UDC 621.311.095.3: 537.874.37: 697.986

論文

60-B112

非圧縮性 EFD 発電ダクトの最適設計法

正 員 佐 藤 正 毅 (八戸工業大)

1. ま え が き

新しい研究分野の一つに、電磁気学と流体力学を融合した電気流体力学(略して EFD)がある。

この分野の応用に、EFD 発電がある。構造が簡単で低コストのうえに容易に直流高電圧を取り出せるなど、数々の優れた長所を有している。結局は、安価な単極性電荷の大量発生法の開発が遅れているために、今のところ大電力源としては実用化に到っていない。しかし、この問題が解決されれば、直流高圧大電力源として一躍その中心的存在になると思われる。

現段階でも、電荷加速用の特殊な直流高圧電源、あるいは風力エネルギーの直接 EFD 変換⁽¹⁾により、電気集塵や静電塗装などの低電流高圧電源として利用することを考えれば、実用面は多様に関わってくる。

筆者は、長期的には単極性電荷の安価な大量発生法確立を想定して、最適 EFD 変換の基礎過程を明らかにするために、非圧縮性 EFD 発電の最適変換過程を変分解析で考察してきた⁽²⁾。また、出力向上の設計指針を得るために、発電ダクトの第2最適化も試み⁽³⁾、最適形状を報告した。このダクトの最適性については実験的にも既に検証済みである⁽⁴⁾。ところが、最適過程の立ち入った考察、簡易な最適ダクト設計法の確立を検討するには、変分解析は複雑になっていた。最大値原理を同一の、いわゆる両端固定下の出力最大化問題に適用してみたところが、単純な最適解が解析的に導かれた⁽⁵⁾。この結果、非圧縮性 EFD 諸量の最適特性は、すべりの関数として解析的に表わすことができるので、流体エネルギーから電気エネルギーへの能率の変換の詳細な考察も可能となった。

準一次元近似の非圧縮性 EFD 方程式のもとで最大値原理から得た解析的で単純な最適解は、発電ダクトの解析的な最適設計法の確立も可能にした。

本論文では、この最適解と一様電界形ダクトの解を結合して得られる複合形最適ダクト⁽⁵⁾の設計フローチャートを提示し、これに沿って設計諸式の誘導を行なう。この設計法は、現実的には、作業流体として絶縁油を用いる EFD 発電機を、例えば電荷加速用電源として設計する場合などに照準が合わされている。

設計事項としては、予め出力とダクト全容積、更にダクト入口の流体速度と出口の圧力および電界強度を与えている。この諸量から出発し本論文の手法で設計を展開してゆくと、複合形ダクトにおいて従来の変分法では複雑な作業であった2本のダクトの接続位置の選定が極めて容易に行なわれることを示す。また、本手法によるダクト設計例を示し、出力向上の設計指針も提示する。

2. 非圧縮性 EFD 方程式

図1は EFD 発電機の概略図である。ダクトの左方は電荷注入域である。注入には種々の方法が提案されているが、特に絶縁性液体への電荷注入には、Essex と Secker 氏らが用いた刃型電極による電界放射を利用するのが、今のところ良さそうである。この方式に

図1 電気流体力学発電機の概略図

Fig. 1. Schematic diagram of an electrofluid-dynamic generator.

Optimal Design Method of Incompressible Type EFD Electric Power Generation Duct. Masaki Sato, Member (Department of Electric Engineering, Hachinohe Institute of Technology.)
佐藤正毅: 正員, 八戸工業大学電気工学科

よると、比較的低いエミッタ電圧で、しかも液体をそれほど汚さないで電荷注入できる。更に、刃型電極の枚数を増やせば注入電荷量の増加も期待できる⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

図1で左方から絶縁油を流し、刃型電極に負電圧を印加すると、トンネル効果によって電子が刃先から飛び出す。この電子の何割かが流動油中の不純物分子などにトラップされて負イオンに変わる。これらのまた何割かが絶縁油の中性分子との衝突によって発電ダクトに輸送され、やがてコレクタ電極に到達する。コレクタ電極には、負荷抵抗が接続されているので、電子が蓄積してゆく。発電ダクト内の負イオンは、コレクタ電極の電荷とクーロン力を及ぼし合いながら、油の流れとは逆向きの電気力で押されながらも、油流によってコレクタに輸送されてくる。この過程で、流体エネルギーが電気エネルギーに変換される。

効率の高い発電ダクトの設計は、エネルギー変換現象を支配する非圧縮性 EFD 方程式と最適解⁽⁵⁾を連立させて得られる設計諸式で具体化される。ここで、最適解を誘導するにあたって前論文⁽²⁾で設定した仮定を記す。

(1) イオン発生および分離域で取り出されたイオンは、ほとんどコレクタ電極に集まるものとする。

(2) イオン発生および分離域は、他の二領域に影響を及ぼさない。

(3) 発電系は、定常状態にある。

(4) ダクト内壁は、なめらかである。

これらの仮定の他に、通常用いられる準一次元近似を EFD 諸量に施すと、非圧縮性 EFD 方程式は、次のように書ける。

$$\rho_c u \frac{du}{dx} + \frac{dp}{dx} = \rho_i E - \xi_c \rho_c u^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\rho_c u A = \dot{M}_c \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$JA = -I_c (I_c > 0) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$J = \rho_i (u - \mu_i E) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{d(AE)}{A dx} = \frac{\rho_i}{\varepsilon} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$E = -\frac{dV}{dx} \quad \dots\dots\dots (6)$$

