UDC 621.372.4.018.6:669.1:621.3.042

論文

60-B119

鉄共振回路における出力波形の揺らぎ

正員 松本 勝哉 (福岡大)

正員 平井 秀敏 (福岡大)

正員 原田 耕介 (九州大)

1. ま え が き

鉄共振回路は、堅ろうかつ安価で信頼性も高く、それ自身単体で良好な交流安定化電源装置として動作するため古くから広く実用に供されている。その他、鉄共振は磁気式周波数変換回路などに用いられ^{(1)~(3)}、最近ではインバータ回路、DC-DC コンバータ回路などのスイッチング電源や種々の電子装置の中にも組み込まれ応用されている^{(4)~(6)}。

ところで、商用電源の電圧安定化装置として鉄共振回路を使用する場合、軽負荷時に出力電圧波形に揺らぎが発生することがあり問題になる。最近のように、装置の効率向上のため、カットコアのような損失の少ない角形磁化特性を有する鉄心を、飽和リアクトルに使用する場合に、この現象は著しい。市販されている実際の装置では、内部に通常ダミー負荷が接続しており、軽負荷時の揺らぎが抑制されている。省エネルギーの観点から、この方法は好ましくない。このような対策がとられているのは、揺らぎ発生の原因が理論的にも実験的にも明らかにされていないからである。従って、揺らぎ発生の原因を究明することは、工学的に非常に重要なことであると思われる。

筆者らは先に、入力側の不飽和リアクトル巻線の抵抗分を無視した簡単な並列形鉄共振回路モデルについて、記述関数法を利用して、定常特性およびその安定性の解析を行なった⁽⁷⁾。これによると、不安定な領域が得られるのは、定常特性において一入力に対して三つの出力が存在する場合である。一つの出力しか得ら

れない場合は、その特性はすべて安定である。特性曲線上において、実際に出力が現れない部分だけが不安定であり、他の部分は安定となる。すなわち、定電圧特性を示す部分はすべて安定であるという結論を得た。

実効値メータによる測定値と、解析的に得られた理論値とはよく一致する。しかし、軽負荷時には、定電圧特性上の一部分で出力電圧波形に揺らぎが現れることがある。この部分では、概周期振動、分数調波とその高調波を含む振動、カオス的な振動などの複雑な波形が観測される。ここでは、このような振動を「揺らぎ振動」と呼ぶことにする。但し、本論文の目的は揺らぎの原因を明らかにすることであるから、この揺らぎ振動の内部現象には立入らないことにする。

そこで、本論文では、入力側の不飽和リアクトル巻線の抵抗分を考慮したより詳細な回路モデルについて、定常特性の基本調波成分に関する安定判別の再検討を行なった。その結果、定電圧特性上の安定限界に及ばず回路パラメータの影響が明らかとなり、揺らぎ振動の発生範囲を減少させるための方法も見いだされた。これらは実験によっても確認され、今後の軽負荷時の揺らぎ対策に関して有益な指針を示すことができた。

2. 基礎方程式

図1は並列形鉄共振の基本回路である。但し、ここでは解析の簡単化のため不飽和リアクトルの巻線抵抗 r_p だけを考慮し、他の損失はすべて無視する。図中 v_1, v_2, i_1, i_2, i_0 および i_r はそれぞれ入力電圧、出力電圧、入力電流、飽和リアクトル電流、キャパシタ電流および負荷電流を表す。また、不飽和リアクトルのインダクタンス、キャパシタの容量および負荷抵抗を L, C および r 、飽和リアクトルの巻回数を n 、磁束を ϕ とすれば、この基本回路の電圧、電流および磁束の間には以下の諸式が成立する。

Output Waveform Fluctuation in Ferroresonant Circuit. By Katsuya Matsumoto, Member, Hidetoshi Hirai, Member (Faculty of Engineering, Fukuoka University) & Koosuke Harada, Member (Department of Electronics, Kyushu University).

松本勝哉: 正員, 福岡大学工学部電子工学科
平井秀敏: 正員, 福岡大学工学部電子工学科
原田耕介: 正員, 九州大学工学部電子工学科

図 1 並列形鉄共振の基本回路

Fig. 1. Basic parallel ferroresonant circuit.

