるように可観測ではあるが可制御ではない。この拡大されたシステムを S_1 とすると, S_1 は図2のように表される。 S_1 において $(\hat{C}, \hat{A})$ が完全可観測となることから, 負荷トルクを推定する最小次元状態観測器を設計することが可能となる⁽⁴⁾⁽⁵⁾。この手法より得られた状態観測器の出力を(8)式で表す。

$$\hat{T}_{load} = \frac{1}{S+a} [bI_a + \{c-d(S+a)\}\omega_r] \dots\dots\dots (8)$$

但し, $\hat{T}_{load}$ は負荷トルク T_{load} の推定値で, S はラプラス演算子である。

(8)式を用いると, 負荷トルク T_{load} は(9)式のように推定される。

$$\hat{T}_{load} = \frac{1}{1+\tau S} T_{load} \dots\dots\dots (9)$$

従って, 負荷トルク T_{load} は一次遅れ要素を通して定常偏差なしで推定されることが分かる。 τ は推定の時定数であり, 任意の正数を選択することができる。また, (8)式の状態観測器のパラメータ a, b, c, d は推定の時定数 τ と他励直流機のパラメータによって(10)式のように一意に決定される。

$$a = \frac{1}{\tau}, \quad b = \frac{K_T}{\tau}, \quad c = \frac{J}{\tau^2} - \frac{D}{\tau}, \quad d = \frac{J}{\tau} \quad (10)$$

この時定数 τ の大きさは全体のシステムの極配置に関連づけて決定することが望ましい。本論文では τ の大きさをプラントシステムの時定数に比べて十分小さい値にしている。この状態観測器のブロック図を図3に示す。

図 2 拡大システム S_1 のブロック図Fig. 2. Block diagram of the augmented system S_1 .

図3 負荷トルクを推定する状態観測器の構造

Fig. 3. Schematic structure of the load torque observer.

3. 速度制御系の設計

インパクトドロップを効果的に抑えるには、負荷トルクの推定値を用いたトルク制御ループを速度制御系を経由しないようにその内側に付加すれば良い。状態観測器を用いたトルク制御ループは速度制御ループと非干渉となるので、互いに独立に設計して良いことが示されている⁽⁸⁾⁽⁹⁾。従って、ここでは速度制御ループについてのみの設計を考える。

負荷トルクは未知入力変数ではあるが、可制御ではなく可観測な状態変数として取り扱えることが可能になった。いま、他励直流機に負荷トルクが印加されると全ての状態変数が平衡点から変動する。これをすみやかに再び平衡点まで持ってくる機能は速度制御系によりなされる。この速度制御系は、速度設定値に対する実際の速度の定常偏差を零にするためとパラメータ変動に対するシステムの感度を低減するために、積分動作を持つことが必要となる。そのために、積分動作を含むように予め拡張した状態方程式を考えて、二次評価に基づく最適速度制御系を設計する。拡張した状態方程式は以下となる。

$$\frac{d}{dt} \bar{x} = \bar{A} \bar{x} + \bar{B} V + \bar{E} T_{load} \quad (11)$$

$$\dot{y} = \bar{C} \bar{x} \quad (12)$$

各ベクトルと係数行列を以下に示す。但し、 V は電機子電圧 e_a の一階微分で、速度設定値 ω_r^{ref} と回転角速度 ω_r の差によって決定される拡張システム S_2 の入力変数である。

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \omega_r \\ I_a \\ e_a \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{J} & \frac{K_T}{J} & 0 \\ -\frac{K_e}{L} & -\frac{R}{L} & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [1 \ 0 \ 0], \quad \bar{E} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dots\dots\dots (13)$$