但し、 x : ダクト入口からの距離 (m), ρ_c : 作業流体密度 (kg/m³), u : 速度 (m/s), p : 圧力 (N/m²), ρ_i : 電荷密度 (C/m³), E : 電界強度 (V/m), ξ_c : 摩擦係数 (m⁻¹), A : ダクト断面積 (m²), $\dot{M}_c$: 流量 (kg/s), J : 電流密度 (A/m²), I_c : 負荷電流 (A), μ_i : イオン移動度 (m²/V·s), ε : 誘電率 (F/m), V : 電位 (V)

ここで、サフィックス C は定数を表わす。

3. 最適設計の基礎概念

〈3・1〉 複合形最適ダクト 本論文では、ダクト入口および出口のすべり S と流体エネルギー密度 H の固定下で、電気出力 P_e を最大にする発電ダクトの最適設計法を明らかにするのが、本質的な課題である。この問題の最適解は、既に最大値原理で得ていたが⁽⁸⁾、発電条件の一つである電界の不等式条件(〈3・2〉節の(7)式)が成立しない領域が発生していた。この対策として、問題の領域に一樣電界形ダクトを使用し、この後部に最適解が与える末広ダクトを接続する、いわゆる複合形最適ダクトを提案してあった⁽⁵⁾。最大値原理から得たラップ管状の最適ダクトの実用的修正である。従って、本論文で扱う最適設計は、両端固定下で出力最大化を図るために、一樣電界形ダクトと末広ダクトの接続位置を決定するのが、基本課題となる。

EFD 発電の重要課題は、低出力性の克服である。複合形ダクトの提案は、そのための一手法である。複合形ダクトの入口から常に先細⁽⁹⁾の一樣電界形ダクトを可能な限り長く使用して、流体の圧力エネルギーを集中的に電気エネルギーと運動エネルギーに変換する。そして、このダクトの出口圧力を、環境の圧力よりも下げる。次で、このダクトの出口に末広の最適ダクトを接続し、これまで増大する一方であった運動エネルギーを消費して、圧力回復する。同時に、電気エネルギーも取り出す。その結果、出力の割には、出入口間の圧力降下も小さく、変換効率も高くなる。

ダクトを複合形としないで、一樣電界形の単一ダクトだけを使うと、設計は容易になるが、常に先細となるので、最適ダクトのように圧力回復できない。環境によって規制されるダクト出口の圧力になった長さで、設計を終えねばならない。これにより、自と出力も制限を受ける。それでも、入口により高い圧力を設定すれば、その値に対応して、出力も増えることは増える。しかし、内径も縮まり、流速も増え、損失も急増してしまう。その結果、入口圧力を上げて入力エネルギーを増やした割には、出力は伸びずに、むしろ損失が大きくなって、全効率が下降する⁽⁹⁾。

この欠点が、複合形で克服されるのである。本論文の最適設計は、本質的には、両端固定下の出力最大化である。しかし、すべりと流体エネルギー密度を設計事項として初めに与えて設計に入るのは、やや抽象的でわかりにくい。そこで、入口の電界強度と流速、容積と出口圧力の他に出力も設計事項として与え、最適設計によって、全効率が最大となるように H_1 , H_2 を

図 2 最適ダクト設計のフローチャート

Fig. 2. Flowchart of the optimal duct design.

決定するという、逆の設計の途をたどった。(図2参照)

〈3・2〉 設計事項 設計にあたって、予め与えるのが妥当な事項がある。初めに電気出力 P_e を与える。次に、ダクト全容積 v_e を与える。ダクト内の流体エネルギーから EFD 変換によって電気エネルギーを取り出すのだから、ダクト内流体の全質量の固定、結果として、全容積固定が物理的に自然である。容積を増せば、当然ながら出力も増加する。単極性電荷を輸送する作業流体の速度は、無制限に選べない。ダクトへの流体エネルギー注入能力に関連して、制限を受けるからである。そこで入口の流速 u_1 も与えざるを得ない。発電を可能にする条件として、次式がある。

$$E < E_B \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 E_B は作業流体の絶縁破壊電界強度である。ダクト入口の電界強度 E_1 は、(7)式を満足し、可能な限り E_B に近い値に設定しておくといよい。

ダクト出口の圧力 p_2 が大気圧よりも低いと作業流体は流れないので、この場合、発電不可能となる。従って、 p_2 も周囲条件から設計事項として既知としておく必要がある。

