UDC 621.311.1: 519.25: 681.5.075

論 文

61-B72

電力系統状態推定におけるデータ欠損を考慮した最適観測器配置

正 員 長谷川 淳 (北海道大)
正 員 西 谷 健 一 (北海道大)

1. ま え が き

状態推定に関する研究の初期の段階から、状態推定器あるいは状態推定手法そのものの研究と共に、最適な観測器配置の決定問題およびオンラインでの可観測性検証問題が注目されてきた⁽¹⁾⁻⁽⁸⁾。著者らも、これまで電力系統状態推定のための最適観測器配置問題について検討を続けてきたが⁽⁹⁾⁻⁽¹³⁾、本論文はこれらから得られた成果をとりまとめたものである。

本論文では、まず最適観測器配置問題に対して従来の考え方を一歩進めた新しい考え方を明確に提示している。次に、その求解アルゴリズムについて述べ、更に数値計算例を通して本論文で提示した考え方およびアルゴリズムの妥当性を立証している。

本論文では、静的状態推定法に対する観測器の最適配置計画(従って、オフラインでの検討)について着目しており、オンラインでの可観測性の検証とそれに基づくオンラインでの擬観測器の最適選定問題については取扱っていない。

2. 観測器配置の適切さの基準

従来の観測器配置問題における最適性の基本的な考え方のはほとんどは

- (i) すべての観測データが健全に、欠損することなく得られる(以後、これを健全時と記す)ものとの仮定の上に立ち、
- (ii) できるだけ低い冗長度で、できるだけ精度の高い安定した状態推定を行いうるようことにあり、またたとえ(i)の仮定をはずしてデータ欠損

の可能性を考慮する場合⁽⁶⁾であっても、

- (iii) データ欠損時にも状態推定を可能ならしめること(可観測にすること)

という制約を課すにとどまっている。

これらの考え方にたつ場合には、健全時に最も高い推定精度を示す観測器集合は、たとえそれが想定すべきすべてのデータ欠損時に対して可観測性を保証するものであったとしても、データ欠損時に著しい推定精度の悪化をもたらす可能性があり、必ずしも最適とは言えない。また、既存の電力系統の観測システムもかなり高い冗長度をもたせて、データ欠損時にも推定精度が極端に低下しないようにしているが、必ずしも確固たる理論的根拠にたっており、同程度の冗長度でより高精度の状態推定を行いうるような観測システムを実現できる可能性を残している。

本論文では、以上のような基本認識から、これまでの考え方を更に一歩進めたものとして著者らが新しく提案してきている考え方⁽¹²⁾⁽¹³⁾、すなわち“与えられた冗長度で健全時に可能な限り精度の高い状態推定を行い得ると同時に、想定すべきすべてのデータ欠損時にも推定精度の悪化をあらかじめ設定する一定レベル以内におさえること”を、データ欠損を考慮した最適観測器配置の基本概念としている。

3. 観測方程式と最適状態推定値

いま、 n ノードの電力系統を考えよう。電圧の大きさと位相角からなる状態変数ベクトルを $\mathbf{X}$ (要素の数は $2n-1$) とし、 m 個の観測値からなる観測ベクトルを $\mathbf{Z}$ とすれば、観測方程式は

$$\mathbf{Z} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) + \mathbf{w} \dots\dots\dots (1)$$

と記述できる。一般に $\mathbf{f}(\mathbf{X})$ は非線形関数ベクトルであり、 $\mathbf{w}$ は観測誤差ベクトルを示している。

任意の基準状態 $\mathbf{X}_0$ の周りで(1)式を線形化すれば

Optimal Allocation of Measurements for Power System State Estimation Considering Loss-of-measurements Conditions. By Jun Hasegawa, Member & Ken-ichi Nishiya, Member (Faculty of Engineering, Hokkaido University).
長谷川 淳: 正員, 北海道大学工学部電気工学科
西谷 健一: 正員, 北海道大学工学部電気工学科

次式の線形モデルが得られる。

$$\Delta Z = H \Delta X + v \quad \dots\dots\dots (2)$$

$\Delta Z = Z - f(X_0)$: 観測値ベクトル

$\Delta X = X - X_0$: 状態ベクトル

$$H = \left. \frac{\partial f(X)}{\partial X} \right|_{X=X_0} : \text{観測行列}$$

新しい観測誤差ベクトル v は w に線形化の誤差を加えたものであるが、簡単のために平均値が 0 で無相関なランダム雑音と仮定し、またその共分散行列を対角行列 R により表わすものとする。

状態ベクトルの最適推定値 $\hat{\Delta X}$ は次式となる。

$$\hat{\Delta X} = P H^T R^{-1} \Delta Z \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$P = (H^T R^{-1} H)^{-1} \quad \dots\dots\dots (4)$$

周知のように、推定値共分散行列 P の対角項は、対応する状態変数の推定精度を示す指標となっている。

4. 最適観測器配置決定アルゴリズムの概要

第 2 章において導入した“データ欠損を考慮した最適観測器配置の基本概念”を満たすために、本論文で提案するアルゴリズムは図 1 の概略的流れ図で示したとおりである。このアルゴリズムは三つの基本部分（タスク I、タスク II およびタスク III）からなっており、適切な観測器を 1 個ずつ選定・追加する方法をとっている。従って、厳密には最終結果が全体として最適であるという保証は必ずしもないことになるが、現

实的で、しかも少なくとも準最適解が得られる方法と考えられる。厳密な最適解は与えられた冗長度となる観測器の組合せをすべて求め、これらの中から最適なものを選び出すことにより得られるが、膨大な計算負担となり現実的な方法とは言えない。