この拡張システム S_2 のブロック図を図4に示す。ここで、各状態変数 $\bar{x}$ の定常値からの偏差項を $\delta \bar{x}$ とすると、この偏差項の状態方程式は(14)式のようになる。

$$\frac{d}{dt} \delta \bar{x} = \bar{A} \delta \bar{x} + \bar{B} V \quad (14)$$

この $\delta \bar{x}$ を零にする制御を行えば、実際の速度 ω_r は速度設定値 ω_r^{ref} に一致する。従って、(15)式の評価関数を最小にする制御を行えばよいことになる⁽⁷⁾。(15)式では、速度設定値の変化に対するすみやかな応答とインパクトドロップを少なくするという点に立脚して二次評価を行なった。

$$\Sigma = \int_0^\infty (\delta \bar{x}^T Q \delta \bar{x} + V^2) dt \quad (15)$$

ここで、 Q は(16)式のように定義する。

$$Q = \begin{bmatrix} \alpha + \beta A^2 & -\beta AL & 0 \\ -\beta AL & \beta L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

但し

$$A = \frac{LD}{K_T} \quad (17)$$

この(15)式の評価関数 Σ の重み係数である α と β により、速度制御系の性能を調整することができる。 α は速度設定値に対する偏差の2乗の項に対する重み

図4 拡張システム S_2 のブロック図

Fig. 4. Block diagram of the modified system S_2 .

図5 最適制御に基づいた速度制御系のブロック図

Fig. 5. Block diagram of the speed regulator based on optimal control theory.

係数となるため、速度設定値の変化に対するすみやかな応答を評価する。また、負荷トルク T_{load} は可制御な状態変数ではないので、直接評価関数の中で取り扱うことはできないが、回転角加速度の変化として取り扱えるので、 β は回転角加速度の2乗に対する重み係数とし、負荷トルク T_{load} によるインパクトドロップの低減を評価している。 α と β の選択により、この(15)式を最小にする最適速度制御系が得られ、結果として次の状態フィードバック解を得る。

$$V_1 = -K_1 \omega_r - K_2 I_a - K_3 \int_0^t (\omega_r - \omega_r^{ref}) dt \quad \dots\dots\dots (18)$$

(18)式の K_1, K_2, K_3 は(15)式を最小にすることにより導かれたリッカチ方程式の解を用い、系が積分動作を持つ1形制御系に変形したフィードバック解である⁷⁾。この結果、最適速度制御系として図5のブロック図を得る。

4. トルク-速度制御系の設計

他励直流機に負荷トルクが印加された際に、状態変数の平衡点からの初期偏差を小さくできれば、トルク応答特性は改善される。本トルク制御系はこの考えに基づきインパクトドロップを低減せしめるもので、速度制御系の閉ループの内側に付加して用いる。従って、負荷トルクの推定値に相当する電圧指令値を速度制御系の電圧指令値に加算することにより最終的な電圧指令値を得る。これを図6に示す。この場合、状態観測器に用いたパラメータが他励直流機のそれと一致していれば、トルク制御系は速度制御系と非干渉となる。

図6 状態観測器を用いたトルク-速度制御系の概要

Fig. 6. Schematic diagram of the torque-speed regulator using the state observer.

この非干渉性は、状態観測器を用いたフィードバック系の全体のシステムの極配置が状態観測器の極と状態観測器を用いない速度制御系の極との和となることにより示される^{(1)~(5)}。本トルク-速度制御系では、後で述べる(20)、(21)式の伝達関数においてこのことが示される。この極の分離によって、トルク制御系と速度制御系が互いに干渉を起こさない性質を持つことになる。従って、従来のPI制御系はもちろん任意の速度制御系にこのトルク制御系を新たに付加して用いることもできるが、ここでは統一的な手法のもとに最適な極配置が得られる最適制御を採用した。