(a) 磁化曲線 (b) 基準化された磁化曲線

図 2 飽和リアクトル鉄心の磁化特性

Fig. 2. Magnetization characteristic of saturating reactor core.

$$L di_1/dt + r_p i_1 + v_2 = v_1 \quad (1a)$$

$$n d\phi/dt = v_2 \quad (1b)$$

$$i_L + i_C + i_R = i_1 \quad (1c)$$

$$i_L = f(\phi)/n \quad (1d)$$

$$i_C = C dv_2/dt \quad (1e)$$

$$i_R = v_2/r \quad (1f)$$

上式中 $f(\phi)$ は磁束 ϕ が発生している磁気回路の起磁力を表しており、鉄心の磁化特性は

$$f(\phi) = k \cdot \begin{cases} \phi - \phi_0 & (\phi > \phi_0) \\ 0 & (|\phi| \leq \phi_0) \\ \phi + \phi_0 & (\phi < -\phi_0) \end{cases} \quad (2)$$

により表されるものとする。ここで、 k は磁化特性における飽和領域の傾き、すなわち $df(\phi)/d\phi$ を、また ϕ_0 は屈曲点の磁束を表す。(図 2 (a) 参照)

次に、解析の簡単化のために回路の定数および変数を

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= v_1/(n\omega\phi_0), \quad h_2 = v_2/(n\omega\phi_0) \\ x &= \phi/\phi_0, \quad u_1 = i_1/(n\omega^2 C \phi_0) \\ u_L &= i_L/(n\omega^2 C \phi_0), \quad u_C = i_C/(n\omega^2 C \phi_0) \\ u_R &= i_R/(n\omega^2 C \phi_0) \\ \mu &= (\omega^2 LC)^{-1}, \quad \nu = \omega Cr_p \\ \zeta &= (\omega Cr)^{-1}, \quad K = k/(n^2 \omega^2 C) \\ \tau &= \omega t, \quad (\cdot) = d(\cdot)/d\tau \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

のように基準化すれば、(1a)~(1f) 式に対応して次の基準化方程式が求まる。

$$\mu^{-1} \dot{u}_1 + \nu u_1 + h_2 = h_1 \quad (4a)$$

$$h_2 = \dot{x} \quad (4b)$$

$$u_L + u_C + u_R = u_1 \quad (4c)$$

$$u_L = K \cdot g(x) \quad (4d)$$

$$u_C = \dot{h}_2 \quad (4e)$$

$$u_R = \zeta h_2 \quad (4f)$$

ここで、 $K \cdot g(x)$ は $f(\phi)$ に相当するもので、基準化された起磁力を表しており、関数 $g(x)$ は

$$g(x) = \begin{cases} x-1 & (x > 1) \\ 0 & (|x| \leq 1) \\ x+1 & (x < -1) \end{cases} \quad (5)$$

となる。(図 2 (b) 参照) (4a)~(4f) 式を整理して、 u_L , u_C , u_R および h_2 を消去すれば次の基礎方程式を得る。

$$\ddot{x} + \zeta \dot{x} + K \cdot g(x) = u_1 \quad (6a)$$

$$\dot{u}_1 + \nu \mu u_1 + \mu \dot{x} = \mu h_1 \quad (6b)$$

従って、(6a) および (6b) 式 of 非線形微分方程式を解けば、図 1 の諸特性が求められる。以下では、これらの基準化パラメータによって解析を進めることにする。

3. 定常特性 (記述関数の導入)

図 3 は (4a)~(4f) 式により表される系の構成線図である。図中の記号 N は、関数 $g(x)$ に相当する非線形要素を表す。信号の流れを見てみると、入力電圧 h_1 と出力電圧 h_2 の差が一次遅れ要素 $G_1(s)$ を通過し入力電流 u_1 となる。巻線の抵抗分に対応する ν は非常に小さいので、 $G_1(s)$ はほぼ μ/s となり積分要素として働く。一般に鉄共振回路の出力電圧 h_2 は方形波に近いが、この一次遅れ要素のため高次の調波成分はかなり減衰し、 u_1 はほぼ正弦波になると考えられる。 u_1 と非線形要素出力である飽和リアクトル電流 u_L の差はキャパシタ電流 u_C と負荷電流 u_R の和に等しく、

図 3 基準化された鉄共振回路の構成線図

Fig. 3. Block diagram of normalized ferroresonant circuit.