4. 最適設計法

図2に最適設計のフローチャートを示す。矢印は種々の EFD 諸量が誘導されてゆく流れを示す。以後こ

のフローチャートに従って設計計算を進めてゆく。

〈4・1〉 電気出力 複合形最適ダクトから取り出せる電気出力は、一様電界形ダクトと理想的最適ダクトからの出力の和である。

一様電界形ダクトが与える出力⁽⁹⁾は

$$P_e = \frac{-\varepsilon E_1^2 \dot{M}_c}{\rho_c} \left\{ \ln \frac{S_{j0}}{S_1} + S_1 \left(1 - \frac{S_{j0}}{S_1} \right) \right\} \quad (8)$$

である。 S は、すべりであり、次式で定義される。

$$S = \frac{u - (u - \mu_i E)}{u} = \frac{\mu_i E}{u} \quad (9)$$

サフィックス1でダクト入口を表わしているの、 S_1 は入口のすべりとなる。 S_{j0} は2本のダクトの接続部すべりを表わす。この S_{j0} の算出法は後に述べる。

他方、最大値原理から直接誘導された最適解が与えるダクトの出力は、次式⁽⁵⁾となる。

$$P_e = \frac{4a^3 \dot{M}_c}{9b^2} \left\{ \frac{1}{5Z_{HC}^{*2}} (S_2^5 - S_{j0}^5) - \frac{1-2Z_{HC}^*}{4Z_{HC}^{*2}} \times (S_2^4 - S_{j0}^4) + \frac{1}{3} (S_2^3 - S_{j0}^3) + \frac{1}{2} (S_2^2 - S_{j0}^2) + (S_2 - S_{j0}) + \ln \left(\frac{1-S_2}{1-S_{j0}} \right) \right\} \quad (10)$$

但し、 a , b は次式で表わされる。

$$a = \left(\frac{\varepsilon}{\rho_c} \right) \left(\frac{\dot{M}_c}{\mu_i \rho_c} \right)^2 \quad (11)$$

$$b = \left(\frac{\xi \varepsilon}{\mu_i I_c} \right) \left(\frac{\dot{M}_c}{\rho_c} \right)^4 \quad (12)$$

また、 $Z_{HC}^* = Z_{HC}/M_c$ で、 Z_{HC} は最大値原理の補助変数である。 S_2 でダクト出口のすべりを表わしたので、サフィックス2は出口を表わしている。

結局、複合形最適ダクトの電気出力は、(8), (10)式から、次式となる。

$$P_e = \frac{-\varepsilon E_1^2 \dot{M}_c}{\rho_c} \left\{ \ln \frac{S_{j0}}{S_1} + S_1 \left(1 - \frac{S_{j0}}{S_1} \right) \right\} + \frac{4a^3 \dot{M}_c}{9b^2} \left\{ \frac{1}{5Z_{HC}^{*2}} (S_2^5 - S_{j0}^5) - \frac{1-2Z_{HC}^*}{4Z_{HC}^{*2}} (S_2^4 - S_{j0}^4) + \frac{1}{3} (S_2^3 - S_{j0}^3) + \frac{1}{2} (S_2^2 - S_{j0}^2) + (S_2 - S_{j0}) + \ln \left(\frac{1-S_2}{1-S_{j0}} \right) \right\} \quad (13)$$

〈4・2〉 ダクト全容積 予め v_c を与えるが、 S_1 , S_2 と諸定数の間に次の関係が成り立っている⁽²⁾。

$$v_c = \frac{\varepsilon \dot{M}_c^2}{\mu_i \rho_c^2 I_c} (S_1 - S_2) \left\{ 1 - \frac{1}{2} (S_1 + S_2) \right\} \quad (14)$$

この式は次節で述べるように、 S_2 の決定に有効となってくる。

〈4・3〉 ダクト出入口のすべり 既に、設計事項として、 E_1 , u_1 を設定してあった。このことは、とりもなおさず(9)式から S_1 の決定を意味する。すなわち

$$S_1 = \frac{\mu_i E_1}{u_1} \quad (15)$$

となる。(14)式に(15)式を代入すると、既知の v_c , E_1 , u_1 から S_2 が求まる。

〈4・4〉 ダクト出入口の断面積 (2), (9)式を結合し、 $E=E_1$, $S=S_1$ とおくと

$$A_1 = \frac{\dot{M}_c}{\mu_i E_1 \rho_c} S_1 \quad (16)$$

となり、ダクト入口の断面積 A_1 が求められる。

ダクト出口の断面積は、最適 $A(S)$ ⁽⁵⁾で、 $S=S_2$ とおいて

$$A_2 = \frac{3bZ_{HC}^*}{2a} \frac{1-S_2}{S_2(1-Z_{HC}^*-S_2)} \quad (17)$$

となる。 Z_{HC}^* は予め設定された設計事項で決定されるが、その過程の詳細は次節で述べる。

〈4・5〉 ダクト接続部のすべり 複合形最適ダクトは、前半は一様電界形で、この後部に最適 $A(S)$ で決まるダクトを接続したものである。この接続点のすべり S_{j0} を設計事項から合理的に算定しよう。

