UDC 621.315.05: 621.315.24: 539.37

論文

59-B68

有限要素法による送電線のスリート ジャンプ解析

正員 登坂 滋 (東北電力)

正員 藤掛 和男 (東北電力)

非会員 村川 英一 (日立)

非会員 明神 昭紀 (日立)

1. まえがき

架空送電線路は台風、雷撃、着氷雪などの自然条件にさらされる。現在、私達がなんとなく眺めている送電線路には、昔から幾度となく自然災害に打ちのめされた人間の悪戦苦闘してきた跡が残されている。

狭隘な国土に、過密な人口をかかえる我が国では、導入当初より、2回線垂直配列の送電線が標準形とされ、初期導入地の温暖な気象条件に恵まれて、かなりの信頼性でもって運用されてきた。しかし、電力系統の拡大に伴って、寒冷地にも、基本的に垂直方向の電線動揺に弱点をもつ、2回線垂直配列の電線が普及されるに及び、着雪の脱落に起因する電線跳上がり(スリートジャンプ)や、不平等着雪による電線流れ込みがやがて、電力の安定供給に重大な影響を与える短絡事故を発生させることとなった。このため、電線間隔の拡大や、オフセットの増大を図り、対症的対策を行ない、事故の減少に務めてきた。この対症的対策の集大成が現在の設計法の骨格をなしている。

近年、より大形の送電線が更に厳しい地帯に設置される気運にあり、合理的な設計を進めるために、電線動揺を理論的に解析する必要に迫られている⁽¹⁾。ところで、この種の問題に対する解析法としていくつかの方法が既に開発されている。例えば、跳躍波形を放物線で近似し、エネルギー法を用いる方法⁽²⁾、また、不均一着雪や部分脱落が忠実に再現可能な方法として

電線の運動を支配する非線形偏微分方程式を直接離散化し数値的に解く方法⁽³⁾が報告されている。一方、類似した問題として、変電機器間リード線の問題が有りこれらに対して、有限要素法、多重振子モデルによる解析法⁽⁴⁾らが提案されている。

これらに対し、本論文では、送電線を構造解析の立場から捕え、有限要素法(F.E.M.)を用いた新しい解析法を示す。なお、送電線系を支配する運動方程式を解くという立場から見れば、本手法は、上に挙げた解析法と本質的に相互包含関係にあると考えられる。但し、詳細に眺めれば、解法の組織性において、本手法は、非線形偏微分方程式の直接解法より優れている。また、近似度において、多重振子モデルより優れている。一方、本手法と同じく有限要素法を用いた手法と比較すると、文献(4)に報告されている有限要素法では、大変形の効果が剛性行列の座標変換としてのみ考慮されており、これは、本文中で述べる Updated Lagrangian 表示における粗い近似である。厳密には、更にひずみの非線形成分の影響も考慮する必要がある、精度上の疑問が残る。

そこで、著者らは、厳密な大変形理論を基礎とした新しい解法を開発した。以下その概要を示すとともに、既に報告されている解析および実験結果⁽⁵⁾との比較を通して、その妥当性を検証する。

2. 対象とする送電線系

送電線は図1に示すように耐張がいし連または懸垂がいし連により鉄塔に架設されるが、耐張がいし連を越えて隣接する径間に伝達される運動は、がいし流れの生じる、懸垂がいし連におけるそれと比較して小さい。従って、解析対象としては、耐張がいし連に挟まれた数径間を考えれば良い。また、現実の送電線の状態を忠実に模擬するため、解析条件として次にあげる

Sleet Jump Analysis of Transmission Line using Finite Element Method. By Shigeru Tosaka, Member, Kazuo Fujikake, Member (General Research & Development Center, Tohoku Electric Power Co. inc.), Hidekazu Murakawa, Non-member & Teruki Myojin, Non-member (Hitachi Research Laboratory, Hitachi Ltd.).

登坂 滋: 正員, (株)東北電力総合研究所
藤掛和男: 正員, (株)東北電力総合研究所
村川英一: 非会員, (株)日立製作所日立研究所
明神昭紀: 非会員, (株)日立製作所日立研究所

図 1 送電線系

Fig. 1. Transmission line.