この電流が負荷およびキャパシタ回路により形成されるもう一つの一次遅れ要素 $G_2(s)$ に入力され、その出力として $h_2(x)$ が得られる。また、 h_2 は積分要素および非線形要素を通り入力側へ帰還されるが、この積分要素のため高次の調波成分は減衰し、非線形要素入力の磁束 x は正弦波にかなり近い信号になると考えられる。

ところで、非線形要素 N の記述関数は正弦波入力と出力の基本調波成分との比として定義されるから、いま入力 x を

$$x = X \cos \tau \dots\dots\dots (7)$$

と仮定すれば、この場合の記述関数 $D(X)$ は振幅 X だけの関数となり、(5)式より

$$D(X) = (\pi X)^{-1} \cdot \int_0^{2\pi} g(x) \exp(-j\tau) d\tau$$

$$= \begin{cases} (2/\pi) \cdot (\cos^{-1}(1/X) - \sqrt{1 - (1/X^2)})/X & (X > 1) \\ 0 & (X \leq 1) \end{cases} \dots\dots\dots (8)$$

となる。

次に、定常特性を求める。記述関数 $D(X)$ は基本調波成分に対する周波数伝達関数に相当するから、これに対応する伝達関数を $F(s)$ と定義すれば、(6a)式中の $g(x)$ 部分のラプラス変換は

$$\mathcal{L}g(x) = F(s) \cdot X(s) \dots\dots\dots (9)$$

のように書ける。ここで、 $X(s)$ は $x(\tau)$ のラプラス変換である。従って、(6a)および(6b)式の両辺をラプラス変換し整理すれば次式を得る。

$$\{s(s^2 + \zeta' s + \mu') + K(s + \alpha)F(s)\} X(s) = \mu H(s) \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $H(s)$ は $h_1(\tau)$ のラプラス変換であり、

$$\alpha = \nu \mu \dots\dots\dots (11a)$$

$$\zeta' = \zeta + \nu \mu = \zeta + \alpha \dots\dots\dots (11b)$$

$$\mu' = \mu(1 + \nu \zeta) = \mu + \alpha \zeta \dots\dots\dots (11c)$$

である。 $s=j$ とおくと、この式の非線形項は(8)および(9)式を用いて

$$F(j) \cdot X(j) = D(X) \cdot X(j) \dots\dots\dots (12)$$

により置き換えることができるから、(10)式は

$$\mu H(j)/X(j) = -\zeta' + \alpha K \cdot D(X) + j(\mu' - 1 + K \cdot D(X)) \dots\dots\dots (13)$$

となる。この式から振幅だけの関係を求めると

$$\mu^2 (H/X)^2 = (-\zeta' + \alpha K \cdot D(X))^2 + (\mu' - 1 + K \cdot D(X))^2 \dots\dots\dots (14)$$

となる。(14)式を用いて X 対 H および X 対 ζX を計算すれば、それぞれ入出力振幅特性および負荷特性

図4 定常特性

Fig. 4. Steady-state characteristics.

を得る。図4は $K=22$, $\mu=0.8$, $\nu=0.3$ のときの入出力振幅特性の一例である。

4. 安定判別

定常振動解が安定であるためには、この振動系に微小じょう乱が加わったとき、そのじょう乱が時間の経過とともに減衰し、最終的には消滅しなければならない。安定判別法には種々の方法があるが、ここでは定常振動の振幅が微小変動した場合について、この変分系の微分方程式を導出し、その特性方程式の特性根を調べることににより系の安定性を検討する。