〈4・1〉 タスク I タスク I では健全時はもとより想定すべきすべてのデータ欠損時に対しても可観測であるような観測器集合が決定される。タスク I は、健全時に対するサブタスク I-1 とデータ欠損時に対するサブタスク I-2 とに分割できるが、サブタスク I-1 が完了した後に、サブタスク I-2 が想定すべきすべてのデータ欠損に対して実行される。

いずれのサブタスクにおいても、完全に可観測な観測器集合が得られるまで、着目する観測器集合に対して次の作業が繰返して実行される。

- (1) まず系が可観測であるか否かを検証し、
- (2) もし非可観測ならば、追加すべき最も適切な観測器を 1 個ずつ順次選定・追加する。

系が可観測であるか否かは、着目する観測器集合に対する観測行列 H のランク r を評価することにより判断できる。言うまでもなく、 $r = (2n-1)$ ならば可観測であり、 $r < (2n-1)$ ならば非可観測である。非可観測の場合少なくとも退化次数 $d = (2n-1-r)$ に相当するだけの観測器の追加が要請されている。

追加すべき適切な観測器の選定法については後述するが、基本的には可観測となった時点でできるだけ推定精度の高い観測器集合が得られるように、最も適切と考えられるものを順次選定していくという考え方にたっている。サブタスク I-2 では、最も退化次数の大きなデータ欠損にのみ着目し検討される。

〈4・2〉 タスク II 健全時および各々のデータ欠損時に対して、推定精度の予想値をすべて算定する。推定値共分散行列 P の対角項は、対応する状態変数の推定値の分散を示しているから、その総和 $\text{tr}(P)$ は着目する観測器集合の推定精度の指標となる。すなわち、 $\text{tr}(P)$ が小さければ小さいほど推定精度は高いものと予想される。

本論文では、行列 $H^T R^{-1} H$ の固有値を λ_i として次式により $\text{tr}(P)$ を評価している。

$$\text{tr}(P) = \sum_i (1/\lambda_i) \quad \dots\dots\dots (5)$$

タスク II まで到達した場合、健全時はもとより想定すべきすべてのデータ欠損時において、観測行列 H のランクは $(2n-1)$ であり、行列 $H^T R^{-1} H$ は実対称正定値行列となっているから、その固有値 λ_i はすべて正の実数となっている。このため、現実的には値の

図 1 提案する求解アルゴリズムの流れ図
Fig. 1. Flow chart of proposed solution algorithm.

小さなものから順に最小固有値の k 倍 (どのような系統に対しても 100 倍程度でよい) 以下の固有値についてだけ総和をとればよい。

〈4.3〉 **タスクⅢ** タスクⅢでは, 推定精度の改善効果が最も顕著と考えられる観測器を 1 個ずつ選定することになるが, この際タスクⅡで評価された推定精度の予想値のいかんにより, 二つのサブタスク (Ⅲ-1 および Ⅲ-2) のいずれかが実行される。

サブタスク Ⅲ-1 は, データ欠損時の推定精度の悪化が一定レベル以内におさまっている場合 (すなわち, 各データ欠損時の推定精度の予想値 $\text{tr}(\mathbf{P})$ が, すべて健全時に対するその α 倍 (例えば 3 倍) 以内にある場合) に対して実行され, 健全時における推定精度の向上が図られる。 α は電力会社のポリシーにより決まるパラメータである。サブタスク Ⅲ-2 は上記以外の場合に実行され, 推定精度悪化の最も顕著なデータ欠損に対して, その精度悪化を最も効果的に抑制できるように観測器の追加が図られる。

〈4.4〉 **タスクⅡおよびタスクⅢの繰返し** タスクⅡおよびタスクⅢは, 次の二条件が同時に満足されるようになるまで繰返し実行されねばならない。

- (1) 観測器集合の冗長度が, あるあらかじめ設定された水準を超える。
- (2) しかも, データ欠損時の推定精度悪化が, あらかじめ指定された許容レベル以内にある。

5. 推定精度改善に効果的な観測器の選択 (タスクⅢ)

〈5.1〉 推定精度改善に理想的な観測器の条件

推定精度の予想値は (5) 式により得られるから, 観測器の追加に基づく行列 $\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}$ の固有値の変化を厳密に算定し, これを (5) 式に代入すれば推定精度の変化をかなり正確に予測することができる。

いま, 観測行列が $\mathbf{H}$ である観測器集合に, $\mathbf{u}$ なる行ベクトルで記述できる観測器を 1 個追加する場合を考えよう。ベクトル $\mathbf{u}$ の大きさを a_u , $\mathbf{u}$ に対応する観測器の誤差の分散を σ_u^2 とし, $\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}$ の固有値 λ_i に対応する固有ベクトルを $\mathbf{X}_i$ とする。

行列 $\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}$ は, 観測器を 1 個追加することにより $(\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} + \mathbf{u}^T \mathbf{u} / \sigma_u^2)$ に変化するが, 一般に $\mathbf{u}^T$ は $\mathbf{X}_i$ の線形結合として

$$\mathbf{u}^T = a_u \sum_k b_{uk} \mathbf{X}_k \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{ただし, } \sum_k b_{uk}^2 = 1$$

と書けるから, 次の関係を得ることができる。

$$\begin{aligned} & (\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} + \mathbf{u}^T \mathbf{u} / \sigma_u^2) \mathbf{X}_i \\ &= \lambda_i \mathbf{X}_i + \left(\frac{a_u}{\sigma_u} \right)^2 b_{ui} \sum_k b_{uk} \mathbf{X}_k \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