図6のトルク制御系のフィードバック定数Fは速度制御系に最適制御を採用すると次のように定まり、負荷トルク分に見合う電圧信号を印加することになる。

$$F = \frac{R + K_2}{K_T} \quad \dots\dots\dots (19)$$

このとき、ここで提案したトルク-速度制御系の各々の伝達関数は次のように表わされる。この伝達関数を用いて、全体の系の特性を知ることができる。ここではパラメータの変動によって生ずる影響を調べる。

$$\frac{\omega_r(S)}{\omega_r^{ref}(S)} = \frac{-K_3 K_T^2 (S + a)}{SK_T F B - K_T (S + a) \{S(JS + D) \cdot (LS + R + K_2) + SK_T (K_e + K_1) \cdot + K_T K_3\}} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\frac{\omega_r(S)}{T_{load}(S)} = \frac{SK_T \{(S + a)(LS + \cdot SK_T F B - K_T (S + a) \{S(JS + \cdot R + K_2) - Fb\} \cdot D)(LS + R + K_2) + SK_T (K_e + \cdot K_1) + K_T K_3\}} \quad \dots\dots\dots (21)$$

但し、

$$B = b(JS + D) - dK_T(S + a) + CK_T \quad \dots\dots\dots (22)$$

上式の伝達関数において、 B は状態観測器のパラメータが他励直流機のパラメータと一致しているときは零である。このことは定常状態でも過渡状態でも成立している。従って、全体のシステムの極は制御されているプラントシステムの極と状態観測器の極の和となることを示している^{(1)~(4)}。状態観測器と他励直流機のパラメータの不一致があると、状態観測器はその推定値に定常誤差を生じ、システムの極配置が変動する。そ

の結果、全体の極はプラントシステムの極と状態観測器の極の和とはならず互いに干渉を起こす。しかし、他励直流機は速度制御系が積分動作を含んでいるので、パラメータの変動時において過渡応答に変化が生じても定常偏差を生じないことは(20)、(21)式の伝達関数の定常応答を確認することにより明らかである。本論文では、速度制御系が状態フィードバックと積分動作によって構成されているので、プラントシステムのパラメータ変動に対する感度は低くなっている。特に、定常偏差の感度は状態観測器に定常誤差を生じても零となる。従って、ここで提案しているトルク-速度制御系はパラメータ変動に対して強い系であると言える。

5. 実験とシミュレーション結果

本論文で提案するトルク-速度制御系を実現し立証するために、図7に示す実験システムに基づいて実験とシミュレーションを行なった。実験に用いた他励直流機のパラメータを表1に示す。この実験システムの状態観測器の時定数 τ は1msであり、制御されるプラントシステムの最小時定数の約1/10とした。比較のために、図7の実験システムの速度制御系に最適制御系とPI制御系をそれぞれ用いて、実験を行なった。本実験のPI制御系は図8のような構造を持つ。但し、両者の速度設定値変更に対する速度の応答は図9に示すようにともに等しい応答をするように設計してある。両制御系の制御パラメータを表2に示す。

図8の実験システムにおいて、速度制御系にPI制御系を用いた場合の結果を図10に、最適制御系を用いた場合の結果を図11に示す。実験とシミュレーションは定格の120%のステップ状の負荷トルクを、単独に加えた場合と連続的に加えた場合の2種類を行な

表1 実験機の定格とパラメータ公称値

Table 1. Nominal parameters of tested dc motor.

極数	2	定格出力	0.75 kW
定格回転数	1,500 rpm	定格電機子電流	7.5 A
L	44.3 mH	R	2.25 Ω
J	3.38×10^{-4} N.m.s ² /rad ²	D	2.47×10^{-3} N.m.s/rad
K_T	0.581 N.m/A	K_e	0.581 V.s/rad

図8 PI制御に基づいた速度制御系のブロック図
Fig. 8. Block diagram of the speed regulator based on PI control.

(a) PI速度制御系 (b) 最適速度制御系

図9 速度設定値変更に対する速度応答(設定値変更幅 50 rpm)

Fig. 9. Speed response to the change of the speed reference.

図7 実験システム

Fig. 7. Schematic diagram of the tested system.

表 2 最適制御系と PI 制御系の各制御パラメータの値と評価関数の重み係数の値

Table 2. Weighting factors and parameters of tested optimal speed regulator and tested PI controller.