いま、この系が一定振幅の正弦波入力電圧 h_1 により励振され定常振動が発生している場合を考える。このときの磁束 x は、第3章で述べた理由から(7)式のような余弦波と仮定でき

$$X_0 = X_0 \cdot e^{j\theta} \dots\dots\dots (15)$$

とおける。但し、 X_0 は磁束 x の定常振動時の値 x_0 に対応するベクトル表示であり、その大きさ X_0 は(14)式の関係から求まる。この定常振動が ΔX だけ変化して、磁束が

$$X = X_0 + \Delta X \dots\dots\dots (16)$$

となった場合を考え、更に ΔX を

$$\Delta X = p(\tau) + jq(\tau) \dots\dots\dots (17)$$

とする。ここで、 p および q は定常振動に比べ長い周期、すなわち、時間的にゆっくりとした微小変化量であるとし、

$$\dot{p} = a, \quad \dot{q} = b \dots\dots\dots (18)$$

とおいて、変数 p, q, a および b に関する変分方程式を導くと次式のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{a} \\ \dot{b} \end{bmatrix}^T = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ a \\ b \end{bmatrix}^T \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 T は転置行列であることを示す。また、 $\mathbf{A}$ はこの変分系のシステム行列であり次式のようになる。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ l_1/\Delta_t & l_2/\Delta_t & l_3/\Delta_t & l_4/\Delta_t \\ l_5/\Delta_t & l_6/\Delta_t & l_7/\Delta_t & l_8/\Delta_t \end{bmatrix} \dots\dots (20)$$

但し、

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= \zeta'^2 - 3(\mu' - 1) - (\alpha\zeta' + 3) \cdot m \\ l_2 &= \zeta'(\mu' + 2) + (\zeta' - 3\alpha) \cdot n \\ l_3 &= -\zeta'(\mu' + 3 + m) \\ l_4 &= 2\zeta'^2 - 3(\mu' - 3 + n) \\ l_5 &= -\zeta'(\mu' + 2) - (\zeta' - 3\alpha) \cdot m \\ l_6 &= \zeta'^2 - 3(\mu' - 1) - (\alpha\zeta' + 3) \cdot n \\ l_7 &= -2\zeta'^2 + 3(\mu' - 3 + m) \\ l_8 &= -\zeta'(\mu' + 3 + n) \\ \Delta_t &= \zeta'^2 + 9 \\ n &= K \cdot D(X_0) \\ m &= K \cdot \{D(X_0) + D'(X_0) \cdot X_0\} \\ D'(M) &= dD(M)/dM \\ &= \begin{cases} (4/\pi) \cdot \sqrt{M^2 - 1}/M^3 & (M > 1) \\ 0 & (M \leq 1) \end{cases} \end{aligned} \right\} \dots\dots (21)$$

である。(式の導出は付録参照)

この変分系が $\tau \rightarrow \infty$ において安定となるための条件は、システム行列によって得られる特性方程式

$$\det(\lambda E - A) = 0 \dots\dots\dots (22)$$

の特性根 λ のすべてが負の実数部を持つことである。

但し、 E は 4×4 の単位行列である。(8), (20) および (21) 式を用いて (22) 式の左辺を計算して整理すると、次式のような λ に関する 4 次の代数方程式を得る。

$$a_0 \lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4 = 0 \dots\dots (23)$$

但し、

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \Delta_t^2 \\ a_1 &= -(l_3 + l_8) \cdot \Delta_t \\ a_2 &= l_3 l_8 - l_4 l_7 - (l_1 + l_6) \cdot \Delta_t \\ a_3 &= l_1 l_8 + l_3 l_6 - l_2 l_7 - l_4 l_5 \\ a_4 &= l_1 l_6 - l_2 l_5 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

である。この式を例えばフルビッツ判定法により調べれば、定常特性の安定限界が求められる。

5. 理論値 (揺らぎ振動発生領域)

鉄共振回路の動作を図 4 に示した定常特性の $\zeta = 0$ の曲線上で簡単に説明する。入力電圧の増加に伴い動作点は OABDEF と移動し、入力電圧の減少とともに FEDCAO と移動する。B から D および C から A において鉄共振特有の跳躍現象を示す。入力側に直列抵抗 ν を考慮しない簡単な回路モデルによる解析では、この BC 間の特性だけが不安定であり、この部

分では物理的に安定な基本調波振動は存在しない⁽⁷⁾。しかし、第 4 章の安定判別によって得られる不安定領域は、BCDE 間となる。 ν が存在すると定電圧特性を示す C~F 間の CDE 間が不安定となり、この部分では安定な基本調波振動は存在しないことになる。すなわち、定電圧特性上で安定な特性を示す下限値は、入力抵抗 ν が存在すると E 点となり、入力電圧の高い方へ移行する。