従って, もし $\mathbf{u}^T$ が行列 $\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}$ の一つの固有ベクトル $\mathbf{X}_i$ と全く同一方向であり, $b_{ui} = \pm 1$ であるならば, この観測器の追加により, 固有ベクトルは全く変化せず, $\mathbf{X}_i$ に対応する固有値 λ_i のみが $(a_u / \sigma_u)^2$ だけ増加することがわかる。

固有値の増加量 $(a_u / \sigma_u)^2$ は i には全く依存せず, また推定精度は固有値の逆数によって決まるのであるから, 推定精度改善に最も理想的な観測器は,

- (1) 着目する既存観測器集合に対する $\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}$ の最小固有値に対応する固有ベクトルと同一方向の $\mathbf{u}^T$ を有し,

(2) 相対誤差 (σ_u / a_u) が最小のもの
であることがわかる。しかし, この条件は理想的すぎて現実には採用し難いので, これを少し言い換えれば推定精度の改善に効果的な観測器は,

- (1) $\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}$ の主要な固有値 (値の小さな固有値) に対応する固有ベクトルのどれかと方向が近く,

(2) 相対誤差 (σ_u / a_u) の小さいもの。
であると言える。

〈5.2〉 **選定条件適用上の難点** 前節で述べた観測器の選定条件は, 主旨としては容易に理解できるのであるが, 実際に最も効果的な追加観測器を選定しようとする場合には, まだ困難な側面を残している。

第一の難点は, 現実の追加候補の観測器の $\mathbf{u}^T$ は, ほとんどの場合に $\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}$ の固有ベクトルのいずれともあまり近いとは言えないために, (1) の条件の判定がそれほど容易ではないことにある。すなわち, 追加候補である観測器の $\mathbf{u}^T$ が主要固有値に対する固有ベクトルのいずれかと極立って近い場合には問題はないが, 一般には複数の主要固有値に対する固有ベクトルとほどほどに近い場合が多い。また, 固有ベクトルへの近さが同じであるならば, 明らかにより小さな固有値に対する固有ベクトルに近い $\mathbf{u}^T$ をもつ観測器のほうが望ましい。従って, 固有ベクトルへの近さと, 固有値の大きさとを兼ね合いをとる必要があり, これをどのようにすべきかが明確ではない。

第二の難点は, 選定のための条件 (1) と (2) との協調をどのようにとれば良いのか, いま一つははっきりとしていない点である。すなわち, 追加候補が A と B との 2 個であるものとし, A は B に比べいずれかの主要固有値に対する固有ベクトルにより近い $\mathbf{u}^T$ を有しているが, 一方においては相対誤差がより大きいと

いった場合に対して、 A と B のいずれを選択すべきかがはっきりとはしていない。

〈5・3〉 適切度 前述の難点、特に第二の難点を解決するために、本論文においては次式で定義される指標“適切度”を導入し、この値の大きなものを選定するという考え方を提案する。

$$A = \left(\frac{a_u}{\sigma_u} \right)^2 \sum_i \left(\frac{a_i \sin \theta_{iu}}{\sigma_i} \right)^2 \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 A : 適切度、 a_i : 既存の観測器集合の観測行列 H の要素行ベクトル h_i の大きさ、 σ_i^2 : h_i に対応する観測器の誤差分散、 θ_{iu} : ベクトル u と h_i とのなす角度。

状態変数が2個の場合には、 $(\sigma_u \sigma_i / a_i a_u \sin \theta_{iu})$ は u と h_i とに対応した観測値に基づいて状態変数の値を推定した場合に、状態変数空間内でそれが真値の周りに分布する広がり（面積）を示す指標となっている。従って、 A の値の大きな観測器ほど、それが追加されることによって状態変数値の分布の広がり小さくなり、推定精度が高くなるものと期待できる。

また、 $u h_i^T = a_u a_i \cos \theta_{iu}$ であるから、適切度 A は次式のように変形することができる。

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{a_u}{\sigma_u} \right)^2 \sum_i \left(\frac{a_i}{\sigma_i} \right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{u h_i^T}{a_u a_i} \right)^2 \right\} \\ &= \left(\frac{a_u}{\sigma_u} \right)^2 \sum_i \left(\frac{a_i}{\sigma_i} \right)^2 - \frac{1}{\sigma_u^2} u H^T R^{-1} H u^T \end{aligned} \dots\dots\dots (9)$$

$u h_i^T$ は u と h_i との直交性を示す指標と言えるから、適切度は追加候補観測器と既存観測器集合との直交性の程度と観測器の精度（誤差分散）を同時に考慮していることがわかる。

$u u^T = a_u^2$ という制約条件のもとで A の極値を求めると、極値を与えるような u が

$$u^T = a_u X_k \dots\dots\dots (10)$$

により与えられ、また極値が

$$A = \left(\frac{a_u}{\sigma_u} \right)^2 \left\{ \sum_i \left(\frac{a_i}{\sigma_i} \right)^2 - \lambda_k \right\} \dots\dots\dots (11)$$

となることが容易に示され得る。それゆえ、 A を最大とするような観測器の条件は、既に〈5・1〉節で示した推定精度改善に最も理想的な観測器の条件と、理論的には全く一致していることになる。