一様電界形ダクトの出口の断面積は、とりもなおさず接続部の断面積 A_{j0} であるから、(16)式を参照すると

$$A_{j0} = \frac{\dot{M}_c}{\mu_i E_1 \rho_c} S_{j0} \quad (18)$$

となる。

最適 $A(S)$ で表わされるダクト入口の断面積も A_{j0} であるから、(17)式で S_2 を S_{j0} に、 A_2 を A_{j0} に置きかえると

$$A_{j0} = \frac{3bZ_{HC}^*}{2a} \frac{1-S_{j0}}{S_{j0}(1-Z_{HC}^*-S_{j0})} \quad (19)$$

を得る。(18), (19)式は等しくなければならないから

$$\frac{\dot{M}_c}{\mu_i E_1 \rho_c} S_{j0} = \frac{3bZ_{HC}^*}{2a} \frac{1-S_{j0}}{S_{j0}(1-Z_{HC}^*-S_{j0})} \quad (20)$$

となる。

(20)式から、 Z_{HC}^* を S_{j0} で表わすと

$$Z_{HC}^* = \frac{1 - S_{j0}}{1 - \frac{3b\mu_i E_1 \rho_c}{2a\dot{M}_c} \frac{1 - S_{j0}}{S_{j0}^2}} \dots\dots\dots (21)$$

となる。

(21)式の分母に見られる b は、(12)式から明らかに、 ξ_e を含んでいる。 ξ_e は最適ダクトの摩擦係数で、次式で見積ることとする⁽²⁾。

$$\xi_e = 0.764 \left(\frac{A_{\min}}{A_1} \right)^{-3/8} \dots\dots\dots (22)$$

$A_{\min}$ は複合形最適ダクトの最小断面積を表わす。

一般に

$$A_{\min} = A_{j0} \dots\dots\dots (23)$$

とおけるので、 ξ_e は、(18)、(22)式から

$$\xi_e = 0.764 \left(\frac{\dot{M}_c}{\mu_i E_1 \rho_c A_1} S_{j0} \right)^{-3/8} \dots\dots\dots (24)$$

となる。(24)式を(12)式に代入すると

$$b = 0.764 \left(\frac{\varepsilon}{\mu_i I_c} \right) \left(\frac{\dot{M}_c}{\rho_c} \right)^4 \left(\frac{\dot{M}_c}{\mu_i E_1 \rho_c A_1} \right)^{-3/8} S_{j0}^{-3/8} \dots\dots\dots (25)$$

となる。

(21)式の b に(25)式を代入すると、 Z_{HC}^* は S_{j0} の関数となる。この $Z_{HC}^* = Z_{HC}^*(S_{j0})$ を、電気出力に関する(13)式に代入して、 Z_{HC}^* を消去してしまうと、 P_e は S_{j0} の関数

$$P_e = P_e(S_{j0}) \dots\dots\dots (26)$$

と表わすことができる。

結局、設計事項として P_e は既に与えられているので、(26)式から S_{j0} が算定される。これによって、複合形最適ダクトにおける2本のダクトの接続位置が、合理的に決定される。

〈4・6〉 電界分布の検討 複合形最適ダクト内で、(7)式の $E < E_B$ が満足されているかどうかを確認しておく必要がある。一様電界領域では問題はない。要は、接続部からダクト出口にかけての E の分布である。この領域の $E(S)^{(5)}$ は次式で表わされる。

$$E = \frac{-2I_c}{3\mu_i^2 \xi_c \dot{M}_c Z_{HC}^*} \frac{S^2(S-1+Z_{HC}^*)}{1-S} \dots\dots\dots (27)$$

(27)式から

$$\left. \frac{dE}{dS} \right|_{S=S_{j0}} > 0 \dots\dots\dots (28)$$

が確認されればよい。このときには、接続部からダクト出口にかけて E は単調減少するので、(7)式の成立を見る。

実際に dE/dS を誘導すると

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dS} = & \frac{4I_c}{3\mu_i^2 \xi_c \dot{M}_c Z_{HC}^*} \frac{S}{(1-S)^2} \\ & \times \left\{ S^2 + \left(\frac{Z_{HC}^*}{2} - 2 \right) S + (1 - Z_{HC}^*) \right\} \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

となる。 $S > 0$ で諸定数も正であるから $dE/dS > 0$ となるには

$$S^2 + \left(\frac{Z_{HC}^*}{2} - 2 \right) S + (1 - Z_{HC}^*) > 0 \dots\dots (30)$$

が成立しなければならない。いま(30)式の左辺を零とおいたときの根を $\alpha, \beta (\beta > \alpha > 0)$ とすると

$$\alpha = - \left(\frac{Z_{HC}^*}{4} - 1 \right) - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z_{HC}^{*2}}{4} + 2Z_{HC}^*} \dots\dots\dots (31)$$

$$\beta = - \left(\frac{Z_{HC}^*}{4} - 1 \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z_{HC}^{*2}}{4} + 2Z_{HC}^*} \dots\dots\dots (32)$$

となる。(30)式、即ち $dE/dS > 0$ が成立する S の領域は次式で表わされる。

$$\left. \begin{array}{l} 0 < S < \alpha \\ \text{or} \\ \beta < S \end{array} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

