UDC 621.313.13.013.4: 621.314.572.015.012.8

論文

59-B50

電圧形インバータ駆動ヒステリシス電動機の安定性解析

正員 石川 赴 夫 (群馬大)

正員 片岡 昭 雄 (東京工業大)

1. ま え が き

ヒステリシス電動機は自己始動が可能で任意の慣性の負荷を同期速度に引込むことができ、また同期運転時には原理的に回転子に損失の発生がなく、構造上高速回転も可能であるなどの特長を有している。このため、この電動機は従来からの音響機器などへの応用に加えて最近では超高速のガス遠心分離機駆動用電動機としても注目されている⁽¹⁾。ここで必要となる高周波電源としては、多数台の電動機の並列運転と高精度の速度調整が容易な電圧形インバータが適すると考えられる。

さて、一般にヒステリシス電動機を電圧形インバータで駆動する場合、他の同期電動機の場合と同様に乱調を生じることがある。例えば、同期運転中にヒステリシス電動機の印加電圧を下げていくと乱調が発生することが知られている⁽²⁾。

しかしながら、ヒステリシス電動機の乱調現象に関してはまだ理論的検討がほとんどなされていない。これまで、ヒステリシス電動機の機械的過渡応答特性を扱ったものとして、この電動機を機械系のみを考慮した二次系で扱った例^{(3),(4)} がみられる程度であり、乱調現象を扱う十分な過渡解析モデルも得られていない現状である。このような解析モデルとしては機械的過渡現象だけでなく、電氣的過渡現象も扱い得るものでなければならない。

そこで本論文では、Kron の基本形回転機に磁気ヒステリシスを考慮したヒステリシス電動機の一解析モデルを提案し、これより過渡時の方程式を導出し、乱調現象を解析する。さて、Kron の基本形回転機への磁気ヒステリシスの考慮はすでに試みられている⁽⁵⁾。しかし、これは磁気ヒステリシスをすべり周波数に比例する抵抗を持つ等価巻線で考慮して、ヒステリシス

電動機の非同期時の定常状態を表わす等価回路を誘導したものであり、過渡解析は取扱っていない。また、同期時には別の取扱いが必要であるなどの不便さがある。

これに対して、本論文では磁気ヒステリシスに対して上記のような等価巻線を設けることはせずに、基本形回転機の各巻線のインダクタンスに位相差を生じる機能を持たせることによって磁気ヒステリシスを考慮し、これよりヒステリシス電動機の過渡時の方程式を導出する。またこれを用いて電動機の運転状態や定数および直流側フィルタ定数などの安定性に及ぼす影響を明らかにする。更に安定性の改善方法を提案する。

2. 解析モデルと過渡時の方程式

本章ではまず、ヒステリシス電動機の安定性解析の基礎として用いる解析モデルを示し、これより過渡時の方程式を導出する。以下では電動機は通常の円筒構造とし、固定子巻線は対称巻で、平衡電源に接続されているとする。また、回転子リングは比較的薄く回転ヒステリシスの影響は無視できるとし、一定の透磁率とヒステリシス角を持つものとして扱う。更に、諸量の高調波成分は無視する。

〈2・1〉 整流子形回転機における磁気ヒステリシスの考慮 図1に示される Kron の基本形回転機である整流子形回転機によってヒステリシス電動機を表わすことを考えよう。図において、 ds, qs 巻線はヒステリシス電動機の固定子巻線を表わすものとする。 dr, qr 巻線は回転子ヒステリシスリング中のうず電流を表わす等価巻線とし、その巻数は ds, qs 巻線のそれと等しいとする。

さて、回転子リングの磁気ヒステリシスは次のようにして考慮する。いま回転子が磁気ヒステリシスを持つと磁束は電流に対して位相が遅れる。すなわち、

$$ids = I \cos \omega t \dots\dots\dots (1)$$

が流れたときの ds 巻線の有効磁束鎖交数は

$$\lambda = LI \cos (\omega t - \varphi) \dots\dots\dots (2)$$

となる。ここでは L は ds 巻線の有効インダクタン

Stability Analysis of Voltage Source Inverter Fed Hysteresis Motor. By Takeo Ishikawa, Member (Gunma University), Teruo Kataoka, Member (Tokyo Institute of Technology)
石川赴夫: 正員, 群馬大学工学部電気工学科助手
片岡昭雄: 正員, 東京工業大学工学部電気・電子工学科教授

図 1 基本形回転機

Fig. 1. Kron primitive machine.