〈5・4〉 具体的に提案する2段階アプローチ

(a) ステップ1 追加候補の観測器の u^T と $H^T R^{-1} H$ の固有ベクトル X_i との近さは、内積 $u X_i$ により評価できるが、前述の第一の難点を克服するために、近さの指標として固有値の逆数で重み付けた次式で定義される指標 C_u を用いる。

$$C_u = \max_i \left\{ \frac{1}{\lambda_i} \left(\frac{u X_i}{a_u} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (12)$$

このとき、すべての固有値、固有ベクトルを考える必要はなく、推定精度の予測値を評価するために用いた固有値（最小固有値の k_b 倍以下のもの）と、それに対応する固有ベクトルのみを考えれば十分である。各追加候補の C_u を比較し、 C_u がその最大値の k_b 倍（ $k_b < 1$ 、経験的に与える）より大きなもののみを選定対象として残してステップ2を実行する。

(b) ステップ2 適切度 A を求め、これを最大とする観測器を最適なものとして選択する。

(c) 健全時とデータ欠損時との違い “データ欠損時には、該当する観測器が既存観測器集合および追加候補の両者から除外される” という当然の措置を除けば、両者に基本的なアルゴリズムの差はない。

6. 非可観測な系の可観測化に効果的な観測器の選択（タスクI）

非可観測な系に対しても、適切度という指標の活用をも含めてタスクⅢの場合と同様の2段階アプローチの考え方をとることができる。しかし、非可観測な系に対しては、ステップ1において行列 $H^T R^{-1} H$ の固有ベクトルを手掛りとして候補を絞ることは困難であり、何らかの変更が必要と考えられる。

最終的な観測器の選定に用いる指標“適切度”の大きさは、前述のとおり追加する候補である観測器と既存観測器集合との直交性のみを反映したものではない。しかし、系の可観測化には観測器集合の直交性が極めて重要であるとの良く知られた知見がある⁽²⁾。それゆえ、タスクIでのステップ1においては、直交性を重視して候補を絞ることが合理的と考えられよう。

そこで本論文においては、次式で定義される直交性の指標 I を利用して、追加する候補となる観測器を絞ることとした。

$$I = \sum_i \left(\frac{u h_i^T}{a_u a_i} \right)^2 \dots\dots\dots (13)$$

明らかに、 I は u と観測器集合との直交性が高ければ高いほど小さいと考えられる。

健全時の観測器集合が非可観測である場合には、ステップ1は、

- (1) 追加可能観測器のすべてに対して指標 I を評価すると共に、その最小値 $I_{\min}$ を求める。
- (2) I が $I_{\min}$ の k_b 倍よりも小さい観測器のみを、ステップ2において検討すべき候補とする（ここで、 $k_b > 1$ は直交性の良い複数の候補がステップ2まで残るように経験的に定める）

という手順により実行される。

データ欠損時の観測器集合が非可観測である場合には、上記の手順の(1)における指標 I の評価は、退化次数の最も大きなデータ欠損に注目し、

手法 A: 当該データ欠損に対して退化次数の減少に寄与できる観測器のみ。

手法 B: 当該データ欠損に対してと同様に、できるだけ多くの他のデータ欠損に対しても、その退化次数の減少に寄与できる観測器についてのみ。

のいずれかで実行される。その後の取扱いは健全時の場合と全く同様である。

7. 数値計算結果例

〈7・1〉 モデル系統 図2に示した6母線7送電線のモデル系統に対して、本論文で提案したアルゴリズムを適用し、その有効性を確かめた。

初期の既存観測器としては、発電機母線の電圧と注入有効電力 (V_1, V_2, P_1, P_2) をとり、追加可能な観測器としては、他のすべての電圧 (V_i)、注入有効・無効電力 (P_i, Q_i)、有効・無効電力潮流 ($P_{ij}, Q_{ij}; i$ が from-node, j が to-node を示す) を考えた。

表1は電圧、注入電力の真値と想定観測誤差を、また表2は線路定数、線路潮流の真値と想定観測誤差を示している。パラメータ k_e と α はそれぞれ100および3とした。データ欠損としては、母線(電気所)単位に、それに関係したデータが一度にすべて失われることを想定した。

〈7・2〉 タスク I と k_b (健全時) 表3はパラメータ k_b の違いにより、健全時に可観測となった時点で推定精度の予想値がどのようになるか、またどのような観測器が選択されたかの一例を示したものである。また同表には、参考のために50回の状態推定シミュレーションの計算結果をも示している。

表3の結果を含む多くの試算例は安定な状態推定が実行でき、しかも精度の高い観測器集合を得るためには、 k_b の値として1.05程度を選ぶのが適当であることを示唆している。 k_b の値が小さいということは、

図2 試算に用いたモデル系統

Fig. 2. Sample power system used for numerical examples.

表1 電圧、有効・無効電力の真値と想定観測誤差

Table 1. True values and assumed measurement errors of voltages and active/reactive power injections.

i	V_i	P_i	Q_i
1	1.05 0.02	0.53375 0.01	0.23983 0.005
2	1.10 0.02	0.25004 0.005	0.10884 0.0025
3	0.97802 0.02	-0.27502 0.006	-0.06501 0.003
4	0.90776 0.02	-0.04998 0.006	-0.03707 0.003
5	0.91166 0.02	-0.15002 0.004	-0.08999 0.001
6	0.90726 0.02	-0.25001 0.006	-0.03943 0.003

(注) 上段: 真値, 下段: 想定誤差標準偏差

表2 有効・無効線路潮流の真値と想定観測誤差および線路定数

Table 2. True values and assumed measurement errors of active/reactive line flows and line constants.