ところで、実際に実験装置の定常特性を測定すると、図 4 に示したものと同様な定電圧特性を得る。EF 間に相当する部分では安定な出力電圧波形を得るが、CDE 間に相当する部分で出力電圧波形に揺らぎが発生する。後者の区間においては、ある種の振動は存在するが、安定な定常振動は観測されない。このことから、定電圧特性上の CE 間が、揺らぎ振動発生範囲と考えられる。以下では、この CE 間に相当する範囲が回路定数によりどのように変化するかを調べる。

(24) 式の各係数およびそれらから作られるフルビッツ行列式は非常に複雑であり、解析的に揺らぎ振動の発生する範囲 (以下では揺らぎ振動領域と呼ぶ) を求めることは困難である。ここでは、これらの式を用いて数値的にこの範囲を求めることにする。

ところで、入力側のインダクタンス μ^{-1} は効率、電圧変動率、過負荷保護機能などに影響を及ぼす。 $\mu > 1$ に設計すると、インダクタンスは比較的小きな値となるので、並列共振回路の回路電流による電圧安定化の効果は減少する。従って、通常は $\mu \leq 1$ に設計される。効率重視の場合には μ は 1 近傍に、電圧変動率および過負荷保護機能重視の場合には $\mu < 1$ に選ばれる。そこで、以下では $\mu \leq 1$ の範囲だけを考察の対象とする。

図 5 は、 ζ をパラメータとして ν 対 H のグラフ上に揺らぎ振動領域を示したものであり、閉曲線内部に動作点があるときこの系は複雑な揺らぎ振動を示す。

図 5 揺らぎ振動領域 (パラメータ ζ)

Fig. 5. Area of fluctuating oscillation (parameter ζ).

図 6 揺らぎ振動領域 (パラメータ K)
Fig. 6. Area of fluctuating oscillation (parameter K).

同図 (a) は $K=22$ および (b) は $K=47$ であり、いずれも $\mu=1$ の場合である。ここで、 $\mu=1$ は不飽和リアクトルとキャパシタのリアクタンスを等しくすることに相当する。また、 $K=22$ および 47 の場合を計算した理由は、実際に使用される付近の値であること、および第 6 章で述べる実験結果との比較のためである。(a) および (b) どちらも ζ が大きくなるにつれて揺らぎ振動領域が減少することがわかる。これは、この現象が軽負荷時にしか現れないことを意味している。また、同図より揺らぎ振動領域に関して ν および ζ には上限値があり、それは K が大きいほど、すなわち、飽和リアクトルの飽和領域のインダクタンスが小さいほどその値は増大することがわかる。例えば、 $\mu=1$ および $\zeta=0$ の場合 ν および ζ の上限値は、 $K=22$ のとき約 0.65 および約 0.055、また $K=47$ のとき約 0.75 および約 0.1 となる。

図 5 より、揺らぎ振動領域は無負荷 ($\zeta=0$) のとき

最大となる。そこで、 $\mu=1$ 、 $\zeta=0$ の場合において K をパラメータとした揺らぎ振動領域を図 6 に示す。この図より、 K はできるだけ小さいほど ν の上限値は減り、揺らぎ振動領域は減少することがわかる。

次に、 K を一定にして μ を 1 より小さくした場合、すなわち、鉄共振の跳躍現象が顕著になる場合の傾向を示す。図 7 (a) および (b) はいずれも $K=22$ のときで、 μ が 0.8 および 0.5 の場合の揺らぎ振動領域である。図 5 (a) の μ が 1 の場合も含めて比較してみると、 μ が小さくなるにつれて ν の上限値は増加している。しかし、揺らぎ振動の発生範囲は全体的に入力電圧の低い方へ移行し、その幅は減少している。 ζ に対してはその発生の上限值が減少し、すなわち、より軽負荷でしか揺らぎ振動は生じなくなる傾向を示している。