従って、(33)式で $S = S_{j0}$ とおいたときに不等式が成立すれば(28)式は成立し、(7)式は満足されて、発電は可能となる。

〈4・7〉 複合形最適ダクトの形状 一様電界形ダクトのすべりの空間特性は次式で表わされる⁽⁹⁾。

$$x = - \frac{\varepsilon E_1 \dot{M}_c}{I_c \rho_c} \left\{ \ln \frac{S}{S_1} + S_1 \left(1 - \frac{S}{S_1} \right) \right\} \dots\dots (34)$$

一様電界領域では(16)式から明らかに

$$\frac{S}{S_1} = \frac{A}{A_1} \dots\dots\dots (35)$$

となるので、(34)式から次式を得る。

$$x = - \frac{\varepsilon E_1 \dot{M}_c}{I_c \rho_c} \left\{ \ln \frac{A}{A_1} + S_1 \left(1 - \frac{A}{A_1} \right) \right\} \dots (36)$$

ダクトを円筒形に設計する場合には、内径の空間分布を $R(x)$ とすると、 $R(x) = \sqrt{A(x)/\pi}$ であるから、(36)式から一様電界領域のダクト形状が決定される。この領域の長さ l_E は、(34)式で $S = S_{j0}$ において

$$l_E = - \frac{\varepsilon E_1 \dot{M}_c}{I_c \rho_c} \left\{ \ln \frac{S_{j0}}{S_1} + S_1 \left(1 - \frac{S_{j0}}{S_1} \right) \right\} \dots (37)$$

となる。接続部のダクト断面積 A_{j0} は、(35)式から

$$A_{j0} = A_1 \frac{S_{j0}}{S_1} \dots\dots\dots (38)$$

となる。

次に複合形ダクトの後半部分の形状を決定する。こ

の領域のすべりと空間座標の関係は次式で表わされる⁽⁵⁾。

$$x = \frac{2\varepsilon}{3\mu_i^2 \xi_c \rho_c Z_{HC}^*} \left\{ \frac{(1-Z_{HC}^*)}{2} (S_{j0}^2 - S^2) - \frac{1}{3} (S_{j0}^3 - S^3) \right\} \quad (39)$$

先の論文⁽⁵⁾で誘導した最適な $A(S)$ 、即ち

$$A = \frac{3bZ_{HC}^*}{2a} \frac{1-S}{S(1-Z_{HC}^*-S)} \quad (40)$$

と(39)式から形状は決定する。結局2本のダクトを接続することによって、(7)式を満足する複合形最適ダクトの設計が完了する。

〈4・8〉 圧力降下とダクト入口の圧力 一様電界形ダクトの圧力降下⁽⁹⁾と、(39)、(40)式で表わされる最適ダクト内の圧力降下(付(5)式参照)の和が、複合形最適ダクト内での圧力降下 p_{drop} となり、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} P_{drop} = & -\varepsilon E_1^2 \left[\ln \frac{S_{j0}}{S_1} + \frac{\mu_i^2 E_1 \xi_c \dot{M}_c}{I_c} \left\{ \frac{1}{S_{j0}} \right. \right. \\ & \times \left(1 - \frac{S_{j0}}{S_1} \right) - \frac{1}{2S_{j0}^2} \left(1 - \frac{S_{j0}^2}{S_1^2} \right) \left. \right\} \left. \right] \\ & + \frac{\mu_i^2 E_1^2 \rho_c}{2} \frac{1}{S_{j0}^2} \left(1 - \frac{S_{j0}^2}{S_1^2} \right) \\ & - \rho_c \left(\frac{2}{b} \right)^2 \left(\frac{a}{3} \right)^3 \left\{ -\frac{2}{5Z_{HC}^*} (S_2^5 - S_{j0}^5) \right. \\ & + \frac{2-3Z_{HC}^*}{4Z_{HC}^*} (S_2^4 - S_{j0}^4) \\ & + \frac{1}{2} (S_2^2 - S_{j0}^2) + 2(S_2 - S_{j0}) \\ & + 3 \ln \left(\frac{1-S_2}{1-S_{j0}} \right) + \frac{1}{1-S_2} - \frac{1}{1-S_{j0}} \left. \right\} \\ & - \frac{\dot{M}_c}{2\rho_c} \left(\frac{2a}{3bZ_{HC}^*} \right)^2 \\ & \times \left\{ \frac{S_{j0}^2(1-Z_{HC}^*-S_{j0})^2}{(1-S_{j0})^2} \right. \\ & \left. - \frac{S_2^2(1-Z_{HC}^*-S_2)^2}{(1-S_2)^2} \right\} \quad (41) \end{aligned}$$

既に p_2 は与えてあるので、 p_1 は

$$p_1 = p_2 + p_{drop} \quad (42)$$

となる。これはダクト入口の流体入力エネルギーの算定に必要となってくる。

〈4・9〉 ダクト出口の流体速度 ダクト出口の流体速度を u_2 とおくと、(2)式より $u_2 = \dot{M}_c / \rho_c A_2$ となり、(17)式を代入すると次式を得る。

$$u_2 = \frac{2a\dot{M}_c}{3bZ_{HC}^*\rho_c} \frac{S_2(1-Z_{HC}^*-S_2)}{1-S_2} \quad (43)$$