PI 制御系		最適制御系	
K_P	18.6	α	1.0×10^6
T_1	3.22×10^{-2}	β	7.2×10^7
T_2	2.2×10^{-2}	K_1	30.8
K_I	2.75	K_2	6.24
		K_3	1.0×10^3

った。また、速度設定値 ω_r^{ref} の指令は 600 rpm の一定値である。図 10(a) と図 11(a) は図 8 の V_2 が接地され、トルク制御系の信号がトランジスタチョッパに印加されていない場合である。従って、速度制御系だけで負荷トルクと速度の双方を制御している。図 10(b) と図 11(b) はトルク制御系の信号もトランジスタチョッパに印加されており、トルク制御と速度制御はその設計に従い必要な機能を果たしていることが分かる。

図 10 と図 11 より、本論文で提案するトルク-速

度制御系はインパクトドロップの少ない、負荷トルクに対する応答性の良い制御を行なっていることが分かる。また、いずれの場合でも負荷トルクは、状態観測器によって良く推定されていることが負荷トルクの測定値との比較により示されている。更に、図 10 と図 11 とを比較すると、最適制御系を用いたトルク-速度制御系の方が PI 制御系を用いたそれよりも良い応答を示しており、本論文の提案する手法の有効性を確認することができた。

6. ま と め

本論文では、他励直流機の制御に対して状態観測器を含むトルク制御系と最適制御を用いた速度制御系の両者からなるトルク-速度制御系が最も有効な制御系であると考え、提案した。ここで提案した制御系は統一的に設計することができ、その結果インパクトドロップの少ない、負荷トルクに対する応答性の良い制御系を構成することができた。この制御系は簡単に構成することができ、パラメータ変動に対しても強いという特長を持っている。本論文で提案したトルク制御系

図 10 120% 負荷トルク印加の実験とシミュレーション (PI 速度制御系使用)

Fig. 10. Numerical and experimental results for the imposed load torque of the torque-speed regulator based on the PI control.

図 11 120% 負荷トルク印加の実験とシミュレーション
(最適速度制御系使用)

Fig. 11. Numerical and experimental results for the imposed load torque of the torque-speed regulator based on the optimal control.

を従来の PI 速度制御系に付加して用いることもでき、その有効性も確かめることができた。本論文が、直流機のインパクトドロップの低減のために参考になれば幸いである。

(昭和58年6月24日受付, 同58年10月7日再受付)

文 献

- (1) D. G. Luenberger: "Observing the state of a linear system" *IEEE Trans. Mil. Electron.* **Mil-8**, 74 (1964-4)
- (2) D. G. Luenberger: "Observers for multivariable systems" *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-11**, 2 190, (1966-4)
- (3) A. E. Bryson, Jr. & D. G. Luenberger: "The synthesis of

regulator logic using state-variable concepts" *Proc. IEEE* **58**, 11, 1803 (1970-11)

- (4) B. Gopinath: "On the control of linear multiple input-output systems" *Bell Syst. Tech. J.* **50**, 3, 1063 (1971-5)
- (5) D. G. Luenberger: "An introduction to observers" *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-16**, 6, 596 (1971-12)
- (6) J. S. Meditch & G. H. Hostetter: "Observers for systems with unknown and inaccessible inputs" *INT. J. Control* **19**, 3, 473 (1974)
- (7) 武田・北森: "線形多入出力最適追従制御系の一設計法" 計測自動制御学会論文集第14巻第4号 359 (1978-8)
- (8) 大石・大西・宮地: "オブザーバを用いた他励直流機のトルク制御" 電気学会回巻機研究会資料 RM-82-33 (1982-2)
- (9) K. Ohishi, K. Ohnishi & K. Miyachi: "Torque-Speed regulation of dc motor based on load torque estimation method" *IPEC-Tokyo Conference Record* **2**, 19-3, 1209 (1983-3)