項目を満足する必要がある。

(a) 最大 10 径間の解析が可能であり、鉄塔は必ずしも一直線上に設置されていない。また、径間長 S は $100\text{m} < S < 800\text{m}$ である。

(b) 電線は、重力および、時間的、空間的に変動する風圧を受ける。

(c) 着雪の脱落は、任意の場所で任意の時刻に起る。

(d) 電線、がいにし、および、鉄塔は、三次元的運動を行なう。特に電線とがいにしは非常に大きく運動する。

(e) 電線は弾塑性体である。

(f) 電線はもちろん、がいにしの慣性を考慮し、通常無視される電線の径間方向の慣性も考慮する。

(g) 鉄塔の変形を考慮する。

3. 大変形問題に対する一般理論

先にも述べたように、スリットジャンプの理論解析法として、既に、いくつかの方法が提案されているが著者らは、前章で示した解析条件を満足し得る手法として有限要素法を採用した。一般に、有限要素法は、系が平衡状態にあるときに、全ポテンシャルエネルギーが停留することを示す変分原理⁽⁵⁾にその基礎を置いている。なお、スリットジャンプは、大変形問題である。そこで、ここでは三次元問題における大変形問題に対する変分原理の一般論を、静的弾性問題を例として説明する。

大変形問題では、微小変形問題と異なり、まず、エネルギーを始め、応力、ひずみなどを定義するための基準座標を正しく定めておく必要がある。基準座標の採り方には、いわゆる Total Lagrangian と Updated Lagrangian 表示の 2 通りが考えられる。いずれの場合にも実際の解析では、荷重（または時間）を段階的に増加させる増分法が採用されるが、前者においては変形する前の無負荷状態にある物体中の物質点が持つ空間座標が基準座標となる。従って、この場合、基準座標は全ての増分の間、不変である。一方、後者においては、増分の一段階前の解が既知であることから、この段階での変形した物体中の物質点が持つ空間座標

を基準座標とするものであり、基準座標は増分ごとに化する。本質的には、両者は、同値であるので、基準座標の変換を必要としない Total Lagrangian 表示を用いる。このとき、一般三次元問題における全ポテンシャルエネルギー π は、変位 u_i の関数として、次のように表わされる。

$$\pi(u_i) = \int_{V_0} \{W(g_{ij}) - \rho_0 g_i u_i\} dV - \int_{S_0} t_i u_i dS \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 V_0 : 変形前の物体が占める体積

S_0 : 変形前の物体の表面積

W : ひずみエネルギー密度

g_{ij} : Green Lagrange のひずみ成分

ρ_0 : 変形前の物体の密度

g_i : 単位質量当りの物体力

t_i : 物体表面に働くトラクション

(1) 式で与えられた全ポテンシャルエネルギーの停留条件は、その第一変分がゼロになるということであり、これより、次式が得られる。

$$\delta\pi(u_i) = \int_{V_0} \left\{ \frac{\partial W}{\partial g_{ij}} \delta g_{ij} - \rho_0 g_i \delta u_i \right\} dV - \int_{S_0} t_i \delta u_i dS = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

更に、構成方程式、すなわち、

$$\frac{\partial W}{\partial g_{ij}} = \sigma_{ij}: \text{2nd Piola-Kirchhoff Stress}$$

なる関係を用いて (2) 式を書き換えると次式を得る。

$$\delta\pi(u_i) = \delta U - \delta W = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、

$$\delta U = \int_{V_0} \sigma_{ij} \delta g_{ij} dV$$

$$\delta W = \int_{V_0} \rho_0 g_i \delta u_i dV + \int_{S_0} t_i \delta u_i dS$$

(3) 式において、 δu_i , δg_{ij} を仮想変位および仮想ひずみと解釈すると、仮想内部仕事 δU と仮想外部仕事 δW が等しいことを示す仮想仕事の原理となる。すなわち、

$$\delta U = \delta W \quad \dots\dots\dots (4)$$

以上、静的弾性問題について一般論を述べたが、動的問題の場合にも、慣性力を物体力と考えることにより、(4) 式が適用できる。これ以降の定式化においては、この仮想仕事の原理をベースとして話を進める。

4. スリットジャンプ解析の問題点

前章では、大変形問題を解析するための基礎となる

理論は、既に確立されていることを示したが、スリットジャンプ解析は、非常に特殊であり、解決していかなければならない問題がいくつか有る。すなわち、

(a) Total Lagrangian 表示では、無負荷の状態を基準座標として選ぶ必要があるが、このような、基準座標が定められるか。

(b) 動的解析を始める前に、静的に平衡した初期状態を定める必要がある。しかし、着雪が不均一であったり、風圧が作用する場合には、カタナリーの式や放物線近似⁽⁶⁾を用いて、初期条件を作ることができない。スリットジャンプ解析の成否は、上記の問題をいかに解決するかにかかっており、その解決法を次に示す。