〈4・10〉 ダクト出入口の流体エネルギー密度と降下 非圧縮性 EFD 流れでは、電気エネルギーに変換され得る流体エネルギー密度 H は、次式で表わされる。

$$H = \frac{p}{\rho_c} + \frac{u^2}{2} \quad (44)$$

ダクト出入口の流体エネルギー密度、 H_2 および H_1 は、これまでの過程で既知となっている p_2, p_1 および u_1, u_2 と(44)式より、次式となる。

$$H_1 = \frac{p_1}{\rho_c} + \frac{u_1^2}{2} \quad (45)$$

$$H_2 = \frac{p_2}{\rho_c} + \frac{u_2^2}{2} \quad (46)$$

流体エネルギー密度降下 H_{drop} は、(45)、(46)式より

$$\begin{aligned} H_{drop} = & H_1 - H_2 \\ = & \frac{p_{drop}}{\rho_c} + \frac{1}{2} (u_1^2 - u_2^2) \quad (47) \end{aligned}$$

となる。(47)式に(15)、(41)、(43)式を代入すると、 H_{drop} は、諸定数および S_1, S_{j0}, S_2 で表わされる。

〈4・11〉 全効率および段効率 最後に、複合形最適ダクトの全効率と段効率の算定式を記す。それぞれ η_{0v}, η_{st} で表わすと、次式となる。

$$\eta_{0v} = \frac{P_e}{\dot{M}_c H_1} \quad (48)$$

$$\eta_{st} = \frac{P_e}{\dot{M}_c H_{drop}} \quad (49)$$

予め設定した P_e に対して、(41)、(42)、(45)式から H_1 が決定し、全効率が求まる。また、(47)式的具体形から η_{st} も求まり、発電ダクトの性能が最終的に評価される。

〈4・12〉 設計法の妥当性 複合形ダクトの内部効

表 1 数 値 例

Table 1. Numerical example used in calculation.

$\mu_i = 9.20 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{V} \cdot \text{s}$	$\xi_c = 9.40 \times 10^{-1} \text{ m}^{-1}$
$\varepsilon = 2.50 \times 10^{-11} \text{ F/m}$	$I_c = 3.0 \times 10^{-8} \text{ A}$
$\rho_c = 9.20 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$	$\dot{M}_c = 1.16 \text{ kg/s}$
$v_c = 15.5 \times 10^{-6} \text{ m}^3$	
$S_1 = 1.15 \times 10^{-1}$	$H_1 = 4.36 \times 10^2 \text{ J/kg}$
$S_2 = 7.0 \times 10^{-3}$	$H_2 = 3.12 \times 10^2 \text{ J/kg}$

図 3 複合形発電ダクトの最適形状

Fig. 3. Optimal configuration of the compound type generator duct.

率を 90% にとどめて出力の最大化を図る第 2 最適化も、既に変分法を用いて試み⁽²⁾、ダクト最適形状も報告してあった。このとき用いた諸定数、設計事項を表 1 に示す。図 3 は、同じ条件下で本手法から得た複合形ダクトの最適形状である。これは前述の変分解析による最適ダクトと極めて良く一致した。これにより、本論文で展開してきた解析的で簡易なダクト最適設計法が妥当であることが確認された。

5. 設計例および考察

表 3 は設計例である。諸定数、設計事項は表 2 に記してある。 E_1 , u_1 を与えたので, S_1 を固定したことになる。容積 v_c も与えてあるので, S_2 も固定されている。結局, v_c の固定下で出力増加を図るにつれ, 複合形で一樣電界形の占める率が大きくなる。ダクト全長は長くなり, 接続部と出口の内径は小さくなって

表 2 数 値 例

Table 2. Numerical example used in calculation.

$\mu_1 = 9.20 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{V} \cdot \text{s}$	$\varepsilon = 2.50 \times 10^{-11} \text{ F/m}$
$I_c = 1.0 \times 10^3 \text{ } \mu\text{A}$	$E = 5.0 \times 10^7 \text{ V/m}$
$\rho_c = 9.20 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$	$\dot{M}_c = 1.16 \text{ kg/s}$
$u_1 = 4.0 \text{ m/s}$	$p_1 = 1.96 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
$v_c = 4.38 \times 10^{-6} \text{ m}^3$	

ゆく。 η_{00} は, $P_c = 145 \text{ W}$ で最大 32.9% となり, 一樣電界形の先細ダクトと, その後にくる末広ダクトの最適比率が決定する。これ以上に P_c を取り出そうとすると, η_{00} は低下の一方となる。一樣電界形ダクトが伸びるにつれて圧力降下が増え, p_1 から H_1 が増すためである。 η_{00} は P_c の向上につれて, 終始低下する一方である。複合形ダクトで, P_c を増やし, η_{00} も最大にするには, 容積 v_c を大きくして, 一樣電界形の先細ダクトと末広ダクトの最適比率を新たに設定するとよい。

6. あとがき

EFD 発電部の最適化問題には常に固有の問題がつきまとっていた。発電ダクト内の電界強度が作業流体の絶縁破壊強度を超えてはならないが, この不等式条件を最適問題にいかに関組み込み最適解を求めるかである。変分法では極めて難かしい。最大値原理によると不等式条件を含めて問題を定式化し, 理論的には解くことが可能であるが, 数値解を得るのが難解とされている。D.P 法では, この種の問題の数値解を得ることはできるが, 一般性に乏しくなる。

そこで本論文では, この電界に関する不等式条件を

表 3 最適ダクトの設計例

Table 3. Examples of the optimal duct design.