スであり、 ϕ はヒステリシス材料のヒステリシス角 ρ に起因する遅れ角で、ギャップの存在により $0 \leq \phi < \rho$ の関係がある。(2)式より、磁気ヒステリシスがある場合、インダクタンスはその大きさ L としての作用の他に磁束に位相遅れ ϕ を生じさせる作用を持つとみなすことができる。このように、図1の各巻線の有効インダクタンスに位相遅れを生じさせる機能を付加することにより、回転子の磁気ヒステリシスを考慮することができる。以上により、図1の回転機はヒステリシス電動機を表わすことができる。

いま、各巻線の印加電圧、電流を

$$\begin{aligned} v_{ds} &= \sqrt{2} V_s \cos \omega t, & v_{qs} &= \sqrt{2} V_s \sin \omega t \\ v_{dr} &= v_{qr} = 0, & i_{ds} &= \sqrt{2} I_s \cos (\omega t + \phi_s) \\ i_{qs} &= \sqrt{2} I_s \sin (\omega t + \phi_s) \\ i_{dr} &= \sqrt{2} I_r \cos (\omega t + \phi_r) \\ i_{qr} &= \sqrt{2} I_r \sin (\omega t + \phi_r) \end{aligned} \quad (3)$$

とし、回転子巻線には速度起電力も発生することに留意して⁽⁶⁾、各巻線の電圧方程式を求めると次のようになる。但し、回転子の漏れ磁束は無視する。

$$\begin{aligned} \sqrt{2} V_s \cos \omega t &= r_1 \sqrt{2} I_s \cos (\omega t + \phi_s) \\ &+ l_1 P \{ \sqrt{2} I_s \cos (\omega t + \phi_s) \} \\ &+ P \{ L \sqrt{2} I_s \cos (\omega t + \phi_s - \phi) \} \\ &+ P \{ L \sqrt{2} I_r \cos (\omega t + \phi_r - \phi) \} \\ \sqrt{2} V_s \sin \omega t &= r_1 \sqrt{2} I_s \sin (\omega t + \phi_s) \\ &+ l_1 P \{ \sqrt{2} I_s \sin (\omega t + \phi_s) \} \\ &+ P \{ L \sqrt{2} I_s \sin (\omega t + \phi_s - \phi) \} \\ &+ P \{ L \sqrt{2} I_r \sin (\omega t + \phi_r - \phi) \} \\ 0 &= P \{ L \sqrt{2} I_s \cos (\omega t + \phi_s - \phi) \} \\ &+ p \omega_m L \sqrt{2} I_s \sin (\omega t + \phi_s - \phi) \\ &+ r_2 \sqrt{2} I_r \cos (\omega t + \phi_r) \\ &+ P \{ L \sqrt{2} I_r \cos (\omega t + \phi_r - \phi) \} \\ &+ p \omega_m L \sqrt{2} I_r \sin (\omega t + \phi_r - \phi) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} 0 &= -p \omega_m L \sqrt{2} I_s \cos (\omega t + \phi_s - \phi) \\ &+ P \{ L \sqrt{2} I_s \sin (\omega t + \phi_s - \phi) \} \\ &- p \omega_m L \sqrt{2} I_r \cos (\omega t + \phi_r - \phi) \\ &+ r_2 \sqrt{2} I_r \sin (\omega t + \phi_r) \\ &+ P \{ L \sqrt{2} I_r \sin (\omega t + \phi_r - \phi) \} \end{aligned}$$

但し、 $P = d/dt$ 、 p ：極対数、 ω_m ：回転角速度、 r_1 、 r_2 ：固定子、回転子巻線抵抗、 l_1 ：固定子漏れインダクタンス、

$$\begin{aligned} L &= L_{ds} - l_1 = L_{qs} - l_1 = L_{dr} = L_{qr} \\ &= M_{ds} = M_{qr} \end{aligned} \quad (5)$$

(4)式を複素数で表わすと次式が得られる。

$$\begin{aligned} V_s \epsilon^{j\omega t} &= r_1 \dot{I}_s \epsilon^{j\omega t} + l_1 P(\dot{I}_s \epsilon^{j\omega t}) \\ &+ P(\dot{L} \dot{I}_s \epsilon^{j\omega t}) + P(\dot{L} \dot{I}_r \epsilon^{j\omega t}) \\ 0 &= P(\dot{L} \dot{I}_s \epsilon^{j\omega t}) - j p \omega_m \dot{L} \dot{I}_s \epsilon^{j\omega t} \\ &+ r_2 \dot{I}_r \epsilon^{j\omega t} + P(\dot{L} \dot{I}_r \epsilon^{j\omega t}) \\ &- j p \omega_m \dot{L} \dot{I}_r \epsilon^{j\omega t} \end{aligned} \quad (6)$$

但し、

$$\dot{I}_s = I_s \epsilon^{j\phi_s}, \quad \dot{I}_r = I_r \epsilon^{j\phi_r}, \quad \dot{L} = L \epsilon^{-j\phi} \quad (7)$$