6. 実験および考察

実験に使用した飽和リアクトルの鉄心は、一般に市販されているケイ素鋼の C 型カットコア [(株) 協電カッタコア製作所 CS-125] である。磁化特性は図 2 (a) のような角形特性を示し、 ϕ_0 は約 1.2×10^{-3} Wb、 k は約 1.3×10^7 A/Wb である。巻線には、線径 1.0 mm のホルマル銅線を 200 回施した。また、共振用のキャパシタの容量 C および入力側の不飽和リアクトルのインダクタンス L は二組用意した。一つは C が約 106 μ F、 L が約 66.3 mH であり、もう一つは C が約 48.2 μ F、 L が約 146 mH である。 K の値を計算すると前者が 22、後者が 47 となる。どちらの組み合わせも μ が約 1 となるように選んである。なお、入力には 60 Hz の商用電源を用いた。

図 7 揺らぎ振動領域 (パラメータ ζ)
Fig. 7. Area of fluctuating oscillation (parameter ζ).

図 8 出力電圧波形 ($\mu=1$, $\xi=0$)

Fig. 8. Waveforms of output voltage.

これらの素子を用いて構成された鉄共振回路の入力側に直列に可変抵抗器を挿入しておき、この抵抗と不飽和リアクトル巻線の直流抵抗との和 r_p を適当に設定する。次に、この実験装置の負荷抵抗の値を適当に選び、入力に正弦波電圧を印加すれば安定な定常振動あるいは揺らぎ振動の出力を得る。

図 8 には、この実験装置を用いて測定した無負荷時の出力電圧波形が示されている。(a)は安定な定常振動波形の一例であり、右側は左側の波形の時間軸を延ばしたものである。磁束波形は、この電圧波形を積分

したものであるから、正弦波に近くなる。従って、第 3 章の中での仮定は十分に満足されるものと思われる。(b)~(e)は揺らぎ振動波形の幾つかの例である。(b)および(c)が概周期振動、(d)および(e)が分数調波とその高調波を含む振動である。

オシロスコープの波形観察により測定した揺らぎ振動発生領域を、図 9 (a) および (b) に示している。(a)が $K=22$ 、(b)が $K=47$ の場合であり、それぞれ図 5 (a) および (b) の理論値に対応している。但し、横軸 V_1 は入力電圧の実効値である。どちらの特性も理論値と同様な傾向を示している。 $K=22$ の場合は理論値とかなりよく一致するが、 $K=47$ の場合は幾分誤差を生ずる。この原因は、 K の増加とともに出力電圧波形のひずみが大きくなること、磁化特性の近似において屈曲点の曲がりを見逃したこと、安定と不安定の境界の測定誤差などによると思われる。しかし、 ν および ξ の上限値、揺らぎ振動発生領域に関して、測定値は理論値と良好に一致しているものと考えられる。

μ が 1 より小さな場合の測定も試みたところ、揺らぎ振動を生ずる入力電圧の幅が非常に狭くなることを確認することができた。しかし、理論値よりも急激に減少するため、安定と不安定の境界をグラフ上にプロットすることは困難であった。

7. あとがき

飽和リアクトル鉄心の磁化特性が角形の場合の鉄共振回路において発生する、出力電圧波形揺らぎの原因

図 9 揺らぎ振動領域 (実験値)

Fig. 9. Area of fluctuating oscillation (experiments).

を採るため、まず、入力側に直列抵抗を考慮した場合の回路動作を規定する基礎方程式を導いた。次に、構成線図を描きこの系の動作を把握し、記述関数法の導入を行ない定常特性およびその特性の安定性の考察を行なった。

入力側の直列抵抗の存在が出力電圧に揺らぎ振動をもたらす。そして、その揺らぎ振動発生領域は直列抵抗、飽和リアクトル鉄心の飽和インダクタンスおよび負荷抵抗により定まることが明らかになった。

ところで、鉄損は一般に非常に大きな等価並列抵抗と考えられるので、飽和リアクトルの場合は負荷に含めて議論できる。また、入力側の不飽和リアクトルは線形インダクタンスとして働くので、この場合は等価的に非常に小さな直列抵抗と置き換えて考えてよい。実験に使用した鉄心は、飽和および不飽和リアクトルともにカットコアである。この鉄心はヒステリシス損および電流損ともにかなり小さいので、これらの損失を考慮していない結果ではあるが、測定値と理論値は比較的良好に一致している。誤差の問題においてはむしろ鉄損より波形ひずみによるものが大きいと思われる。しかし、定量的な評価をする場合には鉄損も考慮に入れなければならないであろう。