(a) 基準座標に対応する電線の基準状態は、無負荷状態でなければならないので、重力、風圧、およびがいしによる拘束を取り去った図2(a)に示した状態である。この状態を自然状態と呼ぶことにし、自然状態にある電線の長さを自然長 L^* とする。本来の基準座標は、自然状態において電線に沿った座標 x_i^0 と考えられる。しかし、がいしと電線の間にギャップが生じるため x_i^0 を直接基準座標として用いるのは不都合である。そこで、図2(b)に示すように自然長 L^* の電線を径間長 S まで伸ばした状態を考え、電線に沿った座標を x_i とする。このとき、電線は、ひずみ ε_0 、すなわち、

$$\varepsilon_0 = (S - L^*) / L^* \dots\dots\dots (5)$$

だけ伸びた状態にある。ところで、自然長さ L^* は実長 L から、電線の弾性的伸び ΔL を差し引いたものであり、放物線近似を用いた場合、

$$L^* = L - \Delta L = S \left\{ 1 + \frac{(wgS)^2}{24T^2} - \frac{T}{EA} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

で与えられる。ここで、

図2 電線の基準座標と変位

Fig. 2. Reference coordinates and displacement of transmission line.

T : 電線の水平張力, w : 電線の線密度
 g : 重力加速度, E : 電線のヤング率
 A : 電線の断面積

なお、径間長 S が 100 m から 500 m までの電線を対象としたとき、(6)式で与えられる自然長 L^* と径間長 S との相対差は、1% 以下の小さい値となる。従って、(6)式を(5)式に代入し、高次項を無視すると、ひずみ ε_0 が次式により計算され、その値も 1% 以下のオーダーに納まる。すなわち、

$$\varepsilon_0 = \frac{T}{EA} - \frac{(wgS)^2}{24T^2} \dots\dots\dots (7)$$

一方、このひずみを用いると、上述で定義した二つの座標系 x_i^0 および x_i は、次式により関係づけられる。

$$dx_i = (1 + \varepsilon_0) dx_i^0 \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 ε_0 は 1% 以下の微小量であるので、1% の誤差を許すとすれば、本来の基準座標 x_i^0 の代わりに、 x_i を基準座標として用いることができる。このとき、ひずみ ε_0 は、初期ひずみとして取り扱う。

(6) 初期状態の決定に関しては、有限要素法それ自身を用いた反復収束計算により、静的平衡状態を求めることができる。

5. 有限要素法による解析手法

第2章では、スリットジャンプ解析において考慮する必要がある要件を示した。この章では、これら要件を満たす FEM の定式化を順に追って説明する。

<5.1> 座標系 一般に、各鉄塔は一直線上に配置されることは無く、地理的条件により、高低差および水平面での折れ曲がりを持つ。そのため、全体座標系および局所座標系の2種の座標系を導入する。図1に示されるごとく、全体座標系 (X, Y, Z) は、文字どおり系全体を同一の座標系で記述するためのものであり、 Y 軸は鉛直下方にとられる。また、局所座標系 (x_i, y_i, z_i) は、各径間ごとに定義され、前章で述べた電線の基準座標系に対応し、がいし下端を結ぶ見通し線を x_i 軸とする。これら二つの座標系間の座標変換は、 $[L_i]$ を変換マトリックスとして、次式で与えられる。

図3 4径間にわたる電線系のF.E.M.モデル

Fig. 3. F.E.M. model for transmission line with 4 spans.

$$\{dx_i, dy_j, dz_i\}^T = [L_i] \{dX, dY, dZ\}^T \quad \dots\dots\dots (9)$$

なお、がいし連および鉄塔は、便宜上、全体座標系で直接記述する。

〈5.2〉 FEM によるモデル化の概要 FEM では、解析対象を小さな要素に分割するが、送電線系中のがいし連は、ほとんど剛体に近いので、1個の線形要素(棒要素)として取り扱う。また、電線は、1径間を M_i 個の線形要素に分割する。図3は、要素分割の一例を示したものであり、鉄塔の剛性は等価ばねとして評価する。