上式に現われた $\dot{L}$ は固定子有効インダクタンスに位相遅れを生ずる作用 $\epsilon^{-j\phi}$ を加味した量で、複素インダクタンスと呼ぶべき量である。電動機の鉄心部分の透磁率を十分高いものとすれば、固定子有効インダクタンスはギャップの励磁インダクタンスと回転子励磁インダクタンスとの並列合成値に等しく、後者は回転子材料のヒステリシス角 ρ により $\epsilon^{-j\rho}$ なる位相遅れを生ずるから、結局

$$\dot{L} = L_G // L_R \epsilon^{-j\rho} \quad (8)$$

但し、 L_G ：ギャップ励磁インダクタンス、

$L_R \epsilon^{-j\rho}$ ：回転子励磁インダクタンス

の形に書ける。次に、発生トルク T_e は固定子電流と磁束との相互作用として求められ、次式のように表わせる。

$$\begin{aligned} T_e &= 2pL \{ I_s^2 \sin \phi \\ &+ I_s I_r \sin (\phi_s - \phi_r + \phi) \} \end{aligned} \quad (9)$$

また機械系の運動方程式は次のように表わされる。

$$T_e = J d\omega_m/dt + R_o \omega_m + T_L \quad (10)$$

但し、 J ：慣性モーメント、 R_o ：回転制動係数、

T_L ：負荷トルク

〈2.2〉 定常状態 以上、ヒステリシス電動機の基礎方程式が導出されたので、ここで定常状態の式を導くとともに、その妥当性を示しておく。(6)式より、定常状態では次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} V_{s0} &= r_1 \dot{I}_{s0} + j\omega l_1 \dot{I}_{s0} + j\omega \dot{L}_0 \dot{I}_{s0} + j\omega \dot{L}_0 \dot{I}_{r0} \\ 0 &= j\omega \dot{L}_0 \dot{I}_{s0} + r_2 \dot{I}_{r0} + j\omega \dot{L}_0 \dot{I}_{r0} \end{aligned} \quad (11)$$

図 2 定常時等価回路 (1 相分)

Fig. 2. Equivalent circuit of hysteresis motor in the steady state.

但し、 s : すべり、 V_{s0} , I_{s0} , I_{r0} , L_0 : それぞれ V_s , I_s , I_r , L の定常状態での値

上式において位相差を考慮したインダクタンス $\tilde{L}_0$ は (8) 式より次のように表わせる。

$$\tilde{L}_0 = L_0 \varepsilon^{-j\varphi_0} = L_G // L_{r0} \varepsilon^{-j\varphi_0} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 ρ_0 : 定常状態における回転子ヒステリシス角、 L_0 , φ_0 , L_{r0} : L , φ , L_r の定常値

(11), (12) 式を等価回路で表わせれば図 2 のようになる。図 2 の等価回路は著者の一人がすでに文献 (7) で誘導した近似等価回路と同形であることがわかる。また、 $s=0$ として r_2/s の枝路を取り除いたものは同じく文献 (8) で誘導した基本等価回路に他ならない。

〈2.3〉 微小変化分の方程式 安定性を解析するために、(6)~(10) 式において同期運転中のある定常動作点からの微小変化を考える。さて、同期時には回転角速度は次式で表わせる。

$$\omega_m = \omega/p - P\delta/p \dots\dots\dots (13)$$

ここで ω/p は同期角速度、 δ は回転子位相角を表わす。ヒステリシス電動機をインバータで駆動する場合、 ω はインバータの出力角周波数であり、可変量であるが、本論文では特に速度の精密制御を行なう応用を対象とし、 ω は一定量とする。そこで入力変数として V_s と T_L の二つを考え、それらが定常値 V_{s0} , T_{L0} から次式

$$V_s = V_{s0} + \Delta V_s, \quad T_L = T_{L0} + \Delta T_L \dots\dots\dots (14)$$

のように変化した場合、諸変数が次のように変化するものとする。

$$\left. \begin{aligned} I_s &= I_{sr} + jI_{si} \\ &= I_{sr0} + jI_{si0} + \Delta I_{sr} + j\Delta I_{si} \\ I_r &= I_{rr} + jI_{ri} = \Delta I_{rr} + j\Delta I_{ri} \dots\dots\dots (15) \\ \delta &= \delta_0 + \Delta\delta, \quad \omega_m = \omega_{m0} + \Delta\omega_m \\ L &= L_0 + A\Delta\delta, \quad \varphi = \varphi_0 + B\Delta\delta \end{aligned} \right\}$$

上式において、 L , φ (これらは回転子ヒステリシス材料の磁化状態を表す透磁率 μ 、ヒステリシス角 ρ に依存する) は厳密には回転子位相角 δ と回転子ヒステリシス材料内の磁束密度の大きさおよびそれらの履歴の関数であるが、ここでは簡単のため、ある定常動作点から V_s および T_L (従って、磁束密度および δ)