入力側の直列抵抗を、巻線の抵抗分と鉄損に相当する等価直列抵抗の和と考えると、これは完全に零にすることは困難である。この場合には、例えば、なるべく K の値を小さく選び、共振点を飽和の深い所に置き動作を安定な方向に導くことができる。但し、電圧変動率が逆に増加して定電圧特性自体が変化してしまう。これは、付属回路によっても回避できるが⁽⁸⁾、もし K の値を変化させなければ、 μ の値すなわち直列共振の条件をずらし、 μ が 1 より小さくなるように回路パラメータを選び設計すれば良好な電圧変動率を維持したまま安定動作とすることができる。この場合も問題がない訳ではない。このようにすることによって今度は直列共振の影響が大きくなるので、鉄共振の跳躍現象が顕著になる。従って、どのような方法で安定化を計るかは装置の設計時に検討すべきことであり、ここでは安定化の指針を示すだけにとどめる。

ここで述べた記述関数による手法は、商用電源周波数で運転されている鉄共振回路の出力電圧波形揺らぎ現象発生範囲を調べることにに関して、有効と考えられる。しかし、この手法は基本調波だけを考慮した解析であるから、波形ひずみによる影響を推定することは困難であり、この目的のためには別の方法による検討が必要であろう。

なお、本論文では揺らぎ振動の内部現象については

取扱わなかったが、基礎方程式の計算機シミュレーションの結果、図 8 に示したと同様な振動が得られることが確認された。従って、ここで導かれた基礎方程式は、この種の複雑な揺らぎ現象解明に対しても十分に役立つものと思われる。このことについては、波形ひずみによる影響とともに今後の課題として目下検討中である。

(昭和 60 年 1 月 25 日受付、同 60 年 5 月 13 日再受付)

文 献

- (1) T. Hasumi, M. Tadokoro & H. Kasahara: "An Analysis of the Frequency Tripler", *IEEE Trans. Magnetics*, MAG-2, No. 3, 647 (1966-9)
- (2) K. Bessho, S. Yamada, T. Sudani & Y. Kanamaru: "Some Experiments and Considerations on the Behavior of a New Magnetic Frequency Tripler with Bridge-Connected Reactor Circuit", *ibid.* MAG-12, No. 6, 829 (1976-11)
- (3) G. J. Bendzszak & P. P. Biringer: "The Influence of Magnetization Characteristics upon Tripler Performance", *ibid.* MAG-10, No. 3, 961 (1974-9)
- (4) 四元: 「通信用スイッチング電源」信学誌, 66, 8, 802 (昭 58-8)
- (5) 坂本・原田: 「鉄共振を含む多出力 DC-DC コンバータ」昭 57 電気四学会九州支部連大 No. 634, 304
- (6) Koosuke Harada & Katsuaki Murata: "Ferro-Resonant Converters with High-Frequency Drive", *PESC* 83, 355 (1983-6)
- (7) 甲木・原田・平井・松本: 「記述関数法による鉄共振回路の解析」電学論 B, 100, 453 (昭 55-8)
- (8) 松本・平井: 「記述関数法による鉄共振形定電圧装置の解析」福岡大学工学集報, 25, 37 (昭 55-9)

付 録

(20) 式の導出 一定の入力電圧がこの回路に加わり定常振動をしている場合には、磁束が微小変化しても (10) 式は成立する。また、この系は付図 1 のようにも表すことができる。従って、微小変分 $\Delta \mathbf{X}$ に対する線形要素出力 e_l の変化分 Δe_l のベクトル表示を $\Delta \mathbf{E}_l$ 、非線形要素出力 e_n の変化分 Δe_n のベクトル表示を $\Delta \mathbf{E}_n$ とすると、これらの間には次式が成立する。

$$\Delta \mathbf{E}_l + \Delta \mathbf{E}_n = 0 \quad \text{.....(付 1)}$$

一方、 $\Delta \mathbf{X}$ に対する時間関数 $\Delta X(\tau)$ は (17) 式より

$$\Delta X(\tau) = \operatorname{Re}(p + jq) \cdot e^{j\tau} \quad \text{.....(付 2)}$$