〈5.3〉 電線に対する要素

(1) 変位 第 i 径間の電線の局所挙動を記述するため、局所座標系 (x_i, y_i, z_i) を用いる。この座標系において、電線上の節点 j が基準状態にあるときの位置を $(x_j, 0, 0)$ 、また、運動中の位置を (x_j^*, y_j^*, z_j^*) とすると、変位成分 (u_j, v_j, w_j) は、

$$(u_j, v_j, w_j) = (x_j^* - x_j, y_j^*, z_j^*) \quad \dots\dots (10)$$

により定義され、これを図示したものが図2(c)である。また、要素 j 内の変位 (u, v, w) は、節点 j および $j+1$ における変位を用いて線形に内挿されると仮定する。このとき、要素内変位は、内挿関数を $[F]$ として、一般に次式で表わされる。

$$\{u, v, w\}^T = [F] \{u_j, v_j, w_j, u_{j+1}, v_{j+1}, w_{j+1}\}^T \quad (11)$$

(2) 変位-ひずみ関係 電線内の応力状態は、軸方向の応力のみが存在する一軸応力状態を考えるとできるので、ひずみ成分として、軸方向のひずみ ε のみを考えれば良い。このとき、Green-Lagrange のひずみ成分 ε は、次式で与えられる。

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\partial u}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x_i} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

なお、 ε_0 は基準座標とともに導入した初期ひずみである。

(3) 応力-ひずみ関係 電線の材料として、銅、アルミ、鋼が主に用いられ、それぞれの材料特性は、非常に異なり、またこれらを複合したより線に至っては、その特性が十分に把握できない。そこで、電線を単純な弾塑性体と仮定し、その応力-ひずみ関係を図4に示されるように折れ線で近似する。図4において、 E_e, E_p は、それぞれ、電線のヤング率および塑性硬化率であり、 σ_y は降伏応力である。

(4) 電線に作用する外力 外力として、着雪および電線に作用する重力と、空気との相対運動による

図4 電線の応力-ひずみ関係

Fig. 4. Assumed stress-strain relation of transmission line.

空気抵抗(風圧)を考慮する。このとき、電線の単位長さ当りに作用する外力ベクトル F_e は、重力 F_g および空気抵抗 F_d の和で与えられる。すなわち、

$$F_e = F_g + F_d \quad \dots\dots\dots (13)$$

まず、重力について考えると、単位長さ当りの重力は雪も含めた電線の単位長さ当りの質量を M_T としたとき、次式が与えられる。

$$F_g = M_T (g_x e_x + g_y e_y) \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 (g_x, g_y) は、局所座標系 (x_i, y_i, z_i) における重力加速度成分である。

次に空気抵抗を考える。一般に、電線に働く風圧 P は、

$$P = (1/2) C \rho V^2 \quad \dots\dots\dots (15)$$

で与えられる。ここで、 V は風速、 ρ は空気の密度、また C は、電線の断面形状および周辺の空気の流れによって定まる係数である。従って、電線の単位長さ当りの投影断面積を A_p としたとき、単位長さ当りの空気抵抗 $F_d = (F_x^d, F_y^d, F_z^d)$ は次式により計算される。但し、径間方向成分 F_z^d は無視する。

$$\left. \begin{aligned} F_y^d &= -(1/2) C \rho A_p \{ (\dot{v} - V_y)^2 + (\dot{w} - V_z)^2 \}^{1/2} (\dot{v} - V_y) \\ F_x^d &= -(1/2) C \rho A_p \{ (\dot{v} - V_y)^2 + (\dot{w} - V_z)^2 \}^{1/2} (\dot{w} - V_z) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (16)$$

ここで、 $(\dot{u}, \dot{v}, \dot{w})$ は、電線の運動速度であり (V_x, V_y, V_z) は、局所座標系における風速成分である。

(5) 慣性力 先にも述べたように、電線に生じる加速度は、慣性力の形で等価外力として取り扱う。このとき、単位長さ当りの慣性力 F_i は次式で与えら

図5 電線の一要素

Fig. 5. An element for transmission line.

れる。

$$F_i = -M_T(\ddot{u}e_x + \ddot{v}e_y + \ddot{w}e_z) \dots\dots\dots (17)$$

(6) 仮想仕事の原理 ここでは、図5に示したような一つの要素を支配する仮想仕事の原理を導く。まず、(3)式に従って仮想内部仕事 δU および外部仕事 δW を書き下す。すなわち、

$$\delta U = \int_{x_j}^{x_{j+1}} A \sigma \delta \varepsilon dx \dots\dots\dots (18)$$

$$\begin{aligned} \delta W = \int_{x_j}^{x_{j+1}} \{ & [F_x^e - M_T \ddot{u}] \delta u + [F_y^e \\ & - M_T \ddot{v}] \delta v + [F_z^e - M_T \ddot{w}] \delta w \} dx \\ & + [(R_x)_{j+1} \delta u_{j+1} + (R_y)_{j+1} \delta v_{j+1} \\ & + (R_z)_{j+1} \delta w_{j+1}] + [(R_x)_j \delta u_j \\ & + (R_y)_j \delta v_j + (R_z)_j \delta w_j] \dots\dots (19) \end{aligned}$$