電気出力 $P_c \text{ (W)}$	全効率 $\eta_{00} \text{ (\%)}$	段効率 $\eta_{st} \text{ (\%)}$	入口の流体 エネルギー密度 $H_1 \text{ (J/kg)}$	入口の圧力 $P_1 \text{ (N/m}^2\text{)}$	流体エネルギー 密度降下 $H_{drop} \text{ (J/kg)}$	圧力降下 $p_{drop} \text{ (N/m}^2\text{)}$	接続部の半径 $R_{j0} \text{ (mm)}$
210	9.68	71.1	1.87×10^3	1.77×10^5	2.25×10^2	1.58×10^5	2.60
200	17.2	76.8	1.00×10^3	9.24×10^4	2.25×10^2	7.28×10^4	2.92
190	22.5	80.6	7.27×10^2	6.63×10^4	2.04×10^2	4.67×10^4	3.15
180	27.1	83.6	5.73×10^2	5.20×10^4	1.86×10^2	3.24×10^4	3.39
170	30.3	86.0	4.84×10^2	4.39×10^4	1.71×10^2	2.43×10^4	3.64
160	32.1	87.8	4.30×10^2	3.91×10^4	1.57×10^2	1.95×10^4	3.89
150	32.8	89.3	3.94×10^2	3.59×10^4	1.45×10^2	1.63×10^4	4.17
145	32.9	89.8	3.80×10^2	3.47×10^4	1.39×10^2	1.51×10^4	4.31
140	32.6	90.2	3.70×10^2	3.37×10^4	1.34×10^2	1.41×10^4	4.45
130	31.9	91.0	3.51×10^2	3.21×10^4	1.23×10^2	1.25×10^4	4.77
120	30.8	91.5	3.36×10^2	3.08×10^4	1.13×10^2	1.12×10^4	5.12

電気出力 $P_c \text{ (W)}$	補助変数 Z_{HC}^*	接続部のすべり S_{j0}	一樣電界形 ダクトの長さ $l_E \text{ (mm)}$	最適ダクトの長さ $l_{op} \text{ (mm)}$	ダクト全長 $l \text{ (mm)}$	摩擦係数 $\xi_c \text{ (m}^{-1}\text{)}$	出口の半径 $R_2 \text{ (mm)}$
210	2.82×10^{-1}	7.8×10^{-3}	40.7	1.5	42.2	2.09	2.75
200	4.03×10^{-1}	9.8×10^{-3}	37.2	3.8	41.0	1.92	3.46
190	4.90×10^{-1}	1.14×10^{-2}	34.8	4.9	39.7	1.82	4.02
180	5.75×10^{-1}	1.82×10^{-2}	32.5	5.6	38.1	1.72	4.64
170	6.52×10^{-1}	1.52×10^{-2}	30.3	6.2	36.5	1.63	5.32
160	7.17×10^{-1}	1.74×10^{-2}	28.2	6.6	34.8	1.55	6.12
150	7.75×10^{-1}	2.00×10^{-2}	26.1	6.9	33.0	1.47	6.89
145	7.98×10^{-1}	2.14×10^{-2}	25.0	7.1	32.1	1.43	7.32
140	8.19×10^{-1}	2.28×10^{-2}	24.1	7.2	31.3	1.40	7.74
130	8.55×10^{-1}	2.62×10^{-2}	21.9	7.6	29.5	1.33	8.67
120	8.83×10^{-1}	3.02×10^{-2}	19.7	8.0	27.7	1.26	9.59

最大値原理のハミルトニアンに敢えて組み込まないで得た解析的で単純形の最適解を設計の中心に据えて、簡易な設計法を確立した。これが本論文の特徴点である。一様電界形ダクトと上述の最適解が与えるダクトを合理的に総合した複合形最適ダクトの諸設計式は、すべて解析的に誘導され、その流れは簡潔なフローチャートに集約された。

複合形最適ダクトの主な性状を次に列記する。

(1) ダクト出入口のすべりを与えて容積を固定した場合、全効率を最大にする電気出力と流体エネルギー密度の境界値が存在する。また、一様電界形の先細ダクトと末広ダクトの長さの最適比率が存在する。

(2) 容積とダクト出口の圧力の固定下で出力を上げるには、一様電界形ダクトの、全体に占める割合を増やしてゆくといいが、内径が小さくなり、圧力降下が増えて、全効率と段効率が低下してしまう。

(3) 出力を更に上げ、全効率も最大に保つには、ダクト容積を大きくし、一様電界形の先細ダクトと末広ダクトを最適比率で接続するとよい。

最後に、本論文の図面の作製に協力いただいた八戸工業大学電気工学科電力工学講座 馬場 誠実験助手に感謝の意を表します。

(昭和59年8月27日受付, 同60年6月26日再受付)