が微小変化したとき、 L , φ を (15) 式で表わし、ここで L_0 , φ_0 , A , B は定常動作点における δ と磁束密度の大きさおよびそれらの過去の履歴によって異なる値をとっている。なお L_0 , φ_0 , A , B の求め方としてはヒステリシスループより図的に求める方法と実験的に求める方法の 2 通りが考えられるが、ここでは簡単な後者を用いている。すなわち、電動機をある印加電圧で同期運転したときのトルク、固定子電流対回転子位相角 δ の静特性の実測値*1 と (9) 式 (但し $I_r=0$) および図 2 で $s=0$ とおいた等価回路 (但し漏れインピーダンス $r_1+j\omega L_1$ は既知とする) を用いて L , φ を逆算する。ある回転子位相角における L , φ を L_0 , φ_0 とし、 L , φ の回転子位相角に対する変化率を A , B とする。

式 (14), (15) の両式を (6), (9), (10) および (13) 式に代入し、二次以上の微小分を無視して整理すると次式が得られる。

$$A \cdot Px + Bx = u \dots\dots\dots (16)$$

但し、 A , B は付録に示す。

$$x = [\Delta I_{sr} \quad \Delta I_{si} \quad \Delta I_{rr} \quad \Delta I_{ri} \quad \Delta\delta \quad \Delta\omega_m]^T \dots\dots\dots (17)$$

$$u = [\Delta V_s \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \Delta T_L \quad 0]^T \dots\dots\dots (18)$$

(16) 式より同期運転中のヒステリシス電動機は 6 次系として表わせることがわかる。

〈2.4〉 実測値との比較 以上、同期運転中のヒステリシス電動機の過渡時の方程式が導出されたので、ここでその妥当性を調べるために実測値との比較を行なう。実験に使用した試料電動機は三相 2 極、200 Hz、200 V (線間)、100 W の電動機でその定数は $r_1=0.468\Omega$, $\omega L_1=0.918\Omega$ (50 Hz において)、 $r_2=2.6\Omega$ *, $J=0.00726 \text{ kgm}^2$ *, $R_m \approx 0$ *, 機械損トルク $=0.26 \text{ kg 重 cm}^*$

であり、また L , φ 対 δ の関係を図 3 に示す。

図 3 L , φ 対 δ

Fig. 3. L and φ versus δ .

*1: 回転子位相角 δ は本研究では電動機の印加電圧波形と電動機軸に取り付けた穴のあいた円板とフォトトランジスタより得られるパルス列を用いて測定している。

図 4 負荷急変時の回転子位相角の応答

Fig. 4. Rotor angle responses to step up change in load torque.

なおこの電動機のギャップ長は、空間高調波の影響をなくすために 2 mm と大きくとられている。(以後諸量を単位法 (pu) で示す場合は、この試料電動機の定格諸量を基準量として示す。)

図 4 はこの電動機を周波数 0.25 pu (50 Hz) の正弦波電源で同期運転中に負荷を 0.32 pu から 0.63 pu (この値は機械損トルクのみから、印加電圧 0.25 pu のときの脱出トルクの約 10% の負荷変化に相当する) へ急変したときの回転子位相角の変化分 $\Delta\delta$ の応答について、(16) 式による計算値と実測値を比較したものである。なお、負荷はうず電流形トルク計のブレーキコイルに流れる電流を変化させることによって変えた。このブレーキコイルの電流の立上りは δ の応答に比べて十分速く、約 0.1 秒後にはほぼ一定となるため、その後は一定の負荷トルクがかかっているとみなせる。また δ の変化による速度の変化は同期速度の高々 0.4% で十分小さく、速度変化による負荷変化はないとみなせる。図の (a), (b) は印加電圧を実験周波数 0.25 pu (50 Hz) に見合う 0.25 pu (50 V) とした場合の結果を、また (c), (d) は印加電圧を 0.25 pu から 0.1 pu に下げて過励磁効果を持たせた後負荷を急変した場合の結果を示す。なお計算に用いた L_0, ϕ_0, A, B の値は図 3 の $\delta=0$ の値 (機械損トルクに対応) から図 (a) ではそれぞれ 16 mH, 1.3 deg., 0 mH/deg., 1.1, (c) 図ではそれぞれ 62 mH, 25.6 deg., -3.0 mH/deg., 3.6 である。図より、計算値と実測値は割合よく一致しており、上述の理論が妥当であることがわかる。また、過励磁効果を持たせた場合、これを持たせない場合に比べて整定が悪くなっていることがわかる。

*2: 終端効果を見捨てて電動機寸法などから算出した値⁽⁷⁾

*3: トルク計を含めた値で、機械損トルクは本文では負荷の一部とみなす。

3. 電動機運転状態などの安定性に及ぼす影響

本章では電動機の運転状態および定数がヒステリシス電動機の安定性に及ぼす影響を調べるために、〈2.4〉節の試料電動機を例にとり (16) 式の特根の軌跡を調べる。

図 5 (a)~(d) は試料電動機について、周波数 0.25 pu 一定とし、それぞれ印加電圧、負荷トルク、慣性モーメントおよび固定子漏れリアクタンスのみを変化させたときの根軌跡を示す。図 4 よりヒステリシス電動機の回転子位相角の応答はほぼ二次系で近似でき、代表根が存在することがわかる。そこで簡単のために図 5 では代表特根の軌跡のみを示す。但し、他の根はいずれも安定領域に入っている。