但し、 $(R_x)_j$, $(R_x)_{j+1}$ などは、節点 j , $j+1$ に隣接する要素から作用する節点力である。上で示した δU および δW が等しいと置くことにより、要素レベルの仮想仕事の原理が得られる。すなわち、

$$\delta U = \delta W \dots\dots\dots (20)$$

(7) 増分形の仮想仕事の原理 (20)式は、任意の時刻における要素の平衡条件を与えるが、変位のみならず速度および加速度を未知数として含むため、これを直接解くことができない。通常この種の動的問題には、時間を微小区間に分割し、時間経過に従って各時間間隔の間の変化を増分的に求める増分法が用いられる。

いま、時刻 t における解が既知であり、これを $\{u, v, w, \dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \ddot{u}, \ddot{v}, \ddot{w}, \varepsilon, \sigma\}$ とし、時刻 $t + \Delta t$ における解を $\{u + \Delta u, v + \Delta v, \dots, \sigma + \Delta \sigma\}$ とする。まず、ひずみに注目すると、時刻 $t + \Delta t$ におけるひずみは、ひずみ増分を、 $\Delta \varepsilon$ としたとき、

$$\varepsilon(t + \Delta t) = \varepsilon + \Delta \varepsilon \dots\dots\dots (21)$$

と表わすことができる。更に、ひずみ増分を変位増分の線形項 $\Delta^1 \varepsilon$ と、2次項 $\Delta^2 \varepsilon$ に分ける。すなわち、

$$\varepsilon(t + \Delta t) = \varepsilon + \Delta^1 \varepsilon + \Delta^2 \varepsilon \dots\dots\dots (22)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \Delta^1 \varepsilon = & \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \Delta u}{\partial x_i} + \left(\frac{\partial v}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial \Delta v}{\partial x_i} \right) \\ & + \left(\frac{\partial w}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial x_i} \right) \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

$$\Delta^2 \varepsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta u}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta v}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial x_i} \right)^2 \dots\dots\dots (24)$$

同様に、応力は、

$$\sigma(t + \Delta t) = \sigma + \Delta \sigma \dots\dots\dots (25)$$

と表わすことができ、これに応力-ひずみ関係と(22)式を考慮すると次式を得る。

$$\sigma(t + \Delta t) = \sigma + E \Delta^1 \varepsilon + E \Delta^2 \varepsilon \dots\dots\dots (26)$$

ここで、 E は、応力状態によって、 E_s , E_p のいずれかの値をとる。

(22), (26)式で得られた関係を用いると、時刻 $t + \Delta t$ に対する仮想内部仕事 δU は、次のように表わされる。

$$\delta U = \delta^1 U + \delta^2 U + \text{高次項} \dots\dots\dots (27)$$

なお、 $\delta^1 U$, $\delta^2 U$ は、変位増分の線形項および二次項の変分であり、次式で定義される。

$$\delta^1 U = \int_{x_j}^{x_{j+1}} \{ A \sigma \delta(\Delta^1 \varepsilon) \} dx \dots\dots\dots (28)$$

$$\begin{aligned} \delta^2 U = \int_{x_j}^{x_{j+1}} \{ & A \sigma \delta(\Delta^2 \varepsilon) + A E \Delta^1 \varepsilon \delta(\Delta^1 \varepsilon) \} dx \\ & \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

同様に、仮想外部仕事も線形項と高次項に分けられ

$$\delta W = \delta^1 W + \delta^2 W \dots\dots\dots (30)$$

と表わされる。ここで注目すべきは $\delta^1 U$ および $\delta^1 W$ は、時刻 t における仮想仕事そのものであり、時刻 t での解が平衡条件を満足するならば、

$$\delta^1 U = \delta^1 W \dots\dots\dots (31)$$

が成立する。しかし、微小時間区間を線形近似する増分法では、一般に時刻 t における解は、平衡条件を完全に満足せず不平衡力が残るので、これを補正する項として、これらの項を仮想仕事の原理の中に含めておく。従って増分形の仮想仕事の原理として次式を得る。

$$\delta^1 U + \delta^2 U = \delta^1 W + \delta^2 W \dots\dots\dots (32)$$

(8) 離散化 (32)式で得られた仮想仕事の原理を(11)式を用いて離散化すると、節点変位増分 $\{\Delta \phi\} = \{\Delta u_j, \Delta v_j, \Delta w_j, \Delta u_{j+1}, \Delta v_{j+1}, \Delta w_{j+1}\}$ をパラメータとした離散化式が得られる。すなわち、

$$\begin{aligned} \{\Delta \phi\}^T [K] \{\delta \Delta \phi\} + \{\Delta \phi\}^T [M] \{\delta \Delta \phi\} \\ = \{F\}^T \{\delta \Delta \phi\} \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