のように表すことができるので、線形要素出力 Δe_l は付図 1 より

$$\Delta e_l = \ddot{\Delta x} + \xi' \cdot \dot{\Delta x} + \mu' \cdot \Delta x \quad \text{.....(付 3)}$$

となり、(付 2) 式を代入して整理すれば $\Delta \mathbf{E}_l$ は

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{E}_l = & \ddot{p} + \xi' \ddot{p} - 3\ddot{q} + (\mu' - 3)\dot{p} - 2\xi' \dot{q} \\ & - \xi' p - (\mu' - 1)q \\ & + j\{\ddot{q} + 3\ddot{p} + \xi' \dot{q} + 2\xi' \dot{p} + (\mu' - 3)\dot{q} \\ & + (\mu' - 1)p - \xi' q\} \quad \text{.....(付 4)} \end{aligned}$$

付図 1 線形および非線形伝達要素とからなる系
app. Fig. 1. System with linear and nonlinear transfer elements.

となる。

また、付図 1 の非線形要素出力 f_n およびその変化分 Δf_n のベクトル表示をそれぞれ $\mathbf{F}_n$ および $\Delta \mathbf{F}_n$ とすると、(12)式より

$$\mathbf{F}_n = \mathbf{K} \cdot \mathbf{D}(\mathbf{X}_0) \mathbf{X}_0 \quad \text{.....(付 5)}$$

$$\Delta \mathbf{F}_n = \mathbf{K} \cdot \{ \mathbf{D}'(\mathbf{X}_0) \mathbf{X}_0 \cdot \Delta \mathbf{X} + \mathbf{D}(\mathbf{X}_0) \cdot \Delta \mathbf{X} \} \quad \text{.....(付 6)}$$

となる。但し、 $\mathbf{D}(\mathbf{M})$ および $\mathbf{D}'(\mathbf{M})$ はそれぞれ(8)および(21)式、 $\Delta \mathbf{X}$ は $\Delta \mathbf{X}$ に対する振幅 $\mathbf{X}$ の増分であって(付 8)式のようになる。 $\mathbf{X}$ は、(15)、(16)および(17)式より

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \mathbf{p} + \mathbf{j}q \quad \text{.....(付 7)}$$

となるから、絶対値 X を計算しテイラー展開して $\mathbf{p}$ 、 $\mathbf{q}$ に関する高次の項を無視すると次式を得る。

$$\Delta \mathbf{X} = \mathbf{p} \quad \text{.....(付 8)}$$

(15)、(17) および(付 8)式を(付 6)式へ代入すれば

$$\Delta \mathbf{F}_n = m\mathbf{p} + \mathbf{j}nq \quad \text{.....(付 9)}$$

となるから

$$\Delta f_n = \text{Re}(m\mathbf{p} + \mathbf{j}nq)e^{j\tau} \quad \text{.....(付 10)}$$

のように表せる。更に付図 1 より

$$\Delta e_n = \Delta f_n + \alpha \cdot \Delta f_n \quad \text{.....(付 11)}$$

の関係が成立するから、(付 10)式を(付 11)式へ代入し整理すれば

$$\Delta \mathbf{E}_n = m\mathbf{p} + \alpha m\mathbf{p} - nq + \mathbf{j}(nq + m\mathbf{p} + \alpha nq) \quad \text{.....(付 12)}$$

となる。

従って、(付 4) および(付 12)式を(付 1)式に代入すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} & \bar{p} + \zeta' \ddot{p} - 3\ddot{q} + (\mu' - 3 + m)\dot{p} - 2\zeta' \dot{q} \\ & - (\zeta' - \alpha m)\dot{p} - (\mu' - 1 + n)q \\ & + \mathbf{j}\{\bar{q} + 3\ddot{p} + \zeta' \ddot{q} + 2\zeta' \dot{p} + (\mu' - 3 + n)\dot{q} \\ & + (\mu' - 1 + m)\dot{p} - (\zeta' - \alpha n)q\} = 0 \end{aligned} \quad \text{.....(付 13)}$$

この式の実数部および虚数部を分け、 $\bar{p}$ および $\bar{q}$ の項を無視し、更に(18)式のようにおけば(19)式が得られ、この変分系のシステム行列 $\mathbf{A}$ は(20)式のようになる。