図 (a) において、実線はある印加電圧で始動しその電圧で同期運転した場合につき印加電圧を変えた場合、破線は 0.25 pu の印加電圧で始動し同期引入れ後電圧を下げて過励磁効果を持たせた場合の代表根の軌跡を示す。但し、負荷トルクは 0.32 pu (機械損トルクのみ) としている。図より印加電圧が小さいほど、あるいは印加電圧の下げ幅が大きく過励磁効果が大きいほど減衰率、現象角周波数ともに小さくなることがわかる。図 (b) は負荷トルクを変化させた場合の根軌跡であり、図の ①, ② はそれぞれ印加電圧が 0.25 pu の場合、0.25 pu の印加電圧で始動し同期後 0.1 pu

①: 印加電圧 0.25 pu, ②: " 0.25 pu から 0.1 pu に下げた後

図 5 代表根の軌跡

Fig. 5. Loci of dominant roots.

図 6 乱調時の回転子位相角

Fig. 6. Rotor angle at unstable operation.

に下げて過励磁効果を持たせた場合を示し、図中の P_1 , P_2 点はそれぞれ図(a)の P_1 , P_2 点に相当する(他の図も同様である)。図より、負荷が大きいくほど現象角周波数が小さくなることわかる。また、図(c)(d)より慣性モーメント、固定子漏れリアクタンスが大きいほど減衰率、現象角周波数はともに小さくなることわかる。なお根軌跡は示していないが、固定子巻線抵抗が大きいほど減衰率、現象角周波数はともに小さくなり、回転子抵抗が大きいほど減衰率は小さくなる。

ここで特に注意しなければならないのは、印加電圧を下げていくと不安定領域にかなり近づくこと、およびこの場合固定子漏れリアクタンス x_1 が大きい電動機あるいは直列にリアクトルを挿入して等価的に x_1 が大きくなった電動機では不安定になることである。

図6はヒステリシス電動機と直列にリアクトルを挿入することによって $x_1=9.6\Omega$ として周波数 0.25 pu の商用電源で運転し、電動機の印加電圧を 0.25 pu から 0.1 pu に下げた後の回転子位相角の実測値を示す。図より、周期約 1.4 秒で回転むらが続く不安定な状態となっていることがわかる。なお理論においても、この状態は図5(d)の×印の点に相当し、周期 1.54 秒で不安定となる。従って、通常の同期電動機において安定性改善のための一方法である電動機と直列にリアクトルを挿入する方法⁽⁹⁾は、ヒステリシス電動機においては逆効果であることがわかった。

4. 直流側フィルタ定数の安定性に及ぼす影響

〈4.1〉 電圧形インバータ駆動時の方程式 ここで解析対象とするヒステリシス電動機の駆動系は最も基本的な系とし、その構成図を図7に示す。インバータは 180° 通電形で、本章では図の破線で囲まれた部分はないものとする。さて、図の系において電動機印加電圧の基本波分を電力不変のもとに三相-二相変換すると⁽⁶⁾,

図 7 電圧形インバータ・ヒステリシス電動機系

Fig. 7. Voltage source inverter-hysteresis motor system.

$$\left. \begin{aligned} v_{ds} &= \sqrt{6} V_I / \pi \cdot \cos \omega t \\ v_{qs} &= \sqrt{6} V_I / \pi \cdot \sin \omega t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 V_I : インバータの入力直流電圧となり、(3)式と(19)式より次式が得られる。

$$V_s = \sqrt{3} V_I / \pi \dots\dots\dots (20)$$

また、図7において I_R が連続であるとする

$$V_R = V_I + (R_f + PL_f) I_R \dots\dots\dots (21)$$

$$V_I = (I_R - I_I) / PC_f \dots\dots\dots (22)$$

ここで、 V_R : 整流器の出力電圧、 I_R : 整流器の出力電流、 I_I : インバータの入力電流

更に、インバータの入出力の電力のバランスより

$$V_I I_I = \text{Re}(2 \dot{V}_s \dot{I}_s^*) = 2 V_s I_{sr} \dots\dots\dots (23)$$

が成立する。(20)式と(23)式より次式が得られる。

$$I_{sr} = \pi I_I / 2\sqrt{3} \dots\dots\dots (24)$$

(20)~(22)および(24)の各式において、ある定常動作点からの微小変化を考え諸量に Δ を付けて表わすと

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_R &= \Delta V_I + (R_f + PL_f) \Delta I_R \\ \Delta V_I &= (\Delta I_R - \Delta I_I) / PC_f \\ \Delta V_I &= \pi \Delta V_s / \sqrt{3} \\ \Delta I_I &= 2\sqrt{3} \Delta I_{sr} / \pi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