$i-j$	線路定数	P_{ij}	Q_{ij}	P_{ji}	Q_{ji}
1-4	0.16 + j0.74 j0.01407	0.29326 0.004	0.14895 0.001	-0.27685 0.004	-0.10018 0.001
1-6	0.246 + j1.036 j0.01983	0.24049 0.004	0.09088 0.001	-0.22475 0.004	-0.06278 0.001
2-3	1.446 + j2.1 —	0.08987 0.002	0.00890 0.0005	-0.08012 0.002	0.00525 0.0005
2-5	0.564 + j1.28 —	0.16017 0.004	0.09993 0.001	-0.14356 0.004	-0.06223 0.001
4-3	j0.266 1: 1.1	0.19490 0.006	0.08219 0.0015	-0.19490 0.006	-0.07026 0.0015
4-6	0.194 + j0.814 j0.01526	0.03197 0.002	-0.01908 0.0005	-0.03172 0.002	-0.00500 0.0005
6-5	j0.6 1: 1.025	0.00646 0.002	0.02835 0.0005	-0.00646 0.002	-0.02776 0.0005

(注) 上段: 真値, 下段: 想定誤差標準偏差

ただし、線路定数については、上段: 線路インピーダンス、
下段: 対地アドミタンスまたは変圧器タップ比を示す。

表3 健全時におけるタスク I の結果の代表例

Table 3. Typical results of Task I for normal conditions.

k_b の値	選択された追加観測器	推定精度 tr(P) の値*	
		予想値	シミュレーション結果
1.01 ~1.05	$V_1, V_5, Q_{44}, P_{44}, P_{55}, V_5, P_3$	3.2156×10^{-3}	$3.0744 \times 10^{-3}(50)$
1.10	$V_1, V_5, Q_{44}, P_{44}, P_{55}, V_5, Q_{32}$	8.7577×10^{-3}	$9.0273 \times 10^{-3}(50)$
1.50	$V_1, V_5, Q_{44}, P_{44}, P_{55}, P_3, Q_{32}$	5.3490×10^{-3}	$4.8183 \times 10^{-3}(44)$
5.00	$V_1, V_5, Q_{44}, P_{44}, Q_{43}, Q_{45}, Q_{46}$	3.5515×10^{-3}	$2.6372 \times 10^{-3}(14)$
10.00	$Q_{44}, Q_{31}, Q_{43}, Q_{55}, Q_{53}, Q_{31}, P_4$	9.6125×10^{-3}	$4.1405 \times 10^{-3}(22)$

*: () 内の数値は50回の状態推定シミュレーションのうち、推定が可能であった(収束した)ケースの数を示している。

直交性をより重視することに対応しているから、この結果は従来から良く言われている知見⁽²⁾を再確認したものと考えられる。

〈7.3〉 タスク I (データ欠損時) 表 4 はデータ欠損時にタスク I を実行したときの結果の一例を、50 回の状態推定シミュレーション (すべて成功) の計算結果と共に示している。手法 B は、できるだけ多くのデータ欠損に対して共通に効果的な観測器にのみ限定して考えるため、 k_b の選択はあまり重要な意味をもってこないが、手法 A については、やはり $k_b = 1.05$ 程度が適当と判断できる。

手法 A においては、完全に可観測になるまでに 6 個の観測器が追加されなければならないが、手法 B では 3 個で良い。従って、できるだけ少ない観測器数で完全に可観測にすることが主要な目的であるならば、手法 B が望ましいと言えよう。しかし、後の計算例に見られるように、ある程度冗長度が大きくなった後の推定精度という面からみると、最終的には手法 A によるほうが好結果をもたらす場合が多い。また、手法 A によれば、主として有効・無効電力潮流が選択されるのに対し、当然のことながら手法 B によれば有効・無効注入電力が選択されてくる。

表 4 データ欠損時におけるタスク I の結果の代表例

Table 4. Typical results of Task I for loss-of-measurements conditions.

手法	k_b の値	選択された追加観測器	推定精度 $\text{tr}(\mathbf{P})$ の値	
			予想値	シミュレーション結果
A	1.01	$Q_{43}, Q_{41}, P_{65}, P_{43}, Q_{61}, P_{32}$	1.5958×10^{-3}	1.7819×10^{-3}
	1.05	$Q_{43}, Q_{41}, P_{65}, P_{41}, Q_{33}, P_{32}$	1.0305×10^{-3}	1.2433×10^{-3}
	1.50	$Q_{43}, Q_{41}, Q_{34}, Q_{25}, Q_{61}, P_{32}$	1.1124×10^{-3}	1.3375×10^{-3}
	2.00	$Q_{43}, Q_{41}, Q_{34}, Q_{65}, P_{41}, P_{52}$	1.1501×10^{-3}	1.3190×10^{-3}
B	—	Q_4, Q_5, P_6	2.0666×10^{-3}	2.0067×10^{-3}

表 6 健全時の推定精度向上のみを考えたときの観測器選定経過の代表例

Table 6. Typical selection process of measurements when only the improvement of accuracy in normal condition is considered.