ここで、 $[K]$, $[M]$, $\{F\}$ は、それぞれ、剛性マトリックス、質量マトリックス、荷重ベクトルである。なお(16)式で定義された空気抵抗を速度の非線形関数として厳密に取り扱うとすれば、(33)式において、当然減衰項が現われる。しかし、空気抵抗の時間変化は、時間増分 ΔT に比べて非常に小さいので、空気抵抗は微小時間増分間で変化しないと仮定した場合、(33)式が得られる。

〈5・4〉 鉄塔-懸垂がいし連に対する要素 がいし連に対する要素も、先に示した電線に対する要素とほぼ同様であるが、次の点において異なる。

が、いし連を単に、非常に剛な弾性棒と考えた場合には、その長さが短いので縦振動に対する固有周期が非常に小さくなる。そのため、安定な時間積分を行なううえでの時間増分が小さい値に抑えられ、計算効率が悪くなる。そこで、がいし連に対して架空の粘性を導入し、その固有周期が、時間増分 ΔT の約十倍になるように粘性係数を定める。

○鉄塔の剛性をも含めてがいし連の剛性を考える。

○空気抵抗および着雪の重量を無視する。

これらの相異点を中心に、鉄塔-懸垂がいし連系の定式化を説明する。

(1) 変位 図 6(a) は、現実の鉄塔-懸垂がいし連系を示したものであり、鉄塔の剛性を (X, Y, Z) 方向のばね定数として評価し、がいし連を一個の棒要素で近似すれば、この系は、図 6(b) のようにモデル化される。なお、図中の点 A, B は、がいし連の上下端である。がいし連の基準状態として、鉛直にたれ上った状態を採用すれば、がいし連上下端の変位 (u_a, v_a, w_a) , (u_b, v_b, w_b) は図 6(b) に示したように定義される。

(2) 応力-ひずみ関係 既に述べた理由によりがいし連を粘弾性体として取り扱う。粘弾性体の応力-ひずみ関係は、一般に次式で表わされる。

$$\sigma = E\varepsilon + \eta \dot{\varepsilon} \dots\dots\dots (34)$$

ここで、 η は粘性係数であり、 $\dot{\varepsilon}$ はひずみ速度である。

(3) 離散化方程式 電線の場合に示したと同様な過程を経て、仮想仕事の原理より次の離散式が得られる。

$$\begin{aligned} & \{\Delta\psi\}^T [K] \{\delta\Delta\psi\} + \{\Delta\psi\}^T [C] \{\delta\Delta\psi\} \\ & + \{\Delta\psi\}^T [M] \{\delta\Delta\psi\} \\ & = \{F_G\}^T \{\delta\Delta\psi\} \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

ここで、 $[C]$ はがいし連の粘性による減衰マトリックスである。

〈5.5〉 鉄塔-耐張がいし連系 耐張がいし連の長さは径間長に比較した場合に非常に短く、電線の運動に対する影響は小さいと考えられる。そこで、耐張

がいし連を無視し、電線が直接鉄塔に接続した形に理想化する。

〈5.6〉 系全体の仮想仕事の原理 送電線系を構成する全ての要素の仮想仕事を重ね合わせることににより、系全体の仮想仕事の原理が導かれる。すなわち、

$$\Sigma \delta U = \Sigma \delta W \dots\dots\dots (36)$$

但し、この重ね合わせを行なう際には、局所座標系で表わされた電線の仮想仕事を、(9)式を用いて全体座標系に変換しておく必要がある。この変換により系全体の仮想仕事の原理は、全体座標系上で定義された節点変位を用いて、次のように表わされる。

$$\begin{aligned} & (\{\Delta\psi\}^T [K_G] + \{\Delta\psi\}^T [C_G] \\ & + \{\Delta\psi\}^T [M_G]) \{\delta\Delta\psi\} \\ & = \{F_G\}^T \{\delta\Delta\psi\} \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