となる。(25)式と、第2章で求めたヒステリシス電動機を記述する方程式を連立させることによって、直流側フィルタを考慮したインバータ駆動ヒステリシス電動機の方程式が求められ、次式のようになる。

$$\mathbf{A}' \cdot \mathbf{P} \mathbf{x}' + \mathbf{B}' \mathbf{x}' = \mathbf{u}' \dots\dots\dots (26)$$

但し、

$$\mathbf{x}' = [\Delta V_s \ \Delta I_R \ \Delta I_{sr} \ \Delta I_{si} \ \Delta I_{rr} \ \Delta I_{ri} \ \Delta \delta \ \Delta \omega_m]^T \dots\dots\dots (27)$$

$$\mathbf{u}' = [0 \ \Delta V_R \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \Delta T_L \ 0]^T \dots\dots\dots (28)$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \pi C_f R_f / \sqrt{3} & L_f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$B' = \begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{3}/\pi C_f & 6/\pi^2 C_f & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \pi/\sqrt{3} & 0 & 6R_f/\sqrt{3}\pi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここで、 A, B は(付1)式、(付2)式で表わされる。

(26)式からわかるように、インバータ駆動ヒステリシス電動機系は8次系として表わすことができる。これは、ヒステリシス電動機の6次の他に L_f, C_f により二つ次数があがるためである。

図 8 直流側フィルタ定数と安定領域との関係
Fig. 8. Relation between filter parameters and stability regions.

〈4.2〉 直流側フィルタ定数の安定性に及ぼす影響

(26)式の特性根を求めることによって直流側フィルタ定数の安定性に及ぼす影響を検討する。ところで、インバータ駆動時の基本波成分に対する回転子の磁化状態と正弦波電源駆動時のそれとは異なる⁽¹⁰⁾。従って、インバータ駆動時の L_0, φ_0, A, B は正弦波駆動時のそれらと厳密には異なるが、試料機に対する検討結果では印加電圧が 0.25 pu のとき、 L_0 のみが正弦波駆動時に比べて 8~10% 大きく、他の φ_0, A, B はほとんど変わらないため、ここではインバータ駆動時の L_0, φ_0, A, B を正弦波駆動時のそれらで近似する。

図 8 は試料機について、直流側フィルタ定数 C_f, L_f, R_f と安定領域の関係を示す。なお負荷トルクは 0.32 pu である。

図より、 L_f が大きすぎると不安定になること、およびある範囲の L_f でも不安定領域が存在することがわかる。また、図(a)より、 R_f があまり小さくしなければ安定領域がかなり広くなり、 R_f を大きく選ぶことが安定性改善に効果があることがわかる。更に図(b)より、 $f=1$ pu では C_f の小さい範囲で系は不安定になり、 f が小さくなると不安定領域は L_f, C_f の値の大きい範囲に移動することがわかる。更に、 f を小さくすると不安定領域が小さくなることがわかる。また、 L_f の値の大きい範囲での不安定領域は f が小さくなるに従って広がることがわかる。

5. 安定性の改善

前章で述べたように、電圧形インバータ駆動ヒステリシス電動機系では R_f を大きくすることによって安定領域を広くすることができる。しかし、この方法では R_f による損失が増加し、系全体の効率の点から望ましくない。そこで本章では安定性改善のためにフィードバック制御を適用する。

〈5.1〉 安定性の改善方法 図7の系において、整流器の出力電圧 V_R を調整することによって安定性の改善を検討する。フィードバックする諸変数としては(27)式で示される状態変数のうち、検出容易なもの $\Delta V_r, \Delta I_r, \Delta I_{lr} (\Delta I_l$ に相当する)、 $\Delta \delta, \Delta \omega_m$ の5つを選び、これらの比例、積分、微分のそれぞれを整流器の出力電圧の指令値に加える方法について根拠を調べ検討した。その結果、次の二つの制御方法が安定性改善に効果があることがわかった。

$$\Delta V_R = -K \Delta \omega_m (31), \quad \Delta V_R = -K \Delta I_R (32)$$

図9は試料機について上記の二つの制御方法におけるフィードバックゲイン K を変えたときの代表根の軌跡を示す。但し、直流側フィルタ定数としては無負

①: 電動機印加電圧 0.25 pu
②: 電動機印加電圧 0.25 pu → 0.1 pu の後
図 9 フィードバックゲイン K を変えたときの代表根の軌跡

Fig. 9. Loci of dominant roots for change in feedback gain K .