観測器		推定精度 $\text{tr}(\mathbf{P})$ の予想値						
個数	追加	健全時	No. 1 欠損	No. 2 欠損	No. 3 欠損	No. 4 欠損	No. 5 欠損	No. 6 欠損
17		1.031×10^{-3}	1.165×10^{-3}	6.467×10^2	1.818×10^{-3}	2.656×10^{-3}	1.217×10^{-1}	4.442×10^{-3}
18	Q_{65}	5.777×10^{-4}	6.728×10^{-4}	5.344×10^2	1.249×10^{-3}	2.020×10^{-3}	7.415×10^{-4}	4.411×10^{-3}
19	V_4	4.953×10^{-4}	5.666×10^{-4}	4.915×10^2	1.109×10^{-3}	2.439×10^{-3}	6.071×10^{-4}	4.184×10^{-3}
20	Q_{16}	2.612×10^{-4}	5.666×10^{-4}	4.204×10^2	7.772×10^{-4}	1.746×10^{-3}	2.915×10^{-4}	1.007×10^{-3}
21	P_{64}	2.578×10^{-4}	5.627×10^{-4}	4.196×10^2	7.727×10^{-4}	1.272×10^{-3}	2.878×10^{-4}	1.007×10^{-3}
22	Q_{52}	2.133×10^{-4}	4.060×10^{-4}	2.899×10^{-4}	3.019×10^{-4}	7.026×10^{-4}	2.878×10^{-4}	5.586×10^{-4}
23	P_{14}	1.995×10^{-4}	4.060×10^{-4}	2.696×10^{-4}	2.814×10^{-4}	6.326×10^{-4}	2.660×10^{-4}	5.450×10^{-4}
24	P_{23}	1.958×10^{-4}	4.020×10^{-4}	2.696×10^{-4}	2.560×10^{-4}	6.282×10^{-4}	2.590×10^{-4}	5.398×10^{-4}
25	P_{25}	1.921×10^{-4}	3.951×10^{-4}	2.696×10^{-4}	2.473×10^{-4}	6.258×10^{-4}	2.555×10^{-4}	5.368×10^{-4}

以後の計算例では、手法 A に対してはデータ欠損時に対しても $k_b = 1.05$ とした場合の結果を用いることとする。

〈7.4〉 タスク III (健全時の推定精度向上のみを考える場合) 表 5 はデータ欠損時の推定精度の悪化を無視し、健全時の推定精度向上のみを考えた場合の例を参考のために示している。 k_a が大きすぎると候補を絞る機能が不十分となるが、逆に小さすぎると候補を絞りすぎることになる。理論的に導くのは難しいが、 $k_a = 0.10 \sim 0.20$ で良好な結果が得られており、実規模系統でもこの程度の値で良いものと考えられる。

表 6 はタスク I において手法 A を選び、また $k_a = 0.15$ としたときのタスク III での観測器の選定経過を示している。同表のデータ欠損時の推定精度において下線を施した部分は、健全時の推定精度の 3 倍を超えている (推定精度の悪化が著しい) ことを示している。また表 7 は、観測器総数が 20 個のときと 25 個のときに対して、50 回の状態推定シミュレーション計算を行った結果である。この考え方のままでは、かな

表 5 健全時の推定精度向上のみを考えたときの推定精度の予想値

Table 5. Prospective accuracies of estimates when only the improvement of accuracy in normal condition is considered.

手法	k_a の値	20 個目の精度	25 個目の精度
A	0.05	5.608×10^{-4}	2.055×10^{-4}
	0.10	2.986×10^{-4}	2.162×10^{-4}
	0.15~0.20	2.612×10^{-4}	1.921×10^{-4}
	0.30	4.818×10^{-4}	2.273×10^{-4}
B	0.50	4.818×10^{-4}	2.589×10^{-4}
	0.05	4.344×10^{-4}	2.493×10^{-4}
	0.10	2.849×10^{-4}	2.428×10^{-4}
	0.15	2.919×10^{-4}	2.592×10^{-4}
	0.20	3.142×10^{-4}	2.841×10^{-4}
	0.30	5.051×10^{-4}	2.810×10^{-4}

表 7 表 6 に対応した観測器集合を用いた 50 回の状態推定シミュレーション結果
 Table 7. Results of 50 simulations of state estimation using the measurement set corresponding to Table 6.

観測器 総個数	観測データ欠損 状況	推定精度 $tr(P)$	V の推定誤差 (pu)		θ の推定誤差 (rad)	
			平均値の最大値	標準偏差最大値	平均値の最大値	標準偏差最大値
20 個	健全	2.8109×10^{-4}	2.232×10^{-3}	6.54×10^{-3}	9.34×10^{-4}	3.67×10^{-3}
	No. 1 欠損	7.0653×10^{-4}	2.614×10^{-3}	1.08×10^{-2}	7.87×10^{-4}	5.52×10^{-3}
	No. 2 欠損	推定困難*	—	—	—	—
	No. 3 欠損	7.7388×10^{-4}	3.354×10^{-3}	6.97×10^{-3}	4.13×10^{-3}	1.87×10^{-2}
	No. 4 欠損	1.7215×10^{-3}	3.033×10^{-3}	1.38×10^{-2}	3.99×10^{-3}	1.28×10^{-2}
	No. 5 欠損	2.9558×10^{-4}	2.084×10^{-3}	6.77×10^{-3}	4.64×10^{-4}	3.85×10^{-3}
	No. 6 欠損	1.1343×10^{-3}	3.693×10^{-3}	2.35×10^{-2}	6.04×10^{-4}	5.90×10^{-3}
25 個	健全	1.6946×10^{-4}	1.012×10^{-3}	5.21×10^{-3}	1.20×10^{-4}	3.03×10^{-3}
	No. 1 欠損	4.1569×10^{-4}	3.240×10^{-3}	8.20×10^{-3}	2.82×10^{-4}	4.90×10^{-3}
	No. 2 欠損	2.9526×10^{-4}	2.130×10^{-3}	6.58×10^{-3}	1.22×10^{-3}	5.10×10^{-3}
	No. 3 欠損	2.7327×10^{-4}	1.268×10^{-3}	6.38×10^{-3}	7.25×10^{-4}	5.88×10^{-3}
	No. 4 欠損	8.0190×10^{-4}	2.891×10^{-3}	1.09×10^{-2}	1.18×10^{-3}	6.90×10^{-3}
	No. 5 欠損	2.5399×10^{-4}	2.086×10^{-3}	6.36×10^{-3}	5.21×10^{-4}	3.21×10^{-3}
	No. 6 欠損	6.3126×10^{-4}	2.954×10^{-3}	1.25×10^{-2}	5.74×10^{-4}	5.37×10^{-3}