文 献

- (1) J.E. Minardi, M.O. Lawson & G. Williams: "Electrofluid-Dynamic (EFD) Wind Driven Generator" *The National Science Foundation Grant No. AER 75-00931* (October 1976)
- (2) 佐藤・小沢: 「EFD 発電ダクトの最適形状の研究」電学論 B, 96, 23 (昭 51-1)
- (3) M. Sato & Y. Ozawa: "Optimal Duct Configuration for Incompressible Type Electrofluid-Dynamic Power Generator" *Journal of Nuclear Science and Technology* 13, 6, 333 (June 1976)
- (4) 佐藤・馬場: 「最適形状ダクトを用いた非圧縮性 EFD 発電機の特性」昭 56 電気学会全大 No. 965
- (5) 佐藤: 「最大値原理による非圧縮性 EFD 発電ダクトの定常最適化計算」電学論 B, 102, 6, 347 (昭 57-6)
- (6) 佐藤・馬場: 「非圧縮性 EFD 発電機における流動絶縁油中への刃型電極による電荷注入」昭 56 電気関係学会東北支部連大 2G14
- (7) 佐藤・馬場: 「非圧縮性 EFD 発電機のインジェクターにおける流動絶縁油中への電荷注入」昭 57 電気関係学会東北支部連大 2A2
- (8) ファン (中谷・和泉訳): 最大原理とその応用, 371 (昭 53-3) コロナ社
- (9) 佐藤: 「EHD 発電最大出力問題の未定係数法・自然境界条件による変分解析」電学論 B 投稿中

付 録

1. 接続部から出口までの圧力降下の式 流体の単位質量当たりのエネルギーを表わす (44) 式と (2) 式から

$$p = P_c H - \frac{\dot{M}_c^2}{2\rho_c A^2} \dots\dots\dots (付 1)$$

となる。最大値原理から得た単純で解析的な最適解で表わされるダクトは、複合形最適ダクトにおいて、接続点からダクト出口まで使用されているから、この領域での圧力降下 p_{drop} は、(付 1) 式から次式となる。

$$\begin{aligned} p_{drop} &= p_{j0} - p_2 \\ &= \rho_c (H_{j0} - H_2) - \frac{\dot{M}_c^2}{2\rho_c} \left(\frac{1}{A_{j0}^2} - \frac{1}{A_2^2} \right) \\ &\dots\dots\dots (付 2) \end{aligned}$$

先の論文⁽⁵⁾で誘導した最適 $H(S)$ から

$$\begin{aligned} H_{j0} - H_2 &= - \left(\frac{2}{b} \right)^2 \left(\frac{a}{3} \right)^3 \left\{ - \frac{2}{5 Z_{HC}^{*3}} \right. \\ &\quad \times (S_2^5 - S_{j0}^5) + \frac{2 - 3 Z_{HC}^{*}}{4 Z_{HC}^{*3}} (S_2^4 - S_{j0}^4) \\ &\quad + \frac{1}{2} (S_2^2 - S_{j0}^2) + 2(S_2 - S_{j0}) \\ &\quad \left. + 3 \ln \left(\frac{1 - S_2}{1 - S_{j0}} \right) + \frac{1}{1 - S_2} - \frac{1}{1 - S_{j0}} \right\} \\ &\dots\dots\dots (付 3) \end{aligned}$$

となる。また最適 $A(S)$ から

$$A_{j0} = \frac{3b Z_{HC}^{*}}{2a} \frac{1 - S_{j0}}{S_{j0}(1 - Z_{HC}^{*} - S_{j0})} \dots\dots (付 4)$$

となる。(付 2) 式に (付 3) 式を代入し、更に (40) 式で $S = S_2$ とおいた A_2 の式および (付 4) 式を代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} p_{drop} &= -\rho_c \left(\frac{2}{b} \right)^2 \left(\frac{a}{3} \right)^3 \left\{ - \frac{2}{5 Z_{HC}^{*3}} (S_2^5 - S_{j0}^5) \right. \\ &\quad + \frac{2 - 3 Z_{HC}^{*}}{4 Z_{HC}^{*3}} (S_2^4 - S_{j0}^4) + \frac{1}{2} (S_2^2 - S_{j0}^2) \\ &\quad + 2(S_2 - S_{j0}) + 3 \ln \left(\frac{1 - S_2}{1 - S_{j0}} \right) \\ &\quad \left. + \frac{1}{1 - S_2} - \frac{1}{1 - S_{j0}} \right\} \\ &\quad - \frac{\dot{M}_c^2}{2\rho_c} \left(\frac{2a}{3b Z_{HC}^{*}} \right)^2 \left\{ \frac{S_{j0}^2(1 - Z_{HC}^{*} - S_{j0})^2}{(1 - S_{j0})^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{S_2^2(1 - Z_{HC}^{*} - S_2)^2}{(1 - S_2)^2} \right\} \dots\dots\dots (付 5) \end{aligned}$$