荷時にも I_R が連続するように L_f を多少大きく選び $C_f = 6,700 \mu\text{F}$, $L_f = 62 \text{ mH}$, $R_f = 0.65 \Omega$ としている。またインバータ周波数は 0.25 pu である。

図より K を大きくすることによって代表根は虚軸から離れ、系の応答が良くなることがわかる。特に回転数をフィードバックする場合、図(a)より過渡応答は大幅に改善されることがわかる。但し、 K の値には上限があり、回転数のフィードバック制御の場合、電圧を 0.25 pu から 0.1 pu に下げた後では $K \geq 58$ で代表根以外の他の根が不安定領域に入る。また、整流器の出力電流のフィードバック制御の場合も電圧を 0.25 pu から 0.1 pu に下げた後では $K \geq 86$ で代表根以外の根が不安定領域に入る。

さて、(32)式の制御を行なう場合の実際の調節器はその定常状態の影響を取り除くために、安定性改善に悪影響を及ぼさない程度の高域通過フィルタとしなければならない。従って、制御系の構成図は図7の破線で囲まれた部分のようになる。

ここで、整流器の出力電流のフィードバック制御について考察しておく。(25)式

$$\Delta V_R = \Delta V_I + (R_f + PL_f)\Delta I_R$$

に(32)式を代入すると次式が得られる。

$$0 = \Delta V_I + (R_f + K + PL_f)\Delta I_R \dots\dots\dots (33)$$

前章で直流側フィルタの抵抗 R_f が大きいほど安定性が改善されることを明らかにしたが、(33)式よりフィードバックゲイン K が R_f と同じ作用をすることがわかる。なお、この制御方法は回転機がヒステリシス電動機でなくても R_f が制動効果を持つならば有効な方法であり、実際に誘導電動機においても有効であることが報告されている⁽¹¹⁾。

さて、(31)式と(32)式の制御方法を比較すると次の

図 10 ΔI_R フィードバックによる乱調防止

Fig. 10. Suppression of hunting by feedback of ΔI_R .

ようになる。すなわち、回転数のフィードバック制御の場合には、過渡応答が大幅に改善されるが回転数を検出するために速度発電機などが必要である。これに対して、整流器の出力電流のフィードバック制御の場合には、過渡応答はあまり改善されないが速度発電機などは不要である。また、この方法は負荷が増加したとき整流器の出力電圧 V_R を下げる制御方法であるために、負荷急変時の回転子位相角の行き過ぎ量は制御なしの場合より理論的に多少大きくなる。従って、大きな負荷変化に対しては脱調の危険が多少増す。

〈5・2〉 実験的検討 図10は整流器の出力電流 ΔI_R のフィードバックによる乱調防止の実験結果の一例であり、0.32 pu の負荷を負った電動機をインバータ周波数 0.25 pu で同期運転中に電動機印加電圧を 0.25 pu から 0.1 pu に下げた後の回転子位相角を示している。但し、フィードバックゲイン K は 25、高域過通フィルタのシャ断周波数は 0.1 Hz としている。

図において、時刻 t_1 以前は回転むらが持続し系は不安定となっている。なお、この状態は理論においては図9(b)の②の根軌跡のフィードバックゲイン $K=0$ の状態に相当し、かなり虚軸に近いが安定である。この相違は、理論では高調波成分を無視しインバータ駆動時の L_o, φ_o, A, B を正弦波電源駆動時のそれらと等しいと近似したために生じたものと考えられる。さて、図より時刻 t_1 で制御をかけると回転子位相角は安定になり、時刻 t_2 で再び制御をはずすと不安定になっていることがわかる。なお、不安定な状態における回転子位相角の平均値と安定な状態での回転子位相角が異なるのは、整流器出力電流に含まれる高調波の影響によるものである。

6. む す び

以上、得られた結果を要約すれば次のようになる。

(1) Kron の基本形回転機の各巻線のインダクタンスに位相差を生じる機能を持たせることにより磁気ヒステリシスを考慮し、これよりヒステリシス電動機

の過渡時の方程式を導出した。また、その妥当性を実験的に確認した。

(2) この方程式を用いて、電動機の運転状態や定数が安定性に及ぼす影響を明らかにした。

(3) 直流側フィルタを考慮した電圧形インバータ駆動ヒステリシス電動機の過渡時の方程式を導出し、直流側フィルタ定数による安定領域を明らかにした。

(4) 系の安定性改善の方法として、電動機速度あるいは整流器出力電流を帰還して整流器の出力電圧を調整する方法を提案した。

本論文では同期運転時の系の安定性について解析したが、非同期時すなわち始動時の安定性についても本論文の理論をもとに容易に解析可能である。

終わりに、御協力を賜った東京芝浦電気(株)の関係各位に厚くお礼申し上げます。

(昭和58年7月5日受付, 同59年1月23日再受付)

文 献

- (1) J. Nestler: "Verhalten von dreiphasigen Hysteresemotoren beim Antrieb von Gas-Ultrazentrifugen" AEG-TELEFUNKEN 49, 139-149 (1976-4/5)
- (2) R. D. Jackson: "Digital simulation of the hysteresis motor" Proc. Instn Elect Engrs 120, 12, 1533 (1973-12)
- (3) 井上: 「ヒステリシスモータの動特性」日立評論 51, 5 (昭和44-5)
- (4) 多田・田中・稲垣: 「インバータによるヒステリシス電動機の制御」電学論B 92, 619 (昭和47-11)
- (5) D. O'Kelly: "Eddy-current and hysteresis effects in rotating machines" Proc. Instn. Elect. Engr 116, 3, 391 (1969-3)
- (6) 片岡・西方: 「回転機のテンソル解析法」電学誌 97, 694 (昭和52-8)
- (7) 宮入・片岡: 「うず電流の影響を考慮したヒステリシス電動機の一解析法」電学誌 86, 996 (昭和41-6)
- (8) 宮入・片岡: 「ヒステリシス電動機の基本等価回路」電学誌 85, 1740 (昭和40-10)
- (9) 佐藤・関: 「SCR インバータによる同期電動機の運転」電学誌 85, 685 (昭和40-4)
- (10) 石川・片岡: 「電圧形インバータ駆動ヒステリシス電動機の特性解析」電学誌B 103, 311 (昭和58-5)
- (11) 野中・伊藤: 「電圧形インバータ駆動誘導電動機の評価指数による安定度の考察」電学論B 98, 71 (昭和53-1)

付 録

$$A = \begin{bmatrix} l_1 + L_0 \cos \varphi_0 & L_0 \sin \varphi_0 & L_0 \cos \varphi_0 & L_0 \sin \varphi_0 & I_{s0} \{ A \cos (\varphi_{s0} - \varphi_0) + L_0 B \sin (\varphi_{s0} - \varphi_0) \} & 0 \\ -L_0 \sin \varphi_0 & l_1 + L_0 \cos \varphi_0 & -L_0 \sin \varphi_0 & L_0 \cos \varphi_0 & I_{s0} \{ A \sin (\varphi_{s0} - \varphi_0) - L_0 B \cos (\varphi_{s0} - \varphi_0) \} & 0 \\ L_0 \cos \varphi_0 & L_0 \sin \varphi_0 & L_0 \cos \varphi_0 & L_0 \sin \varphi_0 & I_{s0} \{ A \cos (\varphi_{s0} - \varphi_0) + L_0 B \sin (\varphi_{s0} - \varphi_0) - L_0 \sin (\varphi_{s0} - \varphi_0) \} & 0 \\ -L_0 \sin \varphi_0 & L_0 \cos \varphi_0 & -L_0 \sin \varphi_0 & L_0 \cos \varphi_0 & I_{s0} \{ A \sin (\varphi_{s0} - \varphi_0) - L_0 B \cos (\varphi_{s0} - \varphi_0) + L_0 \cos (\varphi_{s0} - \varphi_0) \} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_\omega / p & -J \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \dots (\text{付 } 1)$$

$$B = \begin{bmatrix} r_1 + \omega L_0 \sin \varphi_0 & -\omega l_1 - \omega L_0 \cos \varphi_0 & \omega L_0 \sin \varphi_0 & -\omega L_0 \cos \varphi_0 & \omega I_{s0} \{ -A \sin (\varphi_{s0} - \varphi_0) + L_0 B \cos (\varphi_{s0} - \varphi_0) \} & 0 \\ \omega l_1 + \omega L_0 \cos \varphi_0 & r_1 + \omega L_0 \sin \varphi_0 & \omega L_0 \cos \varphi_0 & \omega L_0 \sin \varphi_0 & \omega I_{s0} \{ A \cos (\varphi_{s0} - \varphi_0) + L_0 B \sin (\varphi_{s0} - \varphi_0) \} & 0 \\ 0 & 0 & r_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_2 & 0 & 0 \\ 2pL_0I_{s0} \times \{ \sin (\varphi_{s0} + \varphi_0) - \sin (\varphi_{s0} - \varphi_0) \} & 2pL_0I_{s0} \times \{ \cos (\varphi_{s0} - \varphi_0) - \cos (\varphi_{s0} + \varphi_0) \} & 2pL_0I_{s0} \times \sin (\varphi_{s0} + \varphi_0) & -2pL_0I_{s0} \times \cos (\varphi_{s0} + \varphi_0) & 2pI_{s0}^2 \times \{ L_0 B \cos \varphi_0 + A \sin \varphi_0 \} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p \end{bmatrix}$$

ここで

$$I_{s0} = \sqrt{I_{sro}^2 + I_{sio}^2}, \quad \varphi_{s0} = \tan^{-1}(I_{sio}/I_{sro}) \dots (\text{付 } 2)$$

$$\dots (\text{付 } 3)$$