*: ごく少数のケースしか状態推定シミュレーション計算が収束せず, 統計処理ができなかった。

り冗長度が大きくなってもデータ欠損時の推定精度の悪化が激しい可能性のあることがわかる。

この健全時の推定精度向上にのみ注目する手法では, 冗長度があまり小さくなく追加候補となる観測器の数が多い場合は, 多くの追加候補観測器が既存観測器集合の $H^T R^{-1} H$ の固有ベクトルとほぼ同程度の近さになる傾向が強く, 〈5・4〉節で述べた 2 段階アプローチのステップ 1 が期待したほどには有効に働かない場合がある。この場合には相対誤差 (σ_u/a_u) の大小により観測器の選定がふりまわされやすく, 観測器選択の経過が必ずしも最適に推移しない恐れがある。

〈7・5〉タスクⅢ(本論文で提案した考え方を適用した場合) 表 8 は本論文で提案した考え方を適用した場合の計算結果例を示している。やはり, $k_a = 0.10 \sim 0.20$ に対して良好な結果が得られることがわかる。また表 9 は, タスクⅠにおいて手法 A を選び, $k_a = 0.10$ としたときの観測器選択の経過を, 表 10 は観測

表 8 本論文で提案した考え方を適用した場合の推定精度の予想値

Table 8. Prospective accuracies of estimates when the idea proposed in this paper is applied.

手法	k_a の値	20個目の精度	25個目の精度
A	0.05	2.678×10^{-4}	2.342×10^{-4}
	0.10	2.678×10^{-4}	1.922×10^{-4}
	0.15~0.50	5.175×10^{-4}	2.235×10^{-4}
B	0.05	3.649×10^{-4}	2.407×10^{-4}
	0.10	5.546×10^{-4}	2.210×10^{-4}
	0.15~0.20	3.696×10^{-4}	1.850×10^{-4}
	0.30~0.50	4.170×10^{-4}	2.218×10^{-4}

器総数が 20 個のときと 25 個のときに対して, 50 回の状態推定シミュレーション計算を行った結果を示したものである。表 9 中の下線は観測器の追加が, その推定精度を改善することを目標になされることを示している。

表 9 本論文で提案した考え方を適用した場合の観測器選定経過の代表例

Table 9. Typical selection process of measurements when the idea proposed in this paper is applied.

観測器		推定精度 $tr(P)$ の予想値					
個数	追加	健全時	No. 1 欠損	No. 2 欠損	No. 3 欠損	No. 4 欠損	No. 5 欠損
17		1.031×10^{-3}	1.165×10^{-3}	6.467×10^2	1.818×10^{-3}	2.656×10^{-3}	1.217×10^{-3}
18	Q_5	5.741×10^{-4}	6.664×10^{-4}	5.693×10^{-3}	1.251×10^{-3}	2.096×10^{-3}	1.217×10^{-3}
19	Q_{55}	4.237×10^{-4}	4.784×10^{-4}	7.116×10^{-4}	7.961×10^{-4}	1.947×10^{-3}	7.465×10^{-4}
20	Q_{16}	2.678×10^{-4}	4.784×10^{-4}	3.718×10^{-4}	3.958×10^{-4}	1.144×10^{-3}	3.749×10^{-4}
21	Q_{14}	2.148×10^{-4}	3.447×10^{-4}	2.916×10^{-4}	3.081×10^{-4}	1.144×10^{-3}	2.884×10^{-4}
22	P_{14}	2.109×10^{-4}	3.380×10^{-4}	2.877×10^{-4}	3.045×10^{-4}	6.958×10^{-4}	2.853×10^{-4}
23	Q_{14}	2.070×10^{-4}	3.286×10^{-4}	2.859×10^{-4}	3.045×10^{-4}	4.999×10^{-4}	2.834×10^{-4}
24	P_{13}	2.032×10^{-4}	3.246×10^{-4}	2.859×10^{-4}	2.754×10^{-4}	4.953×10^{-4}	2.764×10^{-4}
25	V_1	1.922×10^{-4}	3.005×10^{-4}	2.666×10^{-4}	2.570×10^{-4}	4.953×10^{-4}	2.557×10^{-4}

表 10 表 9 に対応した観測器集合を用いた 50 回の状態推定シミュレーション結果
 Table 10. Results of 50 simulations of state estimation using the measurement set corresponding to Table 9.