なお、(37)式は、任意の仮想変位 $\{\delta\Delta\psi\}$ に対して成立しなければならないので、この条件より、最終的に次式を得る。

$$\begin{aligned} & [K_G] \{\Delta\psi\} + [C_G] \{\Delta\psi\} + [M_G] \{\Delta\psi\} \\ & = \{F_G\} \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

ここで、導いた(38)式は節点における変位増分 $\{\Delta\psi\}$ を未知数とする時間に関する常微分方程式であり、Newmark の β 法⁽⁷⁾を用いて解くことができる。

6. 解析例および考察

プログラムを検証するため、いくつかのケースについて解析を行ない、その結果を文献(3)に報告されている、偏微分方程式の直接解法による解析結果および実験結果と比較した。ここでは、次の3ケースについて紹介する。

Case (1) は、図 3 に示すように高低差無く直線的に張られた4径間を対象とする。着雪条件としては、4径間が全面一様に着雪しており、時刻 $t=0$ において第2径間が一斉脱落するという条件が設定されている。なお FEM による解析では、各径間を6要素分割し、径間長など詳細な条件として表1の値を用いた。

Case (2) も4径間を対象とし、時刻 $t=0$ において第2径間および第4径間が一斉脱落する場合である。諸条件は、Case (1) とほぼ同じであるが、一部異なる点を表2に示す。

Case (3) は時刻 $t=0$ において第2径間中央1/3の雪が脱落し、 $t=5$ 秒において残り2/3が脱落するという例である。なお、このケースでは第2径間を12分割した。また Case (1) と異なる条件を表3を示す。

まず、Case (1) の結果を検討する。図7は、第2径間中央点の跳躍量の時間変化を示したものであり、

(a) 現実の鉄塔-懸垂がいし連 (b) モデル化された系

図 6 鉄塔-懸垂がいし連系モデル

Fig. 6. Idealized tower-insulator system.

表 1 Case (1) における解析条件
Table 1. Detailed condition for Case (1).

項 目	内 容
電 線 種 類	170mm ² ACSR (26/2.9 Al+7/2.25 St) 単位長さ当り重量 0.6938 (kg/m) ヤ ン グ 率 7.6×10^8 (kg/mm ²)
径 間 長	$S_1=251.7$ (m) $S_2=251.6$ (m) $S_3=263.4$ (m) $S_4=274.0$ (m)
初期 ひ ず み	$\epsilon_0^1=-0.160 \times 10^{-2}$ $\epsilon_0^2=-0.168 \times 10^{-2}$ $\epsilon_0^3=-0.164 \times 10^{-2}$ $\epsilon_0^4=-0.228 \times 10^{-2}$
が い し 連	がいし連長さ 1.042 (m) 重 量* 52.1 (kg)
鉄塔ばね定数	$K_x^1=\infty$ $K_x^2=K_x^3=K_x^4=0.714 \times 10^5$ (kg/m) $K_x^5=1.25 \times 10^5$ (kg/m)
着 雪	全径間均一分布 単位長さ当り着雪量 3.3062 (kg/m) 密 度 10^5 (kg $\cdot$ s ² /m ⁴)
空 気 抵 抗	空気密度 $\rho=0.125$ (kg $\cdot$ s ² /m ⁴) 抵抗係数 $C=1.59$
水平張力(計算値)	$T_1=3,211$ (kg) $T_2=3,219$ (kg) $T_3=3,250$ (kg) $T_4=3,266$ (kg)

*: 文献(1)から値が得られなかったため推定値を用いた。

表 2 Case (2) における解析条件
Table 2. Detailed condition for Case (2).

項 目	内 容
初期 ひ ず み	$\epsilon_0^1=-0.152 \times 10^{-2}$ $\epsilon_0^2=-0.154 \times 10^{-2}$ $\epsilon_0^3=-0.167 \times 10^{-2}$ $\epsilon_0^4=-0.186 \times 10^{-2}$
着 雪	全径間均一分布 1.706 (kg/m)
水平張力(計算値)	$T_1=2,131$ (kg) $T_2=2,132$ (kg) $T_3=2,145$ (kg) $T_4=2,124$ (kg)

表 3 Case (3) における解析条件
Table 3. Detailed condition for Case (3).

項 目	内 容
初期 ひ ず み	$\epsilon_0^1=-0.173 \times 10^{-2}$ $\epsilon_0^2=-0.174 \times 10^{-2}$ $\epsilon_0^3=-0.195 \times 10^{-2}$ $\epsilon_0^4=-0.219 \times 10^{-2}$
着 雪	単位長さ当り着雪量 (kg/m) 第 1 径間 1.6292 第 2 径間 1.6992 第 3 径間 1.6662 第 4 径間 1.6322
水平張力(計算値)	$T_1=2,067$ (kg) $T_2=2,082$ (kg) $T_3=2,081$ (kg) $T_4=2,074$ (kg)

FEM による解(丸印)は、3秒付近まで偏微分方程式による解(破線)とよく一致しているが、それ以降においては、実験および偏微分方程式の解が減衰しているのに対し、FEM では、減衰があまり見られない。一方、第1径間および第2径間における電線張力の変化(図8、図9)に注目すると、FEM の方が実験に近い結果を与えている。また、図10は、第2径間における電線の運動波形をプロットしたものであり、高次波

図 7 第2径間中央点の跳躍量
Fig. 7. Jumping magnitude of the 2nd span.

図 8 第1径間における電線張力
Fig. 8. Tensile force acting on the 1st span.

図 9 第2径間における電線張力
Fig. 9. Tensile force acting on the 2nd span.

図 10 第2径間の運動波形
Fig. 10. Deformed configuration of the 2nd span under motion.

形成分が良く再現されている。ここで、第2径間を挟む第2、第3がいしに注目すると、図11(a)、(b)に

図 11 がいしの運動

Fig. 11. Motion of insulators.

示されるように、両がいしはほぼ逆位相で運動し、耐張がいしから遠い第3がいしの振幅が大きい。図 11 (c), (d) は、変位の第 1 ピークに至るまでのがいし下端の運動軌跡と、代表的時刻におけるがいし下端近傍の状態を示しており、第3がいしでは、約 0.6m のがいし流れが生じている。なお、がいし上端は、鉄塔の剛性が大きいので、ほとんど変位しない。

次に、2 径間一斉脱落の場合について検討すると、第 2 径間の跳躍量 (図 12) および電線張力 (図 13) の

図 12 第 2 径間中央点の跳躍量

Fig. 12. Jumping magnitude of the 2nd span.

図 13 第 2 径間における電線張力

Fig. 13. Tensile force acting on the 2nd span.

図 14 第 2 径間中央点の跳躍量

Fig. 14. Jumping magnitude of the 2nd span.

いずれにおいても、FEM は偏微分方程式による解と比較して、実験により近い解を与えている。特に、電線張力が非常に精度良く求められていることが分る。

最後の Case(3) は、第 2 径間が部分脱落する場合であり、第 2 径間の跳躍量を図 14 に示す。このケースに関しては、いずれの計算値も、実験値とよく一致している。

以上の 3 ケースについてプログラムを検証したが、FEM によりスリットジャンプがかなり忠実に模擬できることが明らかとなった。ただ Case(1)において、第 2 径間での跳躍量に実験値との差が認められたが、これは実験条件と解析条件が微妙にずれているためではないかと推測される。

7. む す び

大変形理論に基づき、FEM を用いてスリットジャンプ解析を行なうシミュレーションプログラムを開発した。FEM は、従来の偏微分方程式を直接解く方法と比較して、その構成が組織的かつ単純であり、実用的に優れた解法である。その精度においても、実験との比較を通して妥当性が検証された。特に、電線張力に対して非常に良い結果が得られた。これは、本シミュレーションプログラムにおいては、電線の径間方向の慣性が考慮されているためと推測される。

(昭和 58 年 4 月 15 日受付, 同 59 年 4 月 23 日再受付)

文 献

- (1) 架空送電線の雪氷害対策: 雪氷の研究 No. 5, 日本雪氷学会, p.195 (昭 48-6)
- (2) 七里・松林:「スリットジャンプの理論的考察」住友電気送電線特集号, p.173 (昭 33-5)
- (3) 五藤:「北海道型雪と対策」北海道電力株式会社技術研究所, p.139 (昭 52-5)
- (4) 変電機器間リード線耐震専門委員会:「変電機器間リード線の耐震設計」電気協同研究会 38, 3, p.172 (昭 57-12)
- (5) 鷲津:「弾性学の変分原理概論, コンピューターによる構造工学講座 II-3-A」日本鋼構造協会編 p.198 (昭 47-2) 培風館
- (6) 竹下:「架空送電線の弛度」p.186 (昭 41-9) 電力社
- (7) 川島:「動的応答解析, コンピューターによる構造工学講座 II-4-A」日本鋼構造協会編, p.174 (昭 47-7) 培風館