観測器 総個数	観測データ欠損 状況	推 定 精 度 tr (P)	V の 推 定 誤 差 (pu)		θ の 推 定 誤 差 (rad)	
			平均値の最大値	標準偏差最大値	平均値の最大値	標準偏差最大値
20 個	健全	2.2284×10^{-4}	4.540×10^{-4}	6.01×10^{-3}	7.36×10^{-4}	3.10×10^{-3}
	No. 1 欠損	5.1834×10^{-4}	6.710×10^{-4}	9.28×10^{-3}	5.65×10^{-4}	5.14×10^{-3}
	No. 2 欠損	3.3212×10^{-4}	1.330×10^{-3}	7.17×10^{-3}	1.46×10^{-3}	5.21×10^{-3}
	No. 3 欠損	3.3276×10^{-4}	1.304×10^{-3}	6.95×10^{-3}	1.38×10^{-3}	6.50×10^{-3}
	No. 4 欠損	1.2381×10^{-3}	3.839×10^{-3}	1.13×10^{-2}	3.52×10^{-3}	1.20×10^{-2}
	No. 5 欠損	3.0006×10^{-4}	1.285×10^{-3}	6.99×10^{-3}	6.78×10^{-4}	3.62×10^{-3}
25 個	健全	1.5173×10^{-4}	8.150×10^{-4}	4.90×10^{-3}	2.86×10^{-4}	2.71×10^{-3}
	No. 1 欠損	3.0643×10^{-4}	1.088×10^{-3}	6.96×10^{-3}	1.69×10^{-4}	4.40×10^{-3}
	No. 2 欠損	2.3965×10^{-4}	1.718×10^{-3}	5.83×10^{-3}	1.44×10^{-3}	5.07×10^{-3}
	No. 3 欠損	2.1820×10^{-4}	9.920×10^{-4}	5.56×10^{-3}	2.78×10^{-4}	5.43×10^{-3}
	No. 4 欠損	5.3892×10^{-4}	5.640×10^{-4}	8.37×10^{-3}	2.37×10^{-4}	6.85×10^{-3}
	No. 5 欠損	2.1731×10^{-4}	1.783×10^{-3}	5.83×10^{-3}	2.43×10^{-4}	3.05×10^{-3}
30 個	健全	2.4953×10^{-4}	1.213×10^{-3}	6.35×10^{-3}	6.06×10^{-4}	3.62×10^{-3}
	No. 1 欠損					
	No. 2 欠損					
	No. 3 欠損					
	No. 4 欠損					
	No. 5 欠損					

これらの試算結果より、本手法によればデータ欠損時の推定精度の悪化を効果的に抑制しつつ、推定精度の高い合理的な観測器の配置が決定できることが理解できよう。また、〈5・4〉節の2段階アプローチのステップ1も有効に働いており、観測器選択の経過も合理的であると言えよう。

8. む す び

電力系統の静的状態推定における最適観測器配置問題に関して、“データ欠損時においても推定精度の悪化が一定レベル以内におさまっているような観測器の配置を決定する”という従来の考え方を一歩進めた新しい考え方を明示すると共に、その考え方にたった求解アルゴリズムを開発・確立することができた。データ欠損は種々の原因で起り得るものであり、データ欠損時の影響をも合理的に加味した議論は、今後ともますます重要なものとなってくると予想される。本論文により、こうした議論への一つの指針が得られたものと考えられる。動的状態推定に関する最適観測器配置は、動的状態推定手法ではより低い冗長度で精度の高い推定を行いうると期待できることを含めて、静的状態推定に対するそれとは異なってくる可能性を有しており、今後この点についても検討を加える必要がある。オンラインでの可観測性の検証とその結果に基づくオンラインでの擬観測器の選定に対して、本論文で適用したのと同様な考え方を確立することも重要と思われる、残された大きな検討課題である。

最後に、日ごろ有益な御教示と激励とを賜わる北海

道大学 小池 東一郎 名誉教授、同 藤原 一 教授に感謝申し上げます。

(昭和 60 年 2 月 12 日受付、同 60 年 11 月 11 日再受付)

文 献

- (1) 鈴木・川上・関根:「電力系統状態推定のための最少情報」, 電学論 B, 93, 508 (昭 48-10)
- (2) E. E. Fetzner, et al.: "Observability in the State Estimation of Power System", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-94, 1981 (1975)
- (3) H. J. Koglin: "Optimal Measuring System for State Estimation", Fifth PSCC Proceedings, 2.3/12 (1975)
- (4) K. Phua, et al.: "Optimal Choice of Measurements for State Estimation", PICA Proceedings (1977)
- (5) T. Ogawa: "A Disposition Method for Data Acquisition Points in Power System State Estimation", IEEE Summer Meeting, A-78501-9 (1978)
- (6) C. Alvarez: "On-line Observability Determination as a Further Results of State Estimation Algorithm", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, PAS-101, 767 (1982)
- (7) K. L. Lo, et al.: "Power System State Estimation: A Method for Metering Reinforcement", *ibid.*, PAS-101, 3493 (1982)
- (8) 井上・森・岩本・田村:「確率的潮流計算を用いた冗長観測変数の選定法」, 電学論 B, 103, 45 (昭 58-1)
- (9) 奥野・西谷・長谷川・藤原:「電力系統状態推定における最適観測器配置に関する研究」, 電気学会 電力技術研資, PE-82-31 (昭 57)
- (10) 奥野・西谷・長谷川・藤原:「電力系統状態推定におけるデータ欠損を考慮した観測器配置(第 1 報)」, 昭 58 電気学会大会, No. 911
- (11) 長谷川・西谷:「電力系統状態推定におけるデータ欠損を考慮した観測器配置(第 2 報)」, 昭 59 同上, No. 866
- (12) 長谷川・西谷:「電力系統状態推定におけるデータ欠損を考慮した最適観測器配置」, 電気学会 電力技術研資, PE-84-46 (昭 59)
- (13) J. Hasegawa & K. Nishiya: "On the Optimal Allocation of Measurements in Power System State Estimation Considering Loss-of-measurements Conditions", Eighth PSCC Proceedings, 587